

2021

# Realschule

Original-Prüfungen  
mit Lösungen

**MEHR  
ERFAHREN**

Bayern

Mathematik I

+ Weitere Prüfungsaufgaben

PDF



**STARK**

# Inhalt

Hinweise  
Termine 2021

## Übungsaufgaben

Praxisorientierte Aufgaben .....	1
Lösung .....	6

## Abschlussprüfungsaufgaben

### **Abschlussprüfung 2012**

Teil A .....	2012-1
Teil B .....	2012-8

### **Abschlussprüfung 2013**

Teil A .....	2013-1
Teil B .....	2013-11

### **Abschlussprüfung 2014**

Teil A .....	2014-1
Teil B .....	2014-8

### **Abschlussprüfung 2015**

Teil A .....	2015-1
Teil B .....	2015-9

### **Abschlussprüfung 2016**

Teil A .....	2016-1
Teil B .....	2016-9

### **Abschlussprüfung 2017**

Teil A .....	2017-1
Teil B .....	2017-11

### **Abschlussprüfung 2018**

Teil A .....	2018-1
Teil B .....	2018-10

### **Abschlussprüfung 2019**

Teil A .....	2019-1
Teil B .....	2019-9

Das Corona-Virus hat im vergangenen Schuljahr auch die Prüfungsabläufe durcheinandergesetzt und manches verzögert. Daher sind die Aufgaben und Lösungen zur Prüfung 2020 in diesem Jahr nicht im Buch abgedruckt, sondern erscheinen in digitaler Form. Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2020 zur Veröffentlichung freigegeben sind, können sie als PDF auf der Plattform MyStark heruntergeladen werden (Zugangscode vgl. Umschlaginnenseite).

**PDF zum Download**

---

Abschlussprüfung 2001 . . . . .	1
Abschlussprüfung 2002 . . . . .	18
Abschlussprüfung 2003 . . . . .	37
Abschlussprüfung 2004 . . . . .	55
Abschlussprüfung 2005 . . . . .	74
Abschlussprüfung 2006 . . . . .	93
Abschlussprüfung 2007 . . . . .	110
Abschlussprüfung 2008 . . . . .	134
Abschlussprüfung 2009 . . . . .	157
Abschlussprüfung 2010 . . . . .	173
Abschlussprüfung 2011 . . . . .	193



Auf die PDF mit den Abschlussprüfungen 2001 bis 2011 kann online zugegriffen werden. Der Zugangscode ist auf der Umschlaginnenseite zu finden.

Jeweils im Herbst erscheinen die neuen Ausgaben der Abschlussprüfungsaufgaben mit Lösungen.

**Autoren:**

---

Lösungen der Abschlussprüfungsaufgaben:

2001–2014: RSD Alois Einhauser und StD Dietmar Steiner  
ab 2015: RSD Alois Einhauser

Übungsaufgaben:

RSD Alois Einhauser

# Hinweise

Die Abschlussprüfungsaufgaben im Fach Mathematik werden vom Bayerischen Staatsministerium für Unterricht und Kultus zentral für alle bayerischen Realschulen gestellt.

Die Abschlussprüfung setzt sich aus zwei Teilen zusammen. Der erste Teil (A) besteht aus drei kurzen Aufgaben zu den Themenbereichen Funktionen, ebene Geometrie und Raumgeometrie. Der zweite Teil (B) besteht aus zwei komplexeren Aufgaben. Die erreichbare Anzahl der Punkte ist im Teil B etwa doppelt so hoch wie im Teil A.

Sie haben zur Bearbeitung der Aufgaben **150 Minuten** Zeit. Als Hilfsmittel sind elektronische Taschenrechner (auch grafikfähige) und eine zugelassene Formelsammlung erlaubt.

