

# 1 Einleitung

Zahlreiche elektrotechnische Geräte und Baugruppen beinhalten Leiteranordnungen, die von zeitlich veränderlichen, eingeprägten Strömen durchflossen sind. Obwohl sich Art und Aufgabe der Geräte stark voneinander unterscheiden können, gehorcht der Stromfluss in den Leiteranordnungen stets denselben physikalischen Grundgesetzen. Die zeitlich veränderlichen Ströme verursachen ein ebenso zeitlich veränderliches magnetisches Feld, das die Leiter sowohl umgibt als auch durchdringt. Durchdringt ein solches Feld elektrisch leitfähige Materialien, wie beispielsweise benachbarte Leiter oder den Leiter selbst, werden dort Spannungen induziert, die zu Wirbelströmen im jeweiligen Leiter führen. Diese Wirbelströme haben stets das Bestreben, die Änderungsgeschwindigkeit des Magnetfelds im Inneren des Leiters möglichst gering zu halten und wirken damit ihrer Ursache entgegen. Die Überlagerung dieser lokal verteilten Wirbelströme und der über den Leiterquerschnitt als homogen verteilt angenommenen, eingeprägten Ströme führt insgesamt zu einer inhomogenen StromdichteVerteilung in den einzelnen Leitern. Dieses Phänomen wird in der Literatur als „Stromverdrängung“ bezeichnet, wobei häufig zwischen dem „Skin-“ und dem „Proximity“-Effekt unterschieden wird. Dabei beschreibt der Skin-Effekt die Stromverdrängung auf Grund des eingeprägten Stroms im Leiter selbst, wohingegen der Proximity-Effekt den Einfluss externer magnetischer Felder beschreibt, hervorgerufen beispielsweise durch benachbarte stromführende Leiter. Aus der inhomogenen StromdichteVerteilung und dem damit einhergehenden reduzierten wirksamen Leiterquerschnitt, resultieren teilweise erhebliche Zusatzverluste, die im Rahmen des Berechnungsprozesses quantifiziert und berücksichtigt werden müssen. Eine möglichst exakte Kenntnis der räumlichen StromdichteVerteilung ist daher notwendig, um genaue Berechnungsergebnisse zu erzielen. Zu einer präzisen numerischen Berechnung eignet sich besonders die elektromagnetische finite Elemente Methode (FEM). Mit Hilfe dieser Methode können grundsätzlich alle Problemstellungen gelöst werden, die mit Hilfe der Maxwell'schen Gleichungen beschreibbar sind. Dies schließt auch die Berücksichtigung von bewegten Körpern und nichtlinearen Materialeigenschaften mit ein. Nachteilig dabei ist jedoch zum einen, dass eine zufriedenstellende Ergebnisqualität oft nur durch hohen Diskretisierungsaufwand erreichbar ist und zum anderen, dass auch die elektromagnetisch inaktiven Volumenanteile diskretisiert werden müssen, was den Berechnungsaufwand erheblich erhöht.

Erschwerend kommt hinzu, dass die berechneten StromdichteVerteilungen Einschwingvorgänge aufweisen, die bis zu deren Abklingen mit berechnet werden müssen, um den eigentlich interessierenden, eingeschwungenen Zustand betrachten zu können. Für komplexe Geometrien führt das zu sehr hohen Rechenzeiten. Des Weiteren bedingt die Berücksichtigung bewegter

ferromagnetischer Körper, dass stets iterative Lösungsmethoden angewendet werden müssen, was den Rechenzeitbedarf nochmals vervielfacht.

Alternativ können Stromverdrängungseffekte auch durch die sogenannte „Teilleitermethode“ (engl.: „Partial Element Electrical Circuit - PEEC“) einer Berechnung zugänglich gemacht werden. Im Rahmen dieser Methode kann auf eine Diskretisierung elektromagnetisch als inaktiv betrachtbarer Teilkörper innerhalb der Methodenformulierung verzichtet werden. Zudem berechnet diese Methode direkt den eingeschwungenen Zustand und ist somit der Gruppe der direkten Lösungsverfahren zuzurechnen. Auch bietet sie den Vorteil, dass zu jeder Zeit ein Einblick in Zwischenergebnisse der Berechnung möglich ist. Ferromagnetische Materialien können innerhalb der Methode ebenso wie bei der FEM Berücksichtigung finden, erfordern jedoch auch hier den Einsatz iterativer Lösungsverfahren. Ein weiterer Nachteil der PEEC-Methode besteht darin, dass bewegte ferromagnetische Körper in solchen direkten Lösungsverfahren selbst iterativ nicht berücksichtigt werden können.

