

2021

# Abitur

Original-Prüfungen  
mit Lösungen

**MEHR  
ERFAHREN**

Sachsen

Mathematik GK

+ *Online-Glossar*

**ActiveBook**  
• Interaktives  
Training



**STARK**

# Inhalt

Vorwort	
Stichwortverzeichnis	

## **Hinweise und Tipps zum Zentralabitur**

---

Ablauf der Prüfung	I
Leistungsanforderungen und Bewertungen	II
Operatoren und Anforderungsbereiche	IV
Methodische Hinweise oder allgemeine Tipps zur schriftlichen Prüfung	V
Hinweise und Tipps zum Lösen von Aufgaben mit dem CAS-Rechner	X
Arbeiten mit dem CAS-Rechner	X

## **Abiturprüfung 2012**

---

Teil A	2012-1
Teil B, Aufgabe 1	2012-7
Teil B, Aufgabe 2	2012-13

## **Abiturprüfung 2013**

---

Teil A	2013-1
Teil B, Aufgabe 1	2013-7
Teil B, Aufgabe 2	2013-14

## **Abiturprüfung 2014**

---

Teil A	2014-1
Teil B, Aufgabe 1	2014-8
Teil B, Aufgabe 2	2014-14

## **Abiturprüfung 2015**

---

Teil A	2015-1
Teil B, Aufgabe 1	2015-8
Teil B, Aufgabe 2	2015-15

## Abiturprüfung 2016

---

Teil A .....	2016-1
Teil B, Aufgabe 1 .....	2016-6
Teil B, Aufgabe 2 .....	2016-12

## Abiturprüfung 2017

---

Teil A .....	2017-1
Teil B, Aufgabe 1 .....	2017-7
Teil B, Aufgabe 2 .....	2017-15

## Abiturprüfung 2018

---

Teil A .....	2018-1
Teil B, Aufgabe 1 .....	2018-7
Teil B, Aufgabe 2 .....	2018-13

## Abiturprüfung 2019

---

Teil A .....	2019-1
Teil B, Aufgabe 1 .....	2019-8
Teil B, Aufgabe 2 .....	2019-16

## Abiturprüfung 2020

---

[www.stark-verlag.de/mystark](http://www.stark-verlag.de/mystark)

Das Corona-Virus hat im vergangenen Schuljahr auch die Prüfungsabläufe durcheinandergebracht und manches verzögert. Daher sind die Aufgaben und Lösungen zur Abiturprüfung 2020 in diesem Jahr nicht im Buch abgedruckt, sondern erscheinen in digitaler Form. Sobald die Original-Prüfungsaufgaben 2020 zur Veröffentlichung freigegeben sind, können Sie diese als PDF auf der Plattform MyStark herunterladen (Zugangscode vgl. Farbseiten vorne im Buch).



Ihr Coach zum Erfolg: Mit dem **Interaktiven Training zum hilfsmittelfreien Teil des Abiturs** lösen Sie online Aufgaben, die speziell auf diesen Prüfungsteil zugeschnitten sind. Am besten gleich ausprobieren! Ausführliche Infos inkl. Zugangscode finden Sie auf den Farbseiten vorne in diesem Buch.



Sitzen alle mathematischen Begriffe? Im Interaktiven Training und unter [www.stark-verlag.de/mathematik-glossar/](http://www.stark-verlag.de/mathematik-glossar/) finden Sie ein kostenloses Glossar zum schnellen Nachschlagen aller wichtigen Definitionen mitsamt hilfreicher Abbildungen und Erläuterungen.

## Lösungen der Aufgaben:

---

Marion Genth, Schönborn

# Vorwort

Liebe Abiturientin, lieber Abiturient,

mit diesem Buch helfen wir Ihnen, sich effektiv auf die **zentrale Abiturprüfung 2021 im Fach Mathematik (Grundkurs) in Sachsen** vorzubereiten. Aufgrund des umfangreichen Stichwortverzeichnisses eignet sich das Material aber auch zur gezielten **Vorbereitung auf Klausuren**.