## Zur Lösung der Aufgaben:

1. Bei allen Aufgaben sollen die Lösungen sinnvoll gerundet werden.
2. Bei einer Reihe von Aufgaben ist es ratsam, sich zur Veranschaulichung der Aufgabenstellung eine Zeichnung bzw. Skizze zu erstellen.
3. Vorgehensweise für die Erstellung von Schrägbildern:
  - a) Zeichnen der Schrägbildachse (waagrecht auf dem Arbeitsblatt).
  - b) Antragen der gegebenen Strecke, die laut Angabe auf der Schrägbildachse liegen soll, auf dieser.
  - c) Antragen einer Geraden, die mit der Schrägbildachse den angegebenen Winkel  $\omega$  einschließt, in einem Endpunkt der in b angetragenen Strecke.
  - d) Alle Linien, die senkrecht zur Zeichenebene verlaufen, werden im Schrägbild unter dem Winkel  $\omega$  angetragen.  
Alle Strecken, die senkrecht zur Zeichenebene verlaufen, werden mit dem Faktor q verkürzt angetragen.
  - e) Strecken, die in der Zeichenebene oder parallel zu dieser liegen, werden in wahrer Länge angetragen.

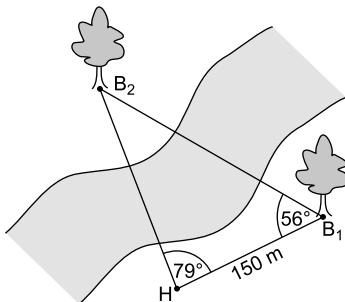
Zu allen Aufgaben haben wir ausführliche **Lösungsvorschläge** abgedruckt, die möglichst nur zur Kontrolle benutzt werden sollten. Wenn Sie nicht weiterkommen, sollen Ihnen unsere grau markierten **Hinweise und Tipps** helfen, den Lösungsweg zu erkennen. Zuerst sollten Sie selbst die Lösung finden und dann mit dem Buch vergleichen. Nur wenn man sich selbst anstrengt, bleibt der Stoff auch im Gedächtnis und man „lernt“ dazu.



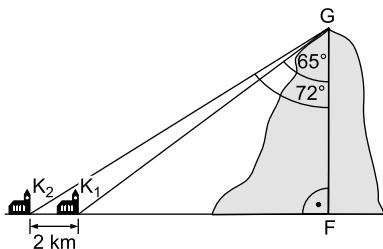
**Übungsaufgaben Mathematik I – Realschule**  
**Praxisorientierte Aufgaben**

- 1 Der Abstand zweier Bäume  $B_1$  und  $B_2$ , die durch einen Fluss getrennt sind, soll bestimmt werden.  
 Von einem 150 m vom Baum  $B_1$  entfernten Hilfspunkt  $H$  erscheinen die beiden Bäume unter einem  $79^\circ$ -Winkel. Der Winkel  $B_2B_1H$  beträgt  $56^\circ$  (vgl. nebenstehende Skizze).

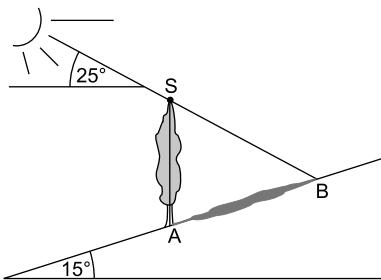
Berechnen Sie die Entfernung der beiden Bäume  $B_1B_2$  auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.



- 2 Die Kirchen zweier Ortschaften liegen auf einer Höhe von 550 m über dem Meeresspiegel. Sie sind 2 km voneinander entfernt. Der Gipfel eines Berges liegt genau senkrecht über der Verbindungslinie der beiden Kirchen (vgl. Abbildung).  
 Vom Gipfel aus erscheint die eine Kirche unter einem  $65^\circ$ -Winkel zur Vertikalen, die andere Kirche unter einem  $72^\circ$ -Winkel.  
 In welcher Höhe liegt der Gipfel?  
 (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)



- 3 Ein Baum steht auf einem Hang (vgl. Abbildung), der um  $15^\circ$  gegenüber der Horizontalen geneigt ist.  
 Zu dem Zeitpunkt, an dem der Schatten des Baumes genau in der Falllinie verläuft, ist der Schatten des Baumes 17,5 m lang. Die Sonnenhöhe wird mit  $25^\circ$  gemessen.  
 Berechnen Sie die Höhe des Baumes.  
 (Hilfen, falls die Aufgabe zu komplex ist:  
 a) Bestimmen Sie das Maß des Winkels ASB.  
 b) Zeichnen Sie eine Horizontale durch B und bestimmen Sie das Maß des Winkels SBA.)