### 1.1 Zielsetzung der Arbeit

Ziel der Arbeit ist die Entwicklung und Beschreibung einer Methode, die es ermöglicht, bewegte ferromagnetische Körper innerhalb der PEEC-Formulierung zu berücksichtigen, ohne vom Grundprinzip eines direkten Lösungsverfahrens abzuweichen. Ausgehend von den grundlegenden physikalischen Zusammenhängen zur Beschreibung induktiv verkoppelner PEEC-Systeme werden zunächst geschlossene analytische Ansätze zur Berechnung von Induktivitäten ebener Systeme untersucht. Danach sollen diesen Ansätzen Alternativen gegenüber gestellt und hinsichtlich deren numerischer Stabilität und deren Eignung zur Berechnung von Stromverdrängungseffekten analysiert werden. Speziell sollen hier die Lösung der Poisson'schen Gleichung der Magnetostatik für das Dirichlet Randwertproblems eines homogenen Zylinders sowie die quasistationäre FEM im Fokus stehen. Basierend auf den feldtheoretischen Ansätzen der Magnetostatik soll die PEEC-Methode um die Nachbildung der Magnetisierung ferromagnetischer Materialien durch Grenzflächenströme erweitert werden. Die zu Grunde liegenden Magnetisierungsverteilungen werden dabei vorab mittels quasistatischer<sup>1</sup> FEM Berechnungen ermittelt. Um die Einbindung der ermittelten Grenzflächenströme innerhalb der PEEC-Formulierung zu realisieren, ist ein entsprechender Algorithmus zu entwickeln, der es ermöglicht, beliebige diskretisierte Gebiete mathematisch so darzustellen, dass die notwendigen geometrischen Parameter, wie beispielsweise Flächennormalenvektoren effizient, berechnet werden können. Zudem sollen innerhalb der erweiterten PEEC-Formulierung Systemsymmetrien ebenso berücksichtigt werden können wie Periodizitäten. Um die physikalischen Größen in einem rotierend und harmonisch bewegten Körper auf ein ortsfestes Netz zu projizieren, sind geeignete Transformationsvorschriften zu formulieren. Des Weiteren soll das entwickelte Verfahren programmiertechnisch umgesetzt und so eine Validierung

---

<sup>1</sup>In [94] sind die Klassen elektromagnetischer Felder ausführlich dargestellt und die entsprechenden Begrifflichkeiten erläutert. Im Anhang A wird kurz auf den für diese Arbeit wesentlichen Aspekt eingegangen.

der Methode anhand verschiedener Beispiele unterschiedlicher Komplexität ermöglicht werden. Dabei sollen als Referenzen sowohl numerische Lösungen aus der quasistationären FEM als auch experimentelle Ergebnisse herangezogen werden. Ziel ist es, durch die neuartige, gekoppelte Methode bei gleichbleibender Ergebnisqualität einen Verzicht auf die klassische, quasistationäre FEM zu erreichen.

## 1.2 Aufbau der Arbeit

Kapitel 2 stellt den Stand der Technik vor. Ausgehend von der allgemeinen Beschreibung der Stromverdrängung folgt eine Darstellung der wesentlichen Arbeiten zur Behandlung des Themas in elektrischen Traktionsantrieben sowie abschließend eine Zusammenfassung der aufgeführten Literatur.

Kapitel 3 beschreibt die notwendigen Grundlagen zur Behandlung des Themas beginnend mit einer kurzen Einführung in die wesentlichen Aspekte permanenterregter elektrischer Traktionsantriebe. Dabei werden die an den Antrieb gestellten Anforderungen ebenso erläutert wie auch im Betrieb entstehende Verluste, deren Berechnung und insbesondere die auftretenden Stromverdrängungseffekte. Anschließend werden die physikalischen Grundlagen der Stromverdrängung erläutert und es wird detailliert auf analytische Berechnungsansätze eingegangen, welche anhand grundlegender elektrodynamischer Zusammenhänge beschrieben werden. Außerdem widmet sich Kapitel 3 der Beschreibung von induktiven Kopplungen in Mehrleitersystemen. Ausgehend von den Grundgleichungen zur Berechnung von Induktivitäten werden zunächst induktive Systeme allgemein analysiert. Darauf folgt die Betrachtung geschlossener analytischer Lösungen für partielle Induktivitäten im zweidimensionalen Raum auf Basis der magnetischen Energie sowie die Lösung von Randwertproblemen mittels Green'scher Funktion und damit die Behandlung des Induktivitätsbegriffs entsprechend der zweidimensionalen FEM. Die notwendigen theoretischen Hintergründe werden ebenso dargestellt wie die Entwicklung der analytischen Gleichungen, die für das im Folgenden vorgestellte Verfahren notwendig sind.

