

# Inhaltsverzeichnis

Einleitung	vii
Bezeichnungen	xiii
Abbildungsverzeichnis	xvii
Tabellenverzeichnis	xix
Algorithmenverzeichnis	xxi
<b>1 Ringe und Restklassen</b>	<b>1</b>
1.1 Ringe und Integritätsbereiche . . . . .	1
1.2 Die Restklassen $\mathbb{Z}_m$ . . . . .	2
1.2.1 Kongruenz modulo $m$ . . . . .	3
1.2.2 Eine Abbildung in $\mathbb{Z}_m$ . . . . .	4
1.2.3 Die Arithmetik . . . . .	5
1.3 Symmetrische Reste modulo $m$ . . . . .	6
<b>2 Der euklidische Algorithmus</b>	<b>9</b>
2.1 Der euklidische Algorithmus . . . . .	10
2.1.1 ggT und kgV . . . . .	10
2.1.2 Der Algorithmus, „basic version“ . . . . .	10
2.1.3 Die euklidische Funktion, euklidische Ringe . . . . .	11
2.2 Erweiterter euklidischer Algorithmus . . . . .	13
2.2.1 Der Algorithmus . . . . .	13
2.2.2 Lemma von Bézout . . . . .	14
2.2.3 Multiplikative Inverse und Brüche modulo $m$ . . . . .	14
2.2.4 Farey-Brüche . . . . .	15
2.2.5 EEA und Brüche modulo $m$ . . . . .	17
2.2.6 Rationale Arithmetik in $\hat{\mathbb{Z}}_m$ . . . . .	20
2.3 Analyse . . . . .	21
2.3.1 Kettenbrüche . . . . .	21
2.3.2 Abfallgeschwindigkeit der euklidischen Funktion . . . . .	23
2.3.3 Analyse des Algorithmus 3 . . . . .	24

2.3.4	Analyse des Algorithmus 4	26
2.3.5	Interpretation der Ergebnisse	29
2.4	Homomorphismen	29
<b>3</b>	<b>Ganzzahliges multimodulares Rechnen</b>	<b>33</b>
3.1	Allgemeines	34
3.2	Der Chinesische Restsatz	35
3.3	Die Arithmetik	36
3.4	Isomorphie	37
3.5	Mixed-radix Darstellungen	38
<b>4</b>	<b>Rationales multimodulares Rechnen</b>	<b>43</b>
4.1	Darstellung der $\mathbb{M}_\beta$	44
4.2	Die Abbildungen	45
4.2.1	Vorwärtsabbildung	45
4.2.2	Normalisierung	47
4.2.3	Rückwärtsabbildung	48
4.2.4	Arithmetik	51
4.3	Ein Gegenbeispiel	55
4.4	Modifizierte Abbildungen	57
4.4.1	Vorwärtsabbildung	58
4.4.2	Normalisierung	59
4.4.3	Rückwärtsabbildung	62
4.5	Analyse der Abbildungen	65
4.5.1	Hilfsaussagen	65
4.5.2	Die Addition	66
4.5.3	Die Multiplikation	68
4.5.4	$\varphi$ ist ein Homomorphismus	69
4.5.5	Die Inversen	70
<b>5</b>	<b>Berechnung der Determinante</b>	<b>71</b>
5.1	Motivation	71
5.2	Naiver Ansatz	72
5.3	Die LU-Zerlegung	73
5.3.1	Das Verfahren	74
5.3.2	Maße und Abschätzungen	76
5.4	Die Berechnung	78
5.4.1	Die Hilbert-Matrizen	78
5.4.2	Die Pascal-Matrizen	80