## Lösung

1  $\angle HB_2B_1 = 45^\circ$

$$\frac{\overline{B_1B_2}}{\sin 79^\circ} = \frac{150 \text{ m}}{\sin 45^\circ}$$

$$\overline{B_1B_2} = 150 \text{ m} \cdot \frac{\sin 79^\circ}{\sin 45^\circ}$$

$$\overline{B_1B_2} = 208,23 \text{ m}$$

2  $\angle K_2GK_1 = 72^\circ - 65^\circ = 7^\circ$

$$\angle K_1K_2G = 180^\circ - 90^\circ - 72^\circ = 18^\circ$$

$$\angle GK_1K_2 = 180^\circ - 7^\circ - 18^\circ = 155^\circ$$

Im Dreieck  $K_2K_1G$  gilt:

$$\frac{\overline{K_1G}}{\sin 18^\circ} = \frac{2 \text{ km}}{\sin 7^\circ}$$

$$\overline{K_1G} = 2 \text{ km} \cdot \frac{\sin 18^\circ}{\sin 7^\circ}$$

$$\overline{K_1G} = 5,07 \text{ km}$$

Im Dreieck  $K_1FG$  gilt:

$$\overline{GF} = 5,07 \text{ km} \cdot \cos 65^\circ$$

$$\overline{GF} = 2,14 \text{ km}$$

Gipfelhöhe:  $2,14 \text{ km} + 0,55 \text{ km} = 2,69 \text{ km}$   
 $2,69 \text{ km}$  über dem Meeresspiegel.

3 Einzeichnen der Horizontalen durch S als Hilfslinie.

$$\begin{aligned} \angle ASB &= 90^\circ - 25^\circ \\ &= 65^\circ \end{aligned}$$

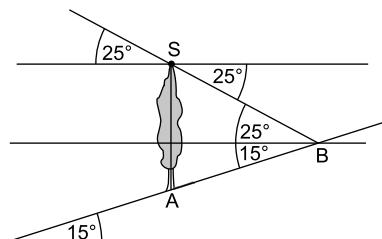
Einzeichnen der Horizontalen durch B als Hilfslinie.

$$\begin{aligned} \angle SBA &= 25^\circ + 15^\circ \\ &= 40^\circ \end{aligned}$$