In Kapitel 4 wird das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Verfahren vorgestellt. Dabei wird zunächst die Methodik allgemein am Beispiel einer einfachen Grundgeometrie erläutert. Danach folgt die Entwicklung der PEEC-Formulierung sowie die Berechnung der auftretenden Verluste. Anschließend wird auf die Berücksichtigung ferromagnetischer Materialien und die Nachbildung von deren Magnetisierung durch äquivalente Grenzflächenströme eingegangen und es wird die Identifikation der geometrischen Parameter beliebiger diskretisierter Gebiete erläutert. Danach folgt die Erweiterung der Methode um bewegte ferromagnetische Körper und die Darstellung der dafür notwendigen Transformationsvorschriften. Darüber hinaus wird dargestellt, wie Symmetrien zur Vereinfachung der Berechnung genutzt werden können und es wird ein Ansatz vorgestellt, wie dabei Singularitäten in den zu lösenden Gleichungssystemen vermieden werden. Zusammenfassend wird danach das vorgestellte Verfahren übersichtlich dargestellt und dessen Konvergenzverhalten untersucht. Abschließend

## Einleitung

---

folgt eine Betrachtung des Einflusses vom gewählten Gebietsrand auf Selbst- und Gegeninduktivitäten sowie auf die berechnete StromdichteVerteilung. Dabei wird auch der Einfluss von zusätzlich im Raum vorhandenen ferromagnetischen Materialien dargestellt.

Kapitel 5 beschreibt das im Rahmen der Arbeit entwickelte zugehörige Berechnungsprogramm ELMO (Ersatz Leiter Modell) und die darin enthaltenen Besonderheiten für die Betrachtung von Mehrleitersystemen, ferromagnetischen Materialien und rotierenden ferromagnetischen Körpern.

In Kapitel 6 wird der entwickelte Lösungsansatz zunächst anhand verschiedener Beispiele steigender Komplexität numerisch validiert. Referenz dabei ist die heute gebräuchliche quasistationäre FEM. Anschließend folgt die sowohl numerische als auch experimentelle Validierung des Ansatzes am Beispiel eines permanenterregten elektrischen Traktionsantriebs. Hier wird auch der Einfluss des Rotorfeldes auf die lokale StromdichteVerteilung innerhalb der Leiter untersucht und dargestellt.

Kapitel 7 fasst die vorgestellte Arbeit in einer Schlussbetrachtung zusammen, diskutiert die Vor- und Nachteile des entwickelten Verfahrens und erörtert Möglichkeiten zu dessen Weiterentwicklung.

## 2 Stand der Technik

### 2.1 Stromverdrängung Allgemein

Erste Betrachtungen zum Thema Stromverdrängung in elektrischen Leitern wurden bereits Anfang des 20. Jahrhunderts veröffentlicht. Wesentlicher Treiber war damals schon die Antriebstechnik, das heißt im Fokus der Betrachtungen lagen wechselstromdurchflossene Leiter, die von ferromagnetischen Materialien umgeben sind, wie es innerhalb der Nuten von elektrischen Maschinen der Fall ist.

Field [33] setzt sich schon 1905 mit Leiteranordnungen auseinander, die an drei Seiten von ferromagnetischem Material umgeben sind. Er unterscheidet dabei bereits nach der Eigenfeldwirkung (Skin-Effekt) und der Fremdfeldwirkung (Proximity-Effekt) als Ursachen der Stromverdrängung innerhalb der Leiter. Ansatz ist dabei die analytische Berechnung des Wechselstromwiderstandes für gegebene Mehrleiteranordnungen, aus dem er das Verhältnis zum Gleichstromwiderstand als Bewertungskriterium für Zusatzverluste durch Stromverdrängung ableitet. Dabei vernachlässigt er den Sättigungszustand des angrenzenden ferromagnetischen Materials und unterstellt zudem eine reine Querfeldkomponente innerhalb des Nutstreuefeldes. Emde [26, 27] gelingt 1908 eine für die praktische Anwendung günstigere Herleitung der von Field publizierten Zusammenhänge. Ebenso liefern Fleischmann [37], Dreyfuß [21] und Sommerfeld [98] erste analytische Ansätze zur Berechnung der von Field verwendeten Leiteranordnung. Richter [84] veröffentlicht 1914 Messungen, welche die Berechnungen qualitativ bestätigen, was durch Rogowski [88] positiv kommentiert wird. Rogowski merkt an, dass das zugrunde gelegte Modell ein idealisiertes Problem darstellt, was hinsichtlich Anwendbarkeit für die Praxis zwingend Messungen erfordere, wie sie durch Richter erfolgten. Dieser veröffentlicht im Anschluss von 1915 bis 1917 eine vierteilige Aufsatzerie zum Thema Stromverdrängung, bei der auf mögliche Ansätze zu deren Unterdrückung ebenso eingegangen wird wie auf Leiterquerschnitte, die von der bisher verwendeten rechteckigen Grundform abweichen. Richter beschäftigt sich zunächst mit dem Einfluss der Leitfähigkeit auf die Stromverdrängung [83]. Er zeigt eine Möglichkeit zur Reduktion der Verluste durch die Verwendung von Aluminiumleitern in den luftspaltnahen Wicklungslagen. Danach untersucht Richter unterschiedliche Leitergeometrien und deren Anordnung für eine optimale Wärmeabfuhr [84], verschränkte Leiter [85] und die Anwendung magnetischer Hilfskreise zur Unterdrückung von Stromverdrängung [86]. Zusammenfassend stellt Richter fest, dass sich die Stromverdrängung mittels geeigneter magnetischer Hilfskreise in Kombination mit verschränkten Leitern nahezu vollständig unterdrücken lässt. Gilman [40] unterscheidet 1920

