

2021 Training

Mittlerer Schulabschluss

**MEHR
ERFAHREN**

Hauptschule Typ B · Gesamtschule EK · Sek II
Nordrhein-Westfalen

Mathematik 10. Klasse

+ Ausführliche Lösungen
+ Hinweise und Tipps

LÖSUNGEN



STARK

Inhalt

Training Grundwissen

1	Grundlagen des Rechnens	1
2	Rechnen mit Größen	12
3	Gleichungen	17
4	Funktionaler Zusammenhang	26
5	Prozent- und Zinsrechnen	54
6	Stochastik	64
7	Geometrie der Ebene	76
8	Körper	97

Original-Prüfungsaufgaben

Zentrale Prüfung 2019	2019-1
-----------------------------	--------

Wegen des Corona-Virus wurden 2020 die Zentralen Prüfungen in Klasse 10 ersetzt durch Prüfungsarbeiten, die dezentral von den Lehrkräften erstellt wurden. Für 2020 können daher keine Original-Aufgaben und Lösungen dazu abgedruckt werden.

Autoren:

Training: Martin Fetzer, Walter Modschiedler, Walter Modschiedler jun.

Lösungen der Prüfungsaufgaben: Wolfgang Matschke, Marc Möllers

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

dieses Buch ist das Lösungsbuch zu dem Band *Training Mittlerer Schulabschluss, Mathematik 10. Klasse Hauptschule Typ B, Gesamtschule EK, Sekundarschule* (Titel-Nummer 53501ML bzw. 53501).

Anhand der ausführlichen Lösungen kannst du überprüfen, ob du die Aufgaben im Trainingsteil und die Original-Prüfungsaufgaben richtig gelöst hast.

Versuche aber stets, jede Aufgabe zunächst alleine zu rechnen und sieh nicht gleich in diesem Buch nach. Nur wenn du dich selbst anstrengst, bleibt der Stoff auch im Gedächtnis und du lernst dazu. Solltest du jedoch allein nicht weiterkommen, kann ein Blick in die Lösung hilfreich sein, da dort wichtige Hinweise und Tipps zur Bearbeitung der Aufgaben gegeben werden.

Zum Schluss solltest du deine Ergebnisse auf jeden Fall mit der Lösung im Buch vergleichen und gegebenenfalls nach Rechenfehlern und Verbesserungsmöglichkeiten deines Ansatzes suchen.

Arbeitest du alle Aufgaben auf diese Weise Schritt für Schritt durch, bist du bestens auf die Prüfung vorbereitet!

Viel Erfolg in der Prüfung!

1 Grundlagen des Rechnens

- 1
- a) $4 \cdot (3+5) = 4 \cdot 8 = 32$
 b) $(2,5-0,5) \cdot 14 = 2 \cdot 14 = 28$
 c) $18 : (29-23) = 18 : 6 = 3$
 d) $2 + 3 \cdot 14 + 8 + 22 \cdot 5 = 2 + 42 + 8 + 110 = 162$
 e) $(53+28) : 9 - 5 = 81 : 9 - 5 = 9 - 5 = 4$
 f) $41 + (2+11) \cdot 2 = 41 + 13 \cdot 2 = 41 + 26 = 67$

- 2
- a) $785 + 698 \approx 790 + 700 = 1490$
 genaues Ergebnis: 1483
 b) $569,55 - 178,65 \approx 570 - 180 = 390$
 genaues Ergebnis: 390,9
 c) $67 \cdot 23 \approx 70 \cdot 20 = 1400$
 genaues Ergebnis: 1541
 d) $8,362 : 1,85 \approx 8 : 2 = 4$
 genaues Ergebnis: 4,52