$$\frac{\overline{AS}}{\sin 40^\circ} = \frac{17,5 \text{ m}}{\sin 65^\circ}$$

$$\overline{AS} = 17,5 \text{ m} \cdot \frac{\sin 40^\circ}{\sin 65^\circ}$$

$$\overline{AS} = 12,4 \text{ m}$$



**Abschlussprüfung an Realschulen 2018 – Mathematik I**  
**Teil A**

---

**Aufgabe A 1**

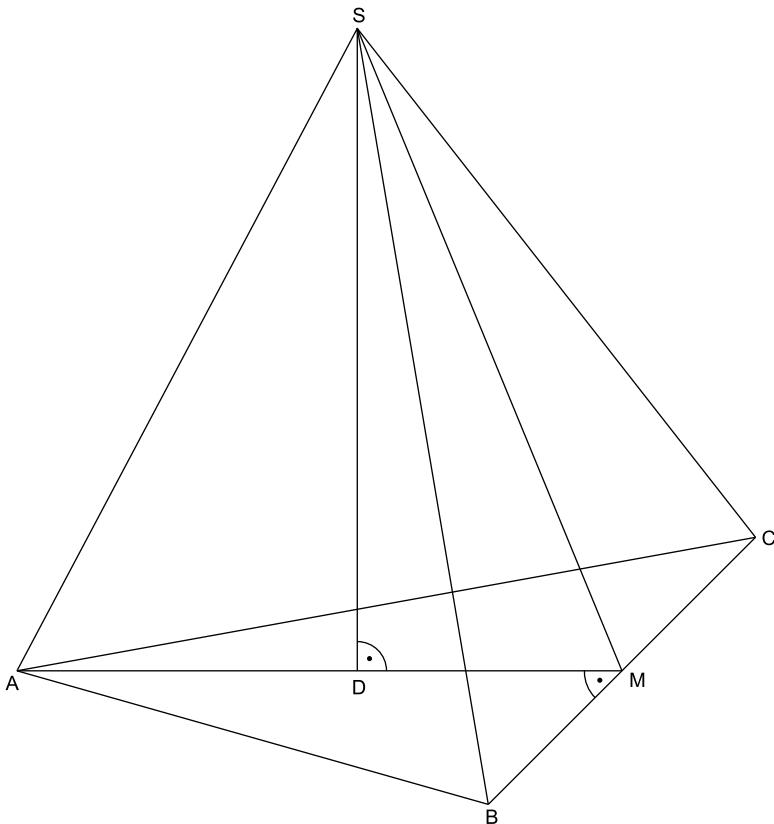
- A 1.0 Es werden zwei Versuche zur Abkühlung von heißem Wasser durchgeführt. Der Temperaturverlauf während dieser Versuche lässt sich jeweils näherungsweise durch eine Exponentialfunktion der Form  $y = (y_A - y_U) \cdot 0,9^x + y_U$  ( $\mathbb{G} = \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+$ ,  $y_A \in \mathbb{R}^+$ ,  $y_U \in \mathbb{R}^+$ ) beschreiben.
- Dabei ist nach  $x$  Minuten die Temperatur des Wassers auf  $y$  °C gesunken. Die Anfangstemperatur des Wassers beträgt  $y_A$  °C und die Umgebungstemperatur  $y_U$  °C.
- Runden Sie im Folgenden auf eine Stelle nach dem Komma.
- A 1.1 Im ersten Versuch kühlt 95 °C heißes Wasser in einem Raum mit einer Umgebungstemperatur von 20 °C ab.
- Berechnen Sie, nach welcher Zeit die Wassertemperatur auf 60 °C gesunken ist. 2
- A 1.2 Im zweiten Versuch kühlt 72 °C heißes Wasser in einem ersten Raum mit einer Umgebungstemperatur von 18 °C für 3 Minuten ab. Anschließend wird der Abkühlvorgang in einem zweiten Raum für weitere 8 Minuten fortgesetzt, bis das Wasser eine Temperatur von 39 °C besitzt.
- Berechnen Sie die Umgebungstemperatur im zweiten Raum. 3

---

**Aufgabe A 2**

- A 2.0 Das gleichschenklige Dreieck ABC mit der Basis [BC] und der Höhe [AM] ist die Grundfläche der Pyramide ABCS mit der Spitze S. Der Punkt D  $\in$  [AM] ist der Fußpunkt der Pyramidenhöhe [DS], die senkrecht auf der Grundfläche steht.
- Es gilt:  $\overline{AM} = 8$  cm;  $\overline{BC} = 10$  cm;  $\overline{AD} = 4,5$  cm;  $\overline{DS} = 8,5$  cm.
- Die unten stehende Zeichnung zeigt ein Schrägbild der Pyramide ABCS.
- In der Zeichnung gilt:  $q = \frac{1}{2}$ ;  $\omega = 45^\circ$ ; [AM] liegt auf der Schrägbildachse.
- Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.