Genaue Informationen und wertvolle Hinweise über die Struktur der Prüfung erfahren Sie in dem Abschnitt „**Hinweise und Tipps zum Zentralabitur**“. Dort erhalten Sie auch ausführliche Ratschläge zum Umgang mit dem CAS-Rechner in der Prüfung.

Der Hauptteil des Bandes enthält die **Abitur-Prüfungsaufgaben der Jahrgänge 2012 bis 2019**, die **Abiturprüfung 2020** steht Ihnen auf der Plattform MyStark zum Download zur Verfügung.

Zu allen Aufgaben finden Sie von mir ausgearbeitete **vollständige Lösungsvorschläge** sowie separate **Tipps zum Lösungsansatz**, die den Einstieg in die Aufgabe erleichtern und dazu beitragen, die Aufgabe **möglichst selbstständig** zu lösen.

Mithilfe der offiziellen Abituraufgaben gewinnen Sie einen Eindruck von Inhalt, Struktur, Umfang und Schwierigkeitsgrad der Prüfung und durch das Bearbeiten vieler Aufgaben auch zunehmende Sicherheit bei deren Lösung. Beginnen Sie deshalb rechtzeitig mit der Vorbereitung auf die Prüfung.

Sollten nach Erscheinen dieses Bandes noch wichtige Änderungen in der Abiturprüfung 2021 vom Sächsischen Staatsministerium für Kultus bekannt gegeben werden, finden Sie aktuelle Informationen dazu ebenfalls bei MyStark.

Viel Erfolg für die Prüfungsvorbereitung und für das Abitur!

Marion Genth



# Hinweise und Tipps zum Zentralabitur

## Ablauf der Prüfung

---

### Die zentrale schriftliche Abiturprüfung

Im Land Sachsen gibt es im Fach Mathematik zentrale schriftliche Abiturprüfungen getrennt nach Leistungskurs und Grundkurs.

Die Prüfungsinhalte richten sich nach den einheitlichen Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife und dem Lehrplan für das allgemeinbildende Gymnasium in Sachsen im Fach Mathematik.

### Aufbau der Prüfungsarbeit

Seit dem **Schuljahr 2009/2010** besteht die Prüfungsarbeit aus den zu bearbeitenden **Prüfungsteilen A und B**.

Dabei sind von jedem Prüfling zu bearbeiten:

- im Teil A mehrere Pflichtaufgaben zu grundlegenden Problemen der Mathematik,
- im Teil B bis zu drei Pflichtaufgaben, die Probleme der Analysis, Geometrie/Algebra und Stochastik enthalten. Die Aufgaben können Inhalte dieser drei mathematischen Teilgebiete miteinander vernetzen oder auch Inhalte aus nur einem der drei Teilgebiete enthalten.

Seit einigen Jahren ist der Lernbereich Matrizen verpflichtend im Lehrplan vorgeschrieben und kann demnach in der Abiturprüfung abgefragt werden. Dies ist jedoch in den bisherigen Prüfungen nicht erfolgt.

Die Aufgaben im Prüfungsteil B berücksichtigen

- die Bearbeitung innermathematischer Fragestellungen und die Anwendung mathematischer Kenntnisse und Fähigkeiten auf praxisorientierte Sachverhalte,
- die selbstständige Auswahl und flexible Anwendung grundlegender mathematischer Kenntnisse und Fähigkeiten bei offener Fragestellung.

Ergänzende Hinweise zum Prüfungsinhalt:

In den Aufgabenstellungen werden die allgemeinen mathematischen Kompetenzen

- mathematisch argumentieren,
- Probleme mathematisch lösen,
- mathematisch modellieren,
- mathematische Darstellungen verwenden,
- mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen,
- mathematisch kommunizieren

in einem ausgewogenen Verhältnis berücksichtigt.

## Dauer der Prüfung

Für die Bearbeitung der Aufgaben stehen den Schülerinnen und Schülern im **Grundkurs 240 Minuten** zur Verfügung.

Die Materialien und alle vom Prüfling angefertigten Aufzeichnungen zum **Prüfungsteil A** werden **70 Minuten** nach Arbeitsbeginn von der Aufsicht führenden Lehrkraft eingesammelt.