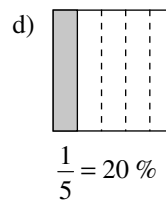
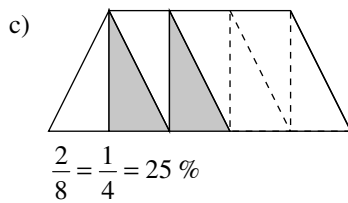
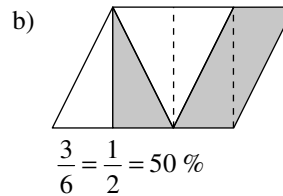
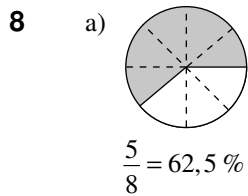
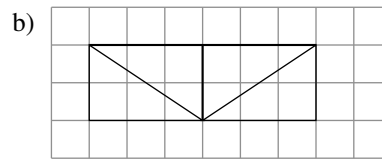
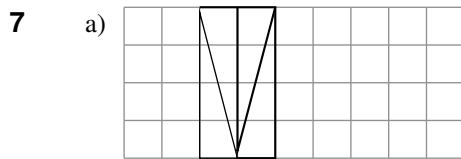
- 3
- Überschlag: $800 + 60\,000 = 60\,800$
 Genaues Ergebnis: $750 + 64\,999 = 65\,749$
 749 würde man auf 700 abrunden.
 65 000 würde man auf 70 000 aufrunden.

- 4
- $2,10 \text{ €} + 2 \cdot 1,19 \text{ €} + 5 \cdot 0,85 \text{ €} + 3 \cdot 2,49 \text{ €} \approx 2 \text{ €} + 2 \text{ €} + 5 \text{ €} + 6 \text{ €} = 15 \text{ €}$
 Das Geld reicht noch für ein Eis.

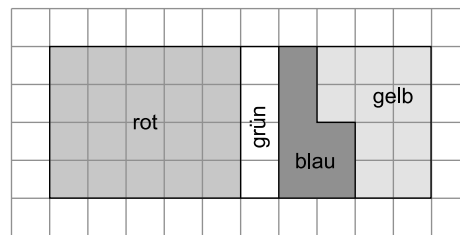
5

	Darstellung	Sprechweise	Bruch	Hundertstel- bruch	Dezimal- bruch	Prozent- satz
a)		3 Teile von 5 Teilen	$\frac{3}{5}$	$\frac{60}{100}$	0,60	60 %
b)		7 Teile von 10 Teilen	$\frac{7}{10}$	$\frac{70}{100}$	0,70	70 %
c)		3 Teile von 10 Teilen	$\frac{3}{10}$	$\frac{30}{100}$	0,30	30 %
d)		9 Teile von 10 Teilen	$\frac{9}{10}$	$\frac{90}{100}$	0,90	90 %
e)		1 Teil von 4 Teilen	$\frac{1}{4}$	$\frac{25}{100}$	0,25	25 %
f)		3 Teile von 4 Teilen	$\frac{3}{4}$	$\frac{75}{100}$	0,75	75 %

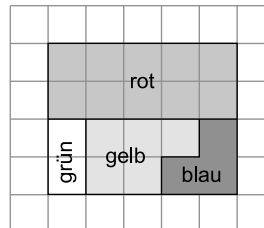
- 6
- a) $0,45 = \frac{45}{100} = \frac{9}{20}$
 b) $0,82 = \frac{82}{100} = \frac{41}{50}$
 c) $0,32 = \frac{32}{100} = \frac{8}{25}$
 d) $0,22 = \frac{22}{100} = \frac{11}{50}$
 e) $0,15 = \frac{15}{100} = \frac{3}{20}$
 f) $0,08 = \frac{8}{100} = \frac{2}{25}$



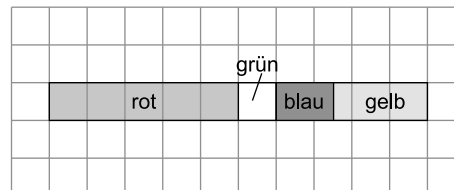
- 9 a) rot: 50 % von 40 Kästchen → 20 Kästchen
 grün: 10 % von 40 Kästchen → 4 Kästchen
 blau: 15 % von 40 Kästchen → 6 Kästchen
 gelb: 25 % von 40 Kästchen → 10 Kästchen



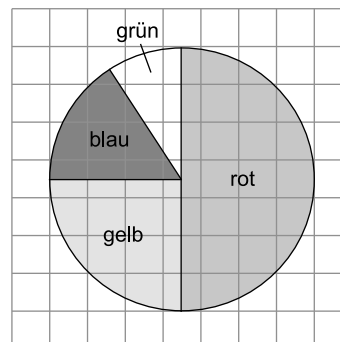
- b) rot: 50 % von 20 Kästchen → 10 Kästchen
 grün: 10 % von 20 Kästchen → 2 Kästchen
 blau: 15 % von 20 Kästchen → 3 Kästchen
 gelb: 25 % von 20 Kästchen → 5 Kästchen