- A 2.1 Berechnen Sie das Maß des Winkels MAC.  
[Ergebnis:  $\angle MAC = 32,01^\circ$ ] 1

A 2.2 Punkte  $P_n$  liegen auf der Strecke [DS]. Die Winkel  $DAP_n$  haben das Maß  $\varphi$  mit  $\varphi \in [10^\circ; 62,10^\circ]$ . Zeichnen Sie den Punkt  $P_1$  und die Strecke  $[AP_1]$  für  $\varphi = 40^\circ$  in das Schrägbild zu A 2.0 ein. 1

A 2.3 Durch die Punkte  $P_n$  verlaufen zur Grundfläche ABC parallele Ebenen, die die Kanten der Pyramide ABCS in Punkten  $E_n \in [AS]$ ,  $F_n \in [BS]$  und  $G_n \in [CS]$  und die Strecke [MS] in Punkten  $N_n$  schneiden. Die Dreiecke  $E_nF_nG_n$  sind die Grundflächen von Pyramiden  $E_nF_nG_nD$  mit der Spitze D. Zeichnen Sie die Pyramide  $E_1F_1G_1D$  und den Punkt  $N_1$  in das Schrägbild zu A 2.0 ein. 1

- A 2.4 Berechnen Sie die Längen der Strecken  $[DP_n]$  und  $[E_n N_n]$  in Abhängigkeit von  $\varphi$ .

[Ergebnisse:  $\overline{DP_n}(\varphi) = 4,5 \cdot \tan \varphi$  cm;  $\overline{E_n N_n}(\varphi) = (8 - 4,24 \cdot \tan \varphi)$  cm] 3

- A 2.5 Berechnen Sie das Volumen der Pyramide  $E_1 F_1 G_1 D$ . 3

---

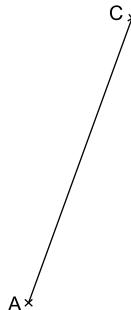
### Aufgabe A 3

- A 3.0 Gegeben sind Dreiecke  $AB_nC$  mit der Seitenlänge  $\overline{AC} = 4$  cm.

Die Winkel  $B_nAC$  haben das Maß  $\alpha$  mit  $\alpha \in ]0^\circ; 60^\circ[$ .

Das Maß der Winkel  $ACB_n$  ist doppelt so groß wie das Maß der Winkel  $B_nAC$ .

- A 3.1 Ergänzen Sie die Zeichnung zum Dreieck  $AB_1C$  für  $\alpha = 50^\circ$ . 1



- A 3.2 Bestimmen Sie die Länge der Strecken  $[B_nC]$  in Abhängigkeit von  $\alpha$  und vereinfachen Sie mithilfe einer Supplementbeziehung. 2

- A 3.3 Das Dreieck  $AB_2C$  ist gleichschenklig mit der Basis  $[AB_2]$ .

Begründen Sie, dass das Dreieck  $AB_2C$  rechtwinklig ist.

2  
19

## Lösung

### Aufgabe A 1

- A 1.1  Bei einer Anfangstemperatur von  $95^{\circ}\text{C}$  und einer Umgebungstemperatur von  $20^{\circ}\text{C}$  erhält man folgende Funktionsgleichung:  $y = (95 - 20) \cdot 0,9^x + 20$

$$\begin{aligned} 60 &= (95 - 20) \cdot 0,9^x + 20 & | - 20 & \quad x \in \mathbb{R}^+ \\ \Leftrightarrow 40 &= 75 \cdot 0,9^x & | : 75 \\ \Leftrightarrow \frac{8}{15} &= 0,9^x \\ \Leftrightarrow x &= \log_{0,9} \frac{8}{15} \\ \Leftrightarrow x &= \frac{\lg \frac{8}{15}}{\lg 0,9} \\ \Leftrightarrow x &= 6,0 \\ \mathbb{L} &= \{6,0\} \end{aligned}$$

Nach 6,0 Minuten ist die Wassertemperatur auf  $60^{\circ}\text{C}$  gesunken.

