

2021 Training

Mittlerer Schulabschluss

**MEHR
ERFAHREN**

Realschule · Gesamtschule EK · Sekundarstufe
Nordrhein-Westfalen

Mathematik 10. Klasse

- + *Ausführliche Lösungen*
- + *Hinweise und Tipps*

LÖSUNGEN



STARK

Inhalt

Training Grundwissen

1	Wiederholung 5.–9. Klasse	1
2	Lineare Funktionen – Lineare Gleichungssysteme	14
3	Quadratische Funktionen und Gleichungen	27
4	Exponentialfunktionen und Wachstumsprozesse	42
5	Grafische Darstellungen und Diagramme	49
6	Ähnlichkeit	53
7	Sätze am rechtwinkligen Dreieck	58
8	Trigonometrie	62
9	Kreis	71
10	Körper	75
11	Stochastik	93
12	Werkzeuge	103

Aufgaben im Stil der zentralen Prüfung

Vorschlag 1	107
Vorschlag 2	113
Vorschlag 3	118
Vorschlag 4	122

Zentrale Prüfung

Zentrale Prüfung 2019	2019-1
-----------------------	--------

Wegen des Corona-Virus wurden 2020 die Zentralen Prüfungen in Klasse 10 ersetzt durch Prüfungsarbeiten, die dezentral von den Lehrkräften erstellt wurden. Für 2020 können daher keine Original-Aufgaben und Lösungen dazu abgedruckt werden.

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

dies ist der Lösungsband zu dem Band **Training Mittlerer Schulabschluss 2021** (Best.-Nr. 51500) und zur **Kombination aus Trainingsband und Interaktivem Training** (Best.-Nr. 51500ML). Es enthält zu allen Aufgaben von unseren Autoren ausgearbeitete Lösungen, die jeden Rechenschritt ausführlich erklären. Zahlreiche Skizzen zur Veranschaulichung helfen dir beim Nachvollziehen von Sachverhalten.

Versuche stets, jede Aufgabe zunächst selbstständig zu lösen, und dann deine Lösung mit den Lösungen im Buch zu vergleichen. Nur was du dir selbst erarbeitet hast, bleibt im Gedächtnis und du lernst dazu. Halte dich deswegen konsequent daran, jede Aufgabe zunächst selbst zu rechnen. Hast du eine Aufgabe nicht richtig gelöst, ist es besonders wichtig, diese zu einem späteren Zeitpunkt noch einmal durchzurechnen.

Durch das Üben wirst du dich sicher fühlen und kannst beruhigt in die Prüfung gehen.

Wir wünschen dir viel Erfolg!