- c) rot: 50 % von 10 Kästchen → 5 Kästchen
 grün: 10 % von 10 Kästchen → 1 Kästchen
 blau: 15 % von 10 Kästchen → 1,5 Kästchen
 gelb: 25 % von 10 Kästchen → 2,5 Kästchen



- d) rot: 50 % von 360° → 180°
 grün: 10 % von 360° → 36°
 blau: 15 % von 360° → 54°
 gelb: 25 % von 360° → 90°



10 a) $\frac{4}{7} = \frac{12}{21}$ (erweitert mit 3)
 $\frac{4}{7} = \frac{16}{28}$ (erweitert mit 4)
 $\frac{4}{7} = \frac{24}{42}$ (erweitert mit 6)
 $\frac{4}{7} = \frac{32}{56}$ (erweitert mit 8)

c) $\frac{5}{8} = \frac{10}{16}$ (erweitert mit 2)
 $\frac{5}{8} = \frac{15}{24}$ (erweitert mit 3)
 $\frac{5}{8} = \frac{25}{40}$ (erweitert mit 5)
 $\frac{5}{8} = \frac{30}{48}$ (erweitert mit 6)

b) $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$ (erweitert mit 2)
 $\frac{3}{5} = \frac{21}{35}$ (erweitert mit 7)
 $\frac{3}{5} = \frac{24}{40}$ (erweitert mit 8)
 $\frac{3}{5} = \frac{30}{50}$ (erweitert mit 10)

d) $\frac{3}{4} = \frac{18}{24}$ (erweitert mit 6)
 $\frac{3}{4} = \frac{27}{36}$ (erweitert mit 9)
 $\frac{3}{4} = \frac{36}{48}$ (erweitert mit 12)
 $\frac{3}{4} = \frac{45}{60}$ (erweitert mit 15)

11 a) Erweiterungszahl 5: $\frac{3}{10} = \frac{15}{50}$
 c) Erweiterungszahl 3: $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$

b) Erweiterungszahl 6: $\frac{3}{8} = \frac{18}{48}$
 d) Erweiterungszahl 5: $\frac{5}{6} = \frac{25}{30}$

12 a) Kürzungszahl 2: $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$
 $\frac{6}{14} = \frac{3}{7}$

c) Kürzungszahl 8: $\frac{8}{24} = \frac{1}{3}$
 $\frac{16}{40} = \frac{2}{5}$

e) Kürzungszahl 11: $\frac{22}{77} = \frac{2}{7}$
 $\frac{11}{121} = \frac{1}{11}$

b) Kürzungszahl 5: $\frac{15}{25} = \frac{3}{5}$
 $\frac{10}{45} = \frac{2}{9}$

d) Kürzungszahl 4: $\frac{16}{20} = \frac{4}{5}$
 $\frac{4}{44} = \frac{1}{11}$

f) Kürzungszahl 9: $\frac{9}{72} = \frac{1}{8}$
 $\frac{27}{63} = \frac{3}{7}$

13 a) $\frac{8}{24} = \frac{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2}}{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot 3} = \frac{1}{3}$

c) $\frac{24}{44} = \frac{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot 2 \cdot 3}{\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot 11} = \frac{6}{11}$

e) $\frac{18}{27} = \frac{2 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3}}{\cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot 3} = \frac{2}{3}$

b) $\frac{15}{105} = \frac{\cancel{3} \cdot \cancel{5}}{\cancel{3} \cdot \cancel{5} \cdot 7} = \frac{1}{7}$

d) $\frac{22}{99} = \frac{2 \cdot \cancel{11}}{3 \cdot 3 \cdot \cancel{11}} = \frac{2}{9}$

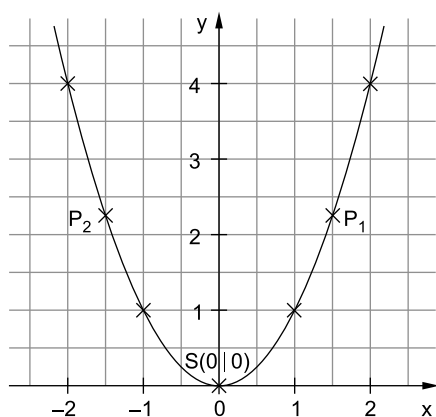
f) $\frac{75}{120} = \frac{\cancel{2} \cdot \cancel{5} \cdot 5}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{5}} = \frac{5}{8}$

