

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis xxi

Tabellenverzeichnis xxix

Problemverzeichnis xxxi

Modellverzeichnis xxxiii

Algorithmenverzeichnis xxxvii

Abkürzungsverzeichnis xxxix

Symbolverzeichnis xli

1 Einleitung 1

 1.1 Operations Research 1

 1.2 Probleme und Lösungen 5

 1.3 Verfahren und Algorithmen 11

 1.3.1 Definition und Klassifikation 11

 1.3.2 Darstellung 13

 Literaturverzeichnis 14

2 Modellierung 15

 2.1 Modelle 15

 2.2 Graphen 18

 2.2.1 Definitionen und Darstellungsformen 18

 2.2.2 Spezielle Strukturen 25

 2.3 Mathematische Optimierungsmodelle 29

 2.3.1 Komponenten 31

 2.3.1.1 Parameter und Variablen 31

 2.3.1.2 Nebenbedingungen 34

 2.3.1.3 Zielfunktion 38

2.3.1.4	Beispiele	40
2.3.2	Lineare Modelle	50
2.3.2.1	Bedingte Werte von Variablen	52
2.3.2.2	Abschnittsweise lineare Zielfunktionen	59
2.3.2.3	Logische Verknüpfungen von Nebenbedingungen ..	65
2.3.2.4	Modellierung von Ganzzahligkeit mit kontinuierlichen Variablen	76
2.3.2.5	Eliminierung verzichtbarer Lösungen	87
	Literaturverzeichnis	98
3	Lineare Optimierung	101
3.1	Standardform	102
3.2	LPs mit zwei Variablen	108
3.2.1	Grafische Darstellung	109
3.2.2	Grafische Lösung	114
3.2.3	Rechnerische Lösung	118
3.3	Simplex-Algorithmus	124
3.3.1	Grundlagen	124
3.3.2	Standard Simplex-Algorithmus	129
3.3.2.1	Eckpunkte als Lösungen linearer Gleichungssysteme	130
3.3.2.2	Simplextableau	135
3.3.2.3	Basiswechsel	142
3.3.2.4	Ablauf des Verfahrens und Analyse	148
3.3.3	<i>M</i> -Methode	158
3.4	Dualität	165
3.5	Sensitivitätsanalyse	177
3.5.1	Veränderung der RHS	180
3.5.2	Veränderung der Zielfunktionskoeffizienten	184
3.5.3	Veränderung der Matrix	187
3.5.3.1	Entfallen einer Variablen	187
3.5.3.2	Ändern einer Spalte	190
3.5.3.3	Ergänzen einer Variablen	192
	Literaturverzeichnis	193
4	Kombinatorische und (Gemischt-)Ganzzahlige Optimierung	195
4.1	Kombinatorische Optimierungsprobleme, IPs und MIPs	196
4.2	Branch & Bound	199
4.2.1	Generelle Vorgehensweise	200
4.2.2	Komponenten	208
4.2.2.1	Relaxationsvorschrift	209
4.2.2.2	Aufteilung des Teilraums	219
4.2.2.3	Knotenreihenfolge	225
4.2.2.4	Heuristik	234
4.2.3	Beispiele	235

4.2.3.1	Knapsack	236
4.2.3.2	Tourenplanung	240
4.3	Schnittebenenverfahren	243
4.3.1	Generelle Vorgehensweise	244
4.3.2	Komponenten	247
4.3.2.1	Relaxationsvorschrift	248
4.3.2.2	Schnittebenen	250
4.3.2.3	Auswahl der Schnittebene	255
4.3.3	Beispiele	258
4.3.3.1	Knapsack	259
4.3.3.2	Tourenplanung	265
4.4	Dynamische Programmierung	267
4.4.1	Generelle Vorgehensweise	269
4.4.2	Komponenten	274
4.4.2.1	Darstellung des Problems als Sequenz von Entscheidungen	275
4.4.2.2	Zustände	278
4.4.2.3	Übergänge	282
4.4.2.4	Bewertungsfunktionen und Bellman-Gleichung ...	289
4.4.2.5	Bewertungen und Bestimmung einer optimalen Lösung	295
4.4.3	Beispiele	299
4.4.3.1	Kürzester Weg in einem gerichteten kreisfreien Graphen	300
4.4.3.2	Knapsack	302
4.4.3.3	Tourenplanung	304
4.5	Branch & Cut	307
4.5.1	Generelle Vorgehensweise	308
4.5.2	Beispiel	312
	Literaturverzeichnis	316
5	Dekompositionsansätze für Mathematische Optimierungsmodelle ...	317
5.1	Spaltengenerierung und Branch & Price	318
5.1.1	Spaltengenerierung	319
5.1.1.1	Generelle Vorgehensweise	319
5.1.1.2	Beispiel	323
5.1.2	Branch & Price	333
5.1.2.1	Generelle Vorgehensweise	334
5.1.2.2	Beispiel	338
5.2	Dantzig-Wolfe-Dekomposition	346
5.2.1	Dekomposition für LPs	347
5.2.1.1	Darstellung von Lösungen in LPs durch Eckpunkte und Strahlen	347
5.2.1.2	Reformulierung	354
5.2.1.3	Spaltengenerierung	361