## Zugelassene Hilfsmittel

Die für die schriftliche Abiturprüfung im Fach Mathematik zugelassenen Hilfsmittel sind:

- grafikfähiger, programmierbarer Taschenrechner (GTR) mit oder ohne Computer-Algebra-System (CAS) oder ein Computer-Algebra-System auf der Grundlage einer anderen geschlossenen Plattform entsprechend den getroffenen Festlegungen der Schule im **Prüfungsteil B**
- Tabellen- und Formelsammlung im **Prüfungsteil B**
- Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung
- Zeichengeräte

Sämtliche Entwürfe und Aufzeichnungen gehören zur Abiturarbeit und dürfen nur auf den für die Prüfung ausgeteilten Aufgabenblättern des Teils A bzw. dem ausgeteilten Papier „Blätter für Reinschrift und Konzept bei schriftlichen Abiturarbeiten“ angefertigt werden.

## Leistungsanforderungen und Bewertungen

---

Für die Bewertung der Prüfungsarbeiten gilt ab dem Abitur 2020 der folgende verbindliche Bewertungsmaßstab:

- Teil A: erreichbar sind 25 BE
- Teil B: erreichbar sind 75 BE

Insgesamt sind 100 Bewertungseinheiten (BE) erreichbar.

Bis einschließlich Abitur 2019 waren in Teil A maximal 15 BE und in Teil B 45 BE erreichbar; insgesamt also 60 BE.

Bei der Auswertung der Prüfungsergebnisse erfolgt ab dem Abitur 2020 die Anwendung der nachfolgend abgedruckten 100-BE-Skala. Bis einschließlich Abitur 2019 galt eine entsprechende 60-BE-Skala.





**Grundkurs Mathematik (Sachsen): Abiturprüfung 2018**  
**Teil B – Aufgabe 1**

Braunkohle wird im Tagebau abgebaut. Die Profillinie eines Tagebauabschnittes kann in einem kartesischen Koordinatensystem (1 Längeneinheit entspricht 1 Meter) modellhaft dargestellt werden (siehe Abbildung 1).

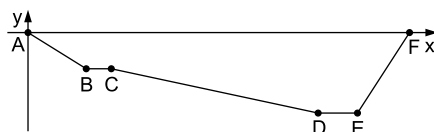


Abbildung 1 (nicht maßstäblich)

Im Modell besteht diese Profillinie aus den Strecken  $\overline{AB}$ ,  $\overline{BC}$ ,  $\overline{CD}$ ,  $\overline{DE}$  und  $\overline{EF}$ . Die Punkte A und D besitzen die Koordinaten  $A(0,0|0,0)$  bzw.  $D(225,0|-63,0)$ . Die Strecke  $\overline{AB}$  wird durch den Graphen der Funktion  $g$  mit  $g(x) = -\frac{3}{5} \cdot x$  ( $x \in \mathbb{R}; 0,0 \leq x \leq 45,0$ ) beschrieben. Die Strecke  $\overline{BC}$  verläuft parallel zur  $x$ -Achse. Die jeweilige Tiefe des Tagebauabschnittes entspricht dem Abstand des jeweiligen Punktes der Profillinie zur  $x$ -Achse.

- 1.1 Der Punkt B besitzt die Koordinaten  $B(45,0|g(45,0))$ .

Weisen Sie nach, dass im Punkt B die Tiefe des Tagebauabschnittes 27,0 m beträgt. Zeigen Sie, dass der Punkt D auf dem Graphen der Funktion  $h$  mit

$$h(x) = -\frac{9}{40} \cdot x - \frac{99}{8} \quad (x \in \mathbb{R})$$

liegt. Der Punkt C liegt ebenfalls auf dem Graphen von  $h$ .

Ermitteln Sie die Koordinaten von C.

Erreichbare BE-Anzahl: 5

Ein Tagebau wurde nach seiner Schließung rekultiviert, wobei das Gelände des Tagebaus ausgeglichen wurde.