- Geschwindigkeit nach der Panne:
Der Pkw fährt in einer Stunde 60 km. $\Rightarrow v_{P_2} = 60 \frac{\text{km}}{\text{h}}$

b) Lkw

- Abfahrtszeit des Lkws:
Der Lkw fährt eine Stunde nach dem Pkw ab – also um 16.00 Uhr.
- Geschwindigkeit des Lkws:
Der Lkw fährt in einer Stunde 40 km. $\Rightarrow v_{Lkw} = 40 \frac{\text{km}}{\text{h}}$
- Uhrzeit der Begegnung:
Die beiden Fahrzeuge treffen sich 180 min nach Abfahrt des Pkws – also um 18.00 Uhr.
- Entfernung von B aus:
 $200 \text{ km} - 120 \text{ km} = 80 \text{ km} \Rightarrow$ Sie begegnen sich 80 km von Ort B entfernt.

161



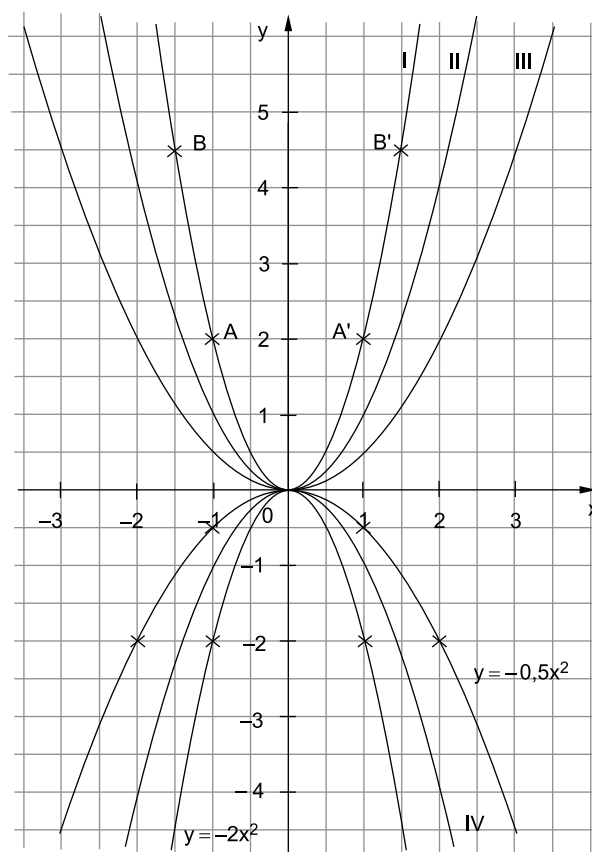
162

- a) I gestreckt
II Normalparabel
III gestaucht
IV gespiegelte Normalparabel

- b) II $y = x^2$
IV $y = -x^2$
I $y = 2x^2$
III $y = 0,5x^2$

c) Die Punkte liegen auf Parabel I.

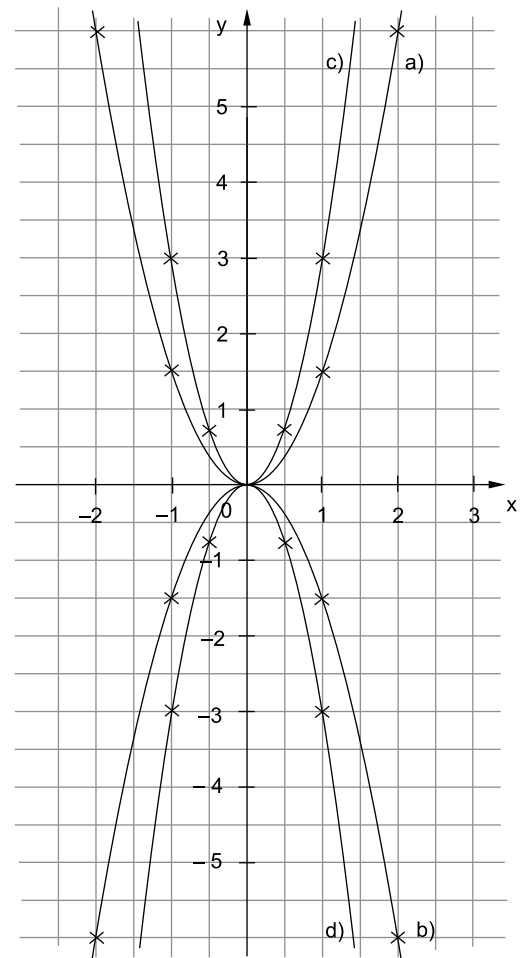
d) x	-2	-1	0	1	2
$y = -2x^2$	-8	-2	0	-2	-8
$y = -0,5x^2$	-2	-0,5	0	-0,5	-2