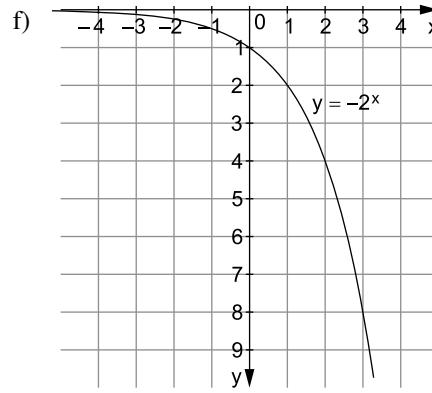
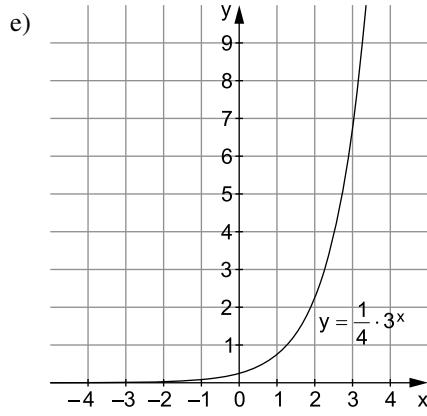
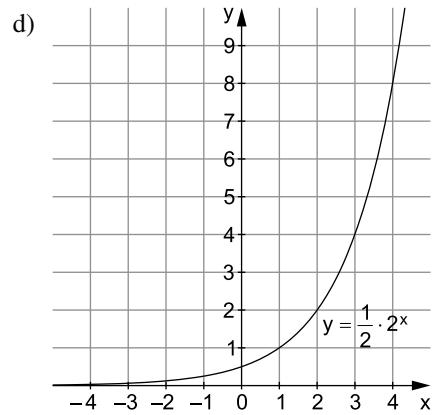
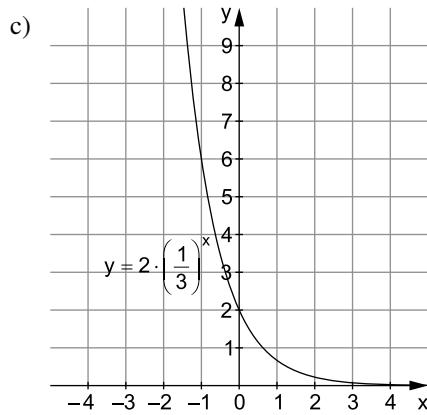
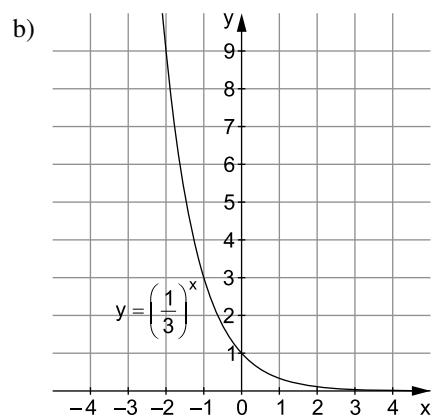
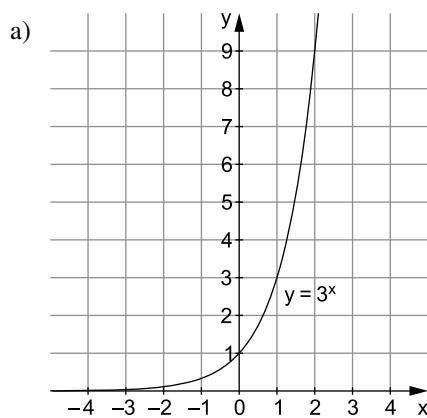
Autoren:

Christoph Borr, Karl-Heinz Kuhlmann, Wolfgang Matschke, Marc Möllers, Dietmar Steiner

4 Exponentialfunktionen und Wachstumsprozesse

105

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
a) y		0,111	0,333	1	3	9	27	
b) y	27	9	3	1	0,333	0,111		
c) y		18	6	2	0,667	0,222		
d) y		0,125	0,25	0,5	1	2	4	8
e) y			0,083	0,25	0,75	2,25	6,75	
f) y	-0,125	-0,25	-0,5	-1	-2	-4	-8	



106 Einsetzen von $A(0|0,5)$ in $y=c \cdot a^x$:

$$y = c \cdot a^x \quad | A(0|0,5)$$

$$0,5 = c \cdot a^0$$

$$0,5 = c \cdot 1$$

$$c = 0,5$$

Einsetzen von $B(1|2)$ und $c=0,5$:

$$y = c \cdot a^x \quad | B(1|2)$$

$$2 = c \cdot a^1 \quad | c = 0,5$$

$$2 = 0,5 \cdot a \quad | \cdot 2$$

$$a = 4$$

Funktionsgleichung: $y = 0,5 \cdot 4^x$

107 Wählen wir für x eine Schrittweite $s=1$, so erhalten wir stets den Funktionswert $f(x+s)$ an der Stelle $x+s$ aus dem vorhergehenden Funktionswert $f(x)$ an der Stelle x durch Multiplikation mit dem Faktor $a^s=a^1$ bzw. den Funktionswert $f(x-s)$ an der Stelle $x-s$ aus dem nachfolgenden Funktionswert $f(x)$ an der Stelle x durch Division mit dem Faktor $a^s=a^1$.

$$\text{z. B.: } f(1) = f(0+1) = 3 = 1 \cdot 3 = f(0) \cdot 3$$

$$f(3) = f(2+1) = 27 = 9 \cdot 3 = f(2) \cdot 3$$

$$f(4) = f(3+1) = 81 = 27 \cdot 3 = f(3) \cdot 3$$

$$f(-1) = f(0-1) \approx 0,33 \approx \frac{1}{3} = \frac{f(0)}{3}$$

$$f(-2) = f(-1-1) \approx 0,11 \approx \frac{0,33}{3} = \frac{f(-1)}{3}$$

$$f(-3) = f(-2-1) \approx 0,037 \approx \frac{0,11}{3} = \frac{f(-2)}{3}$$

In unserem Fall ist also $a^1=3$ und die Funktionsgleichung der Exponentialgleichung lautet: $y=3^x$.