5.2.1.4	Beispiel	366
5.2.2	Dekomposition für IPs und MIPs	372
5.2.2.1	Reformulierungen für IPs	373
5.2.2.2	Reformulierungen für MIPs	383
5.3	Lagrange-Relaxation	387
5.3.1	Relaxationen	388
5.3.2	Lagrange-Dual	399
5.3.2.1	Formulierung und Analyse	399
5.3.2.2	Lösung	409
5.3.3	Beispiele	414
5.3.3.1	Knapsack	415
5.3.3.2	Tourenplanung	420
5.4	Benders-Dekomposition	425
5.4.1	Reformulierung	426
5.4.2	Beispiel	433
	Literaturverzeichnis	438
6	Graphentheorie	441
6.1	Kürzeste Wege (und Pfade)	442
6.1.1	Nicht-negative Kantenlängen	444
6.1.2	Allgemeine Graphen	450
6.2	Minimale Spannbäume	459
6.3	Matchings	464
6.3.1	Bipartite Graphen	470
6.3.1.1	Matchings maximaler Kardinalität	471
6.3.1.2	Matchings maximalen Gewichts	479
6.3.2	Allgemeine Graphen	491
6.3.2.1	Matchings maximaler Kardinalität	492
6.3.2.2	Matchings maximalen Gewichts	509
6.4	Flüsse	531
6.4.1	Maximale Flüsse und Minimale Schnitte	539
6.4.2	Flüsse minimaler Kosten	549
6.4.2.1	Eliminierung negativer Kreise	551
6.4.2.2	Versenden entlang kostenminimaler Wege	557
	Literaturverzeichnis	564
A	Lineare Optimierung	567
A.1	Beweis zu Theorem 3.1	567
A.2	Beweis zu Theorem 3.2	570
A.3	Hinreichende Bedingung für Optimalität	572
A.4	Duales LP zum dualen LP	574
A.5	Starker Dualitätssatz	575
A.6	Komplementärer Schlupf	576

- B Kombinatorische und (Gemischt-)Ganzzahlige Optimierung 579**
 - B.1 Beweis zu Eigenschaft 4.2 579
 - B.2 Branch & Bound-Verfahren für Tourenplanung 580
 - B.3 Schnittebenenverfahren für IPs mit Optimalitätsgarantie 583
 - B.4 Schnittebenen für MIPs 592

- C Dekompositionsansätze für Mathematische Optimierungsmodelle . . . 597**
 - C.1 Paare von Zeilen des IP zur Aufteilung des Teilraums in
 B&P-Verfahren 597
 - C.2 Beweis zu Theorem 5.1 598
 - C.3 Beweis zu Theorem 5.2 601
 - C.4 Beweis zu Theorem 5.3 604
 - C.5 Lagrange-Relaxation für Tourenplanung 605
 - C.6 Benders-Dekomposition für zu minimierende Zielfunktionen 607

- D Graphentheorie 611**
 - D.1 Korrektheit von Algorithmus 6.1 611
 - D.2 Korrektheit von Algorithmus 6.2 611
 - D.3 Beweis zu Theorem 6.3 613
 - D.4 Korrektheit von Algorithmus 6.3 616
 - D.5 Beweis zu Theorem 6.6 618
 - D.6 Lineares Zuordnungsproblem und Problem 6.4 für bipartite Graphen 619
 - D.7 Korrektheit von Algorithmus 6.5 623
 - D.8 Beweis zu Theorem 6.9 626
 - D.9 Korrektheit von Algorithmus 6.8 629
 - D.10 Beweis zu Theorem 6.12 per LP-Dualität 630
 - D.11 Korrektheit von Algorithmus 6.10 635
 - D.12 Beweis zu Theorem 6.14 637
 - D.13 Korrektheit von Algorithmus 6.11 645
 - D.14 Beweis zu Theorem 6.16 646
 - D.15 Korrektheit von Algorithmus 6.12 648
 - Literaturverzeichnis 649

- Sachverzeichnis 651**