hinsichtlich Einflussfaktoren auf die Stromverdrängung erstmals nach Nutquerfeld und dem in die Nuten eindringenden Hauptfeld unter Verwendung der Betrachtungsweise nach Field. Zur Reduktion der Hauptfeldkomponente gibt er die Verwendung von Zahnköpfen im Statorblechschnitt sowie tief in den Nuten eingebettete Leiter an.

Schwenkhagen [95] stellt 1927 erstmals eine alternative Methode zur Berechnung der Stromverdrängung in rechteckförmigen Leitern mittels eines elektrischen Ersatznetzwerks vor. Er behandelt dabei den Fall mehrerer parallel geschalteter rechteckförmige Leiter wobei sich der Strom über die Einzelquerschnitte ungleichmäßig verteilt. Den Kern der Arbeit bildet dabei die PEEC-Methode, bei welcher die Leiteranordnung in ein diskretes Ersatznetzwerk aus ohmschen Widerständen und Induktivitäten überführt wird. Das sich ergebende Gleichungssystem ist dann für rein sinusförmige Anregungen im Frequenzbereich direkt lösbar. Schwenkhagen zeigt den Vorteil der Methode am Beispiel eines Stromschiensystems und validiert die Ergebnisse mit Messungen. Die Betrachtungen beinhalten jedoch keine ferromagnetischen Materialien in der näheren Leiterumgebung.

Laible [61] und Dwight [24] erweitern die analytischen Ansätze um die Betrachtung von trapez- und dreieckförmigen Leiterquerschnitten und analysieren den Widerstandserhöhungs faktor für verschiedene Geometrien. Dabei betrachtet Dwight auch den Einfluss der Frequenz sowie die von Richter gezeigte Verschränkung der Leiter. Kurz bevor sich numerische Methoden zur Berechnung von Stromverdrängung etablierten, schlägt Oberretl [76] die Verwendung von Gittermodellen vor. Dabei wird ein Netzwerk aus Widerständen sowie Kondensatoren<sup>2</sup> aufgebaut und anhand von Messungen der Bezug zu den realen elektromagnetischen Verhältnissen hergestellt. Stoll [100] veröffentlicht 1974 eine Zusammenfassung analytischer Ansätze zur Berechnung von Stromverdrängungseffekten für einfache ein- und zweidimensionale Problemstellungen. Er zeigt, dass mathematisch geschlossene Lösungen aufgrund ihrer Komplexität in der Handhabung zur praktischen Anwendung oftmals ungeeignet sind. Schunk [93] setzt sich im selben Jahr mit der Stromverdrängung in Wechselstrommaschinen auseinander. Er behandelt in anschaulicher Form die ein- und zweiseitige Stromverdrängung und leitet die dafür notwendigen Hilfsfunktionen  $\varphi(\beta)$  und  $\Psi(\beta)$  her. Chari [18] publiziert 1977 die Verwendung der FEM zur Berechnung von Stromverdrängung. Er verwendet das den analytischen Ansätzen zugrunde gelegte Modell und vergleicht die analytischen Ergebnisse mit denen der FEM, wobei er von einer reinen  $z$ -Komponente des magnetischen Vektorpotentials ausgeht. Er zeigt, dass sich für flache Leiter größere Abweichungen zwischen Analytik und Numerik ergeben, geht aber nicht weiter auf mögliche Ursachen ein. Oberretl [78] berücksichtigt das in die Nuten eindringende Hauptfeld in analytischer Form basierend auf dem von ihm entwickelten Gittermodell [76, 77]. Es ergeben sich Zusatzverluste für die gesamte Nut anstelle für einzelne Leiterlagen, wodurch die Verluste algebraisch