108 Wertverlust eines Neuwagens

a) Berechnung des Wertverlusts (25 %) nach einem Jahr:

$$P = \frac{G \cdot p}{100}$$

$$P = \frac{45\,600 \text{ €} \cdot 25}{100}$$

$$P = 11\,400 \text{ €}$$

Berechnung des Restwerts nach einem Jahr:

$$45\,600 \text{ €} - 11\,400 \text{ €} = 34\,200 \text{ €}$$

Alternative Lösungsmöglichkeit:

Nach einem Jahr hat das Auto noch einen Wert von $100 \% - 25 \% = 75 \%$ des Neupreises (verminderter Grundwert).

Berechnung des Restwerts nach einem Jahr:

$$P = \frac{G \cdot p}{100}$$

$$P = \frac{45\,600 \text{ €} \cdot 75}{100}$$

$$P = 34\,200 \text{ €}$$

b) Anfangswert (Kaufpreis Jahreswagen): $c = 34\,200 \text{ €}$

$$\text{Wachstumsfaktor: } a = 1 - \frac{p}{100} = 1 - \frac{10}{100} = 0,9$$

Wachstumsschritte: x

Endwert (Restwert Jahreswagen nach x Jahren): y_x

Zentrale Prüfung 2019

Hinweise und Tipps

Prüfungsteil 1

Aufgabe 1

Mögliche Nebenrechnungen:

$$\frac{6}{10} = 0,6; \quad -0,626; \quad -6,26; \quad \frac{1}{6} = 0,166\dots$$

Lösung:

$$-6,26 < -0,626 < \frac{1}{6} < \frac{6}{10}$$

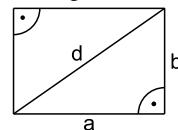
Wandle die Brüche in Dezimalzahlen um und beachte beim Vergleichen die Vorzeichen. Veranschauliche die Zahlen zur besseren Vorstellung ggf. auf einer Zahlengeraden.

Aufgabe 2

a) Nach Pythagoras gilt:

$$\begin{aligned} d^2 &= a^2 + b^2 \\ d^2 &= (5 \text{ cm})^2 + (3 \text{ cm})^2 \quad | \sqrt{} \\ d &= \sqrt{25 \text{ cm}^2 + 9 \text{ cm}^2} \\ d &\approx 5,83 \text{ cm} \end{aligned}$$

Die Diagonale teilt das Rechteck in zwei rechtwinklige Dreiecke.



b) Für das Ausgangsrechteck gilt:

$$A_{\text{alt}} = 5 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} = 15 \text{ cm}^2$$

Für das Rechteck mit doppelten Seitenlängen gilt:

$$A_{\text{neu}} = (5 \text{ cm} \cdot 2) \cdot (3 \text{ cm} \cdot 2) = 60 \text{ cm}^2$$

Bestimme die Fläche mit den ursprünglichen und den veränderten Seitenlängen und vergleiche.

Verhältnis der Flächeninhalte:

$$\frac{A_{\text{neu}}}{A_{\text{alt}}} = \frac{60 \text{ cm}^2}{15 \text{ cm}^2} = 4$$

Verdoppelt man die Seitenlängen a und b , dann vervierfacht sich der Flächeninhalt.