163

	x	-2	-1	0	-1	2
a)	$y = 1,5x^2$	6	1,5	0	1,5	6
b)	$y = -1,5x^2$	-6	-1,5	0	-1,5	-6

	x	-1	-0,5	0	-0,5	-1
c)	$y = 3x^2$	3	0,75	0	0,75	3
d)	$y = -3x^2$	-3	-0,75	0	-0,75	-3



164 Setze die x- und y-Werte der Punkte in die Gleichung ein und löse nach a auf.

a) $2 = a \cdot (-1)^2$
 $2 = a$
 $\Rightarrow y = 2x^2$

b) $6 = a \cdot 3^2$
 $\frac{2}{3} = a$
 $\Rightarrow y = \frac{2}{3}x^2$

c) $-4 = a \cdot 2^2$
 $-1 = a$
 $\Rightarrow y = -x^2$

d) $-13,5 = a \cdot 3^2$
 $-1,5 = a$
 $\Rightarrow y = -1,5x^2$

 165 D $y = 0,02x^2$

 C $y = -1,75x^2$

 A $y = 2,5x^2$

 B $y = -0,025x^2$

166

Funktion	Scheitelpunkt	a	Form
a) $y = 0,5x^2 + 4$	S(0 4)	0,5	gestaucht, nach oben geöffnet
b) $y = -4x^2 + 7$	S(0 7)	-4	gestreckt, nach unten geöffnet
c) $y = -2x^2 - 5$	S(0 -5)	-2	gestreckt, nach unten geöffnet
d) $y = 0,4x^2 - 2,4$	S(0 -2,4)	0,4	gestaucht, nach oben geöffnet

Zentrale Prüfung 2019

Hinweise und Tipps

Prüfungsteil 1

Aufgabe 1

Mögliche Nebenrechnungen:

$$\frac{6}{10} = 0,6; \quad -0,626; \quad -6,26; \quad \frac{1}{6} = 0,166\dots$$

Lösung:

$$-6,26 < -0,626 < \frac{1}{6} < \frac{6}{10}$$

Wandle die Brüche in Dezimalzahlen um und beachte beim Vergleichen die Vorzeichen. Veranschauliche die Zahlen zur besseren Vorstellung ggf. auf einer Zahlengeraden.

Aufgabe 2

a) Nach Pythagoras gilt:

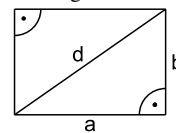
$$d^2 = a^2 + b^2$$

$$d^2 = (5 \text{ cm})^2 + (3 \text{ cm})^2 \quad |\sqrt{}$$

$$d = \sqrt{25 \text{ cm}^2 + 9 \text{ cm}^2}$$

$$d \approx 5,83 \text{ cm}$$

Die Diagonale teilt das Rechteck in zwei rechtwinklige Dreiecke.



b) Für das Ausgangsrechteck gilt:

$$A_{\text{alt}} = 5 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} = 15 \text{ cm}^2$$

Für das Rechteck mit doppelten Seitenlängen gilt:

$$A_{\text{neu}} = (5 \text{ cm} \cdot 2) \cdot (3 \text{ cm} \cdot 2) = 60 \text{ cm}^2$$

Verhältnis der Flächeninhalte:

$$\frac{A_{\text{neu}}}{A_{\text{alt}}} = \frac{60 \text{ cm}^2}{15 \text{ cm}^2} = 4$$

Verdoppelt man die Seitenlängen a und b, dann vervierfacht sich der Flächeninhalt.