- A 1.2  Bei einer Anfangstemperatur von  $72^{\circ}\text{C}$  und einer Umgebungstemperatur von  $18^{\circ}\text{C}$  erhält man folgende Funktionsgleichung:  $y = (72 - 18) \cdot 0,9^x + 18$

$$y = (72 - 18) \cdot 0,9^3 + 18$$

$$y = 57,4$$

Temperatur nach 3 Minuten:  $57,4^{\circ}\text{C}$

-  Nun kühlt das Wasser bei der Anfangstemperatur von  $57,4^{\circ}\text{C}$  in 8 Minuten auf  $39^{\circ}\text{C}$  ab. Die entsprechende Umgebungstemperatur ist gesucht.

$$\begin{aligned} 39 &= (57,4 - y_U) \cdot 0,9^8 + y_U & y_U \in \mathbb{R}^+ \\ \Leftrightarrow 39 &= (57,4 - y_U) \cdot 0,4 + y_U \\ \Leftrightarrow 39 &= 23,0 - 0,4y_U + y_U \\ \Leftrightarrow 39 &= 23,0 + 0,6y_U & | - 23,0 \\ \Leftrightarrow 0,6y_U &= 16,0 & | : 0,6 \\ \Leftrightarrow y_U &= 26,7 \\ \mathbb{L} &= \{26,7\} \end{aligned}$$

Die Umgebungstemperatur im zweiten Raum beträgt  $26,7^{\circ}\text{C}$ .

*Bemerkung:* Rundet man erst am Ende der Berechnung, erhält man  $y_U = 25,1$ .

## Aufgabe A 2

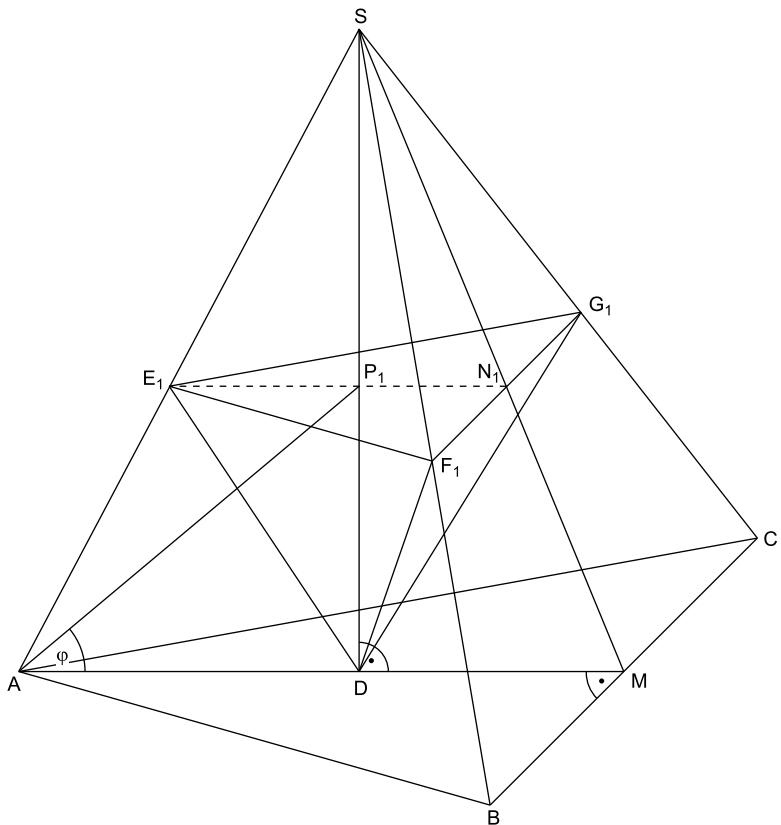
A 2.1 Im rechtwinkligen Dreieck AMC gilt:

$$\tan \alpha_{MAC} = \frac{\overline{MC}}{\overline{AM}} \quad \text{mit } \overline{MC} = 0,5 \cdot \overline{BC}$$

$$\tan \angle \text{MAC} = \frac{0,5 \cdot 10 \text{ cm}}{8 \text{ cm}}$$

↗ MAC = 32,01°

## A 2.2 Einzeichnen des Punktes $P_1$ und der Strecke $[AP_1]$ für $\varphi = 40^\circ$





© **STARK Verlag**

[www.stark-verlag.de](http://www.stark-verlag.de)  
[info@stark-verlag.de](mailto:info@stark-verlag.de)

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH  
ist urheberrechtlich international geschützt.  
Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung  
des Rechteinhabers in irgendeiner Form  
verwertet werden.

**STARK**