Alternative Lösungsmöglichkeit:

$$A_{\text{alt}} = a \cdot b$$

$$A_{\text{neu}} = 2a \cdot 2b = 4 \cdot a \cdot b = 4 \cdot A_{\text{alt}}$$

Setze die verdoppelten Seitenlängen in die Formel ein und vergleiche mit der vorherigen Formel.

$$\begin{aligned} c) \quad a &= 1 \text{ cm} \text{ und } b = 24 \text{ cm} \rightarrow A = 1 \text{ cm} \cdot 24 \text{ cm} = 24 \text{ cm}^2 \\ a &= 2 \text{ cm} \text{ und } b = 12 \text{ cm} \rightarrow A = 2 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm} = 24 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Bestimme Seitenlängen a und b , deren Produkt 24 cm^2 beträgt, indem du für ein frei gewähltes a den Wert von b durch Division berechnest:

$$b = 24 \text{ cm}^2 : a$$

Weitere Möglichkeiten:

$$a = 3 \text{ cm} \text{ und } b = 24 \text{ cm}^2 : 3 \text{ cm} = 8 \text{ cm}$$

$$a = 4 \text{ cm} \text{ und } b = 24 \text{ cm}^2 : 4 \text{ cm} = 6 \text{ cm}$$

$$a = 5 \text{ cm} \text{ und } b = 24 \text{ cm}^2 : 5 \text{ cm} = 4,8 \text{ cm}$$

usw.

Aufgabe 3

a) Der Wert von c entspricht der y -Koordinate des Scheitelpunkts der Parabel. Somit gilt $c = 3$.

Die Form der Funktionsgleichung zeigt, dass es sich um eine um den Betrag von c nach oben/unten verschobene Normalparabel handelt. Der Wert von c entspricht dabei der y -Koordinate des Scheitelpunkts.

- b) Der Graph f verläuft vollständig oberhalb der x -Achse, wenn der Wert für c positiv ist, also für $c > 0$.

Hinweise und Tipps

Der Scheitelpunkt der verschobenen, nach oben geöffneten Parabel ist ihr tiefster Punkt. Liegt also der Scheitelpunkt oberhalb der x -Achse, dann liegen sämtliche Parabelpunkte über ihr. Der Wert c der y -Koordinate des Scheitelpunkts muss also größer als null sein.

Beachte den Unterschied zwischen $c \geq 0$ und $c > 0$: Ist $c = 0$, liegt der Graph der Funktion nicht vollständig oberhalb der x -Achse, der Scheitelpunkt liegt dann auf der x -Achse.

Aufgabe 4

a) Formel	geeignet	nicht geeignet
$= B5 / 3$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$= B8 * B2$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$= C10 - (C5 + C6 + C7)$	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Beachte die Fragestellung und die entsprechenden Zellbezüge in den angegebenen Formeln. (Eine Begründung für die Entscheidung ist nicht verlangt.)

Begründung (nicht verlangt):

In der Zelle C8 steht der Wert für die Tourismussteuer für alle Urlaubstage.

1. Formel: $= B5 / 3$

Diese Formel ist nicht geeignet. Der Wert in Zelle B5 steht für den Preis einer Übernachtung. Teilt man diesen Wert durch 3, so ergibt diese Formel keinen sinnvollen Bezug zur Urlaubsplanung.

2. Formel: $= B8 * B2$

Diese Formel stimmt, da in der Zelle B8 die Tourismussteuer für 1 Tag und in der Zelle B2 die Anzahl der Nächte steht. Diese Formel berechnet die Tourismussteuer für alle Übernachtungen.

3. Formel: $= C10 - (C5 + C6 + C7)$

Der Wert in Zelle C10 wird von Tarek mithilfe der Tabellenkalkulation bestimmt und ergibt sich als Summe der Werte in den Zellen C5, C6, C7 und C8. Die angegebene Formel würde den Wert für Zelle C8 also richtig berechnen, wenn der Wert von Zelle C10 im Voraus bekannt wäre. Im gegebenen Zusammenhang ist der Wert in Zelle C10 aber gerade nicht bekannt, sondern zu bestimmen und somit ist die Formel im gegebenen Zusammenhang nicht sinnvoll.

- b) Gegeben: Grundwert: $G = 202,30 \text{ €}$
Prozentwert: $P = 42 \text{ €}$

Gesucht: Prozentsatz: p

Rechnung:

$$p = \frac{P \cdot 100}{G}$$

$$p = \frac{42 \text{ €} \cdot 100}{202,30 \text{ €}}$$

$$p \approx 20,76$$

$$p \% \approx 21 \%$$

Ohne Abendessen spart Tarek ca. 21 %.

© **STARK Verlag**

www.stark-verlag.de

info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH
ist urheberrechtlich international geschützt.
Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung
des Rechteinhabers in irgendeiner Form
verwertet werden.

STARK