Jede Ebene, welche einen 5 000,0 m langen Geländeabschnitt dieses rekultivierten Tagebaus senkrecht zu seinem Verlauf schneidet, erzeugt die gleiche Profillinie des Geländes. Diese Profillinie kann in einem kartesischen Koordinatensystem (1 Längeneinheit entspricht 1 Meter) modellhaft durch den Graphen der Funktion  $f$  mit  $f(x) = 5,30 \cdot 10^{-7} \cdot x^4 - 3,06 \cdot 10^{-4} \cdot x^3 + 5,51 \cdot 10^{-2} \cdot x^2 - 3,29 \cdot x$  ( $x \in \mathbb{R}; 0,0 \leq x \leq 299,3$ ) dargestellt werden (siehe Abbildung 2).

Die jeweilige Tiefe des Geländes entspricht dem Abstand des jeweiligen Punktes des Graphen von  $f$  zur  $x$ -Achse.

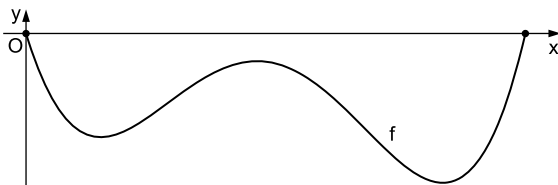


Abbildung 2 (nicht maßstäblich)



## Tipps und Hinweise

### Teilaufgabe 1.1

- Bestimmen Sie die y-Koordinate des Punktes  $B(x_B | y_B)$  mit  $y_B = g(45, 0)$ .
- Der Betrag des Funktionswertes  $y_B$  in Meter ist die gesuchte Tiefe.
- Zum Nachweis der Lage des Punktes  $D(x_D | y_D)$  setzen Sie die Koordinaten dieses Punktes in die Gleichung der Funktion  $h$  ein und zeigen, dass eine wahre Aussage entsteht.
- Für die Bestimmung der x-Koordinate des Punktes  $C(x_C | y_C)$  beachten Sie, dass gilt:  
 $y_B = y_C = h(x_C) = -27, 0$

### Teilaufgabe 1.2

- Bestimmen Sie mit dem GTR die Koordinaten aller Minimumpunkte des Graphen der Funktion  $f$ .
- Wählen Sie den Minimumpunkt mit dem betragsmäßig größten Funktionswert aus.
- Der Betrag dieses Funktionswertes in Meter gibt die maximale Tiefe des Geländes an.

### Teilaufgabe 1.3

- Geben Sie mittels GTR die Steigungen in den Punkten R und S an.
- Bestimmen Sie mittels GTR die größte Steigung im Bereich zwischen den Punkten R und S. (*Hinweis:* Es ist die Steigung im Wendepunkt zwischen den Punkten R und S.)
- Formulieren Sie eine begründete Entscheidung.

### Teilaufgabe 1.4

- Nutzen Sie für die Volumenberechnung des Wassers folgenden Ansatz:  
$$V = 5\,000, 0 \cdot \left| \int_{x_{N_1}}^{x_{N_2}} f(x) \, dx \right|, \text{ wobei } x_{N_{1;2}} \text{ die Nullstellen der Funktion } f \text{ sind.}$$
- Vergessen Sie die Einheit bei der Angabe des Ergebnisses nicht.
- Für die Ermittlung der Anzahl der Tage dividieren Sie das berechnete Wasservolumen durch die Zuflussmenge.
- Beachten Sie bei der Ergebnisangabe die geforderte Einheit Tage.

### Teilaufgabe 1.5

- Erstellen Sie die Abstandsfunktion  $d$  zwischen dem gegebenen Punkt  $T(x_T | y_T)$  und einem beliebigen Punkt  $P(x_P | f(x_P))$  auf dem Graphen der Funktion  $f$ , z. B. mit  
$$d(x) = \sqrt{(x_T - x_P)^2 + (y_T - f(x_P))^2}.$$
- Ermitteln Sie mittels GTR die Koordinaten der Minimumpunkte der Funktion  $d$ .
- Wählen Sie den Minimumpunkt mit dem kleinsten Funktionswert aus.
- Dieser Funktionswert in Meter ist die gesuchte Länge.

### Teilaufgabe 1.6

- Bestimmen Sie die Anzahl der Schleien in der Stichprobe und ermitteln Sie daraus deren prozentualen Anteil.
- Für die Berechnung der Wahrscheinlichkeit multiplizieren Sie die drei prozentualen Anteile und beachten die Anzahl der Entnahmemöglichkeiten.