Alternative Lösungsmöglichkeit:

$$A_{\text{alt}} = a \cdot b$$

$$A_{\text{neu}} = 2a \cdot 2b = 4 \cdot a \cdot b = 4 \cdot A_{\text{alt}}$$

Bestimme die Fläche mit den ursprünglichen und den veränderten Seitenlängen und vergleiche.

$$\begin{aligned} \text{c) } a &= 1 \text{ cm und } b = 24 \text{ cm} \rightarrow A = 1 \text{ cm} \cdot 24 \text{ cm} = 24 \text{ cm}^2 \\ a &= 2 \text{ cm und } b = 12 \text{ cm} \rightarrow A = 2 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm} = 24 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Weitere Möglichkeiten:

$$a = 3 \text{ cm und } b = 24 \text{ cm}^2 : 3 \text{ cm} = 8 \text{ cm}$$

$$a = 4 \text{ cm und } b = 24 \text{ cm}^2 : 4 \text{ cm} = 6 \text{ cm}$$

$$a = 5 \text{ cm und } b = 24 \text{ cm}^2 : 5 \text{ cm} = 4,8 \text{ cm}$$

usw.

Setze die verdoppelten Seitenlängen in die Formel ein und vergleiche mit der vorherigen Formel.

Bestimme Seitenlängen a und b, deren Produkt 24 cm^2 beträgt, indem du für ein frei gewähltes a den Wert von b durch Division berechnest:

$$b = 24 \text{ cm}^2 : a$$

Aufgabe 3

a) Der Wert von c entspricht der y-Koordinate des Scheitelpunkts der Parabel. Somit gilt $c = 3$.

Die Form der Funktionsgleichung zeigt, dass es sich um eine um den Betrag von c nach oben/unten verschobene Normalparabel handelt. Der Wert von c entspricht dabei der y-Koordinate des Scheitelpunkts.

- b) Der Graph f verläuft vollständig oberhalb der x -Achse, wenn der Wert für c positiv ist, also für $c > 0$.

 Hinweise und Tipps

Der Scheitelpunkt der verschobenen, nach oben geöffneten Parabel ist ihr tiefster Punkt. Liegt also der Scheitelpunkt oberhalb der x -Achse, dann liegen sämtliche Parabelpunkte über ihr. Der Wert c der y -Koordinate des Scheitelpunkts muss also größer als null sein.

Beachte den Unterschied zwischen $c \geq$ und $c > 0$:
Ist $c = 0$, liegt der Graph der Funktion nicht vollständig oberhalb der x -Achse, der Scheitelpunkt liegt dann auf der x -Achse.

Aufgabe 4

a) Formel	geeignet	nicht geeignet
$= B5 / 3$	☐	☒
$= B8 * B2$	☒	☐
$= C10 - (C5 + C6 + C7)$	☐	☒

Beachte die Fragestellung und die entsprechenden Zellbezüge in den angegebenen Formeln. (Eine Begründung für die Entscheidung ist nicht verlangt.)

Begründung (nicht verlangt):

In der Zelle C8 steht der Wert für die Tourismussteuer für alle Urlaubstage.

1. Formel: $= B5 / 3$

Diese Formel ist nicht geeignet. Der Wert in Zelle B5 steht für den Preis einer Übernachtung. Teilt man diesen Wert durch 3, so ergibt diese Formel keinen sinnvollen Bezug zur Urlaubsplanung.

2. Formel: $= B8 * B2$

Diese Formel stimmt, da in der Zelle B8 die Tourismussteuer für 1 Tag und in der Zelle B2 die Anzahl der Nächte steht. Diese Formel berechnet die Tourismussteuer für alle Übernachtungen.

3. Formel: $= C10 - (C5 + C6 + C7)$

Der Wert in Zelle C10 wird von Tarek mithilfe der Tabellenkalkulation bestimmt und ergibt sich als Summe der Werte in den Zellen C5, C6, C7 und C8. Die angegebene Formel würde den Wert für Zelle C8 also richtig berechnen, wenn der Wert von Zelle C10 im Voraus bekannt wäre. Im gegebenen Zusammenhang ist der Wert in Zelle C10 aber gerade nicht bekannt, sondern zu bestimmen und somit ist die Formel im gegebenen Zusammenhang nicht sinnvoll.

- b) Gegeben: Grundwert: $G = 202,30 \text{ €}$
Prozentwert: $P = 42 \text{ €}$

Gesucht: Prozentsatz: p

Rechnung:

$$p = \frac{P \cdot 100}{G}$$

$$p = \frac{42 \text{ €} \cdot 100}{202,30 \text{ €}}$$

$$p \approx 20,76$$

$$p \% \approx 21 \%$$

Ohne Abendessen spart Tarek ca. 21 %.



© **STARK Verlag**

www.stark-verlag.de
info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH
ist urheberrechtlich international geschützt.
Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung
des Rechteinhabers in irgendeiner Form
verwertet werden.

STARK