### Lösungen

1.1 Tiefe  $t$  des Tagebauabschnittes im Punkt B:

$$x_B = 45,0 \text{ in } g(x) = -\frac{3}{5}x$$

$$\Rightarrow g(45,0) = -\frac{3}{5} \cdot 45,0 = -27,0$$

$$t = |g(45,0)| = 27,0$$

Die Tiefe  $t$  des Tagebauabschnittes beträgt 27,0 m.

Nachweis, dass der Punkt D auf dem Graphen der Funktion  $h$  liegt:

$$D(225,0) \mid -63,0 \text{ in } h(x) = -\frac{9}{40}x - \frac{99}{8}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow h(225,0) &= -63,0 = -\frac{9}{40} \cdot 225,0 - \frac{99}{8} \\ -63,0 &= -\frac{405}{8} - \frac{99}{8} = -\frac{504}{8} \\ -63,0 &= -63,0 \text{ w. A.}\end{aligned}$$

Damit ist der Nachweis geführt.

Ermitteln der Koordinaten des Punktes C:

$$(1) \text{ Strecke } \overline{BC} \parallel x\text{-Achse} \Rightarrow y_B = \underline{y_C = -27,0}$$

(2) C liegt auf dem Graphen von  $h$ .

$$\begin{aligned}\Rightarrow h(x_C) &= -27,0 = -\frac{9}{40}x_C - \frac{99}{8} \\ -\frac{9}{40}x_C &= -\frac{117}{8} \\ \underline{x_C} &= \underline{65,0}\end{aligned}$$

Die Koordinaten des Punktes C sind (65,0 | -27,0).

Die Koordinate  $x_C$  kann man auch mit einem geeigneten GTR-Programm bestimmen.

$$1.2 \quad f(x) = 5,30 \cdot 10^{-7} \cdot x^4 - 3,06 \cdot 10^{-4} \cdot x^3 + 5,51 \cdot 10^{-2} \cdot x^2 - 3,29 \cdot x$$

$$E_{\text{Min}_1}(44,9 | -62,2)$$

$$E_{\text{Min}_2}(249,8 | -89,7)$$

Der tiefste Punkt ist der Punkt  $E_{\text{Min}_2}$ .

Der Betrag seines Funktionswertes in Meter gibt die maximale Tiefe des Geländes mit 89,7 m an.

$$1.3 \quad R(44,9 | -62,2)$$

$$S(138,3 | -16,7)$$

Steigung im Punkt R:  $f'(44,9) = 0$

Steigung im Punkt S:  $f'(138,3) = 0$

Maximale Steigung im Intervall  $44,9 \leq x \leq 138,3$  (im Wendepunkt):

$$f'(85,1) \approx 0,746 = 74,6 \% < 75 \%$$

Die Steigung bestimmt man mit einem geeigneten GTR-Programm.

Ergebnis:

Das Raupenfahrzeug kann jede Steigung auf dieser Strecke bewältigen.

$$1.4 \quad V \dots \text{Wasservolumen in m}^3$$

$$V = 5\,000,0 \cdot \left| \int_{0,0}^{299,3} f(x) \, dx \right|$$

$$V = 5\,000,0 \cdot 14\,221,0$$

$$V = 7,11 \cdot 10^7$$

Das gesamte Wasservolumen beträgt  $7,11 \cdot 10^7 \text{ m}^3$ .

t ... Anzahl der Tage bis zur vollständigen Flutung

$$t = \frac{7,11 \cdot 10^7 \text{ m}^3}{42 \frac{\text{m}^3}{\text{min}}}$$

$$t = 1\,692\,857 \text{ min}$$

$$t = \frac{1\,692\,857}{60 \cdot 24} \text{ Tage}$$

$$t \approx 1176 \text{ Tage}$$

Bis zur vollständigen Flutung vergehen 1176 Tage.



© **STARK Verlag**

[www.stark-verlag.de](http://www.stark-verlag.de)  
[info@stark-verlag.de](mailto:info@stark-verlag.de)

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH  
ist urheberrechtlich international geschützt.  
Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung  
des Rechteinhabers in irgendeiner Form  
verwertet werden.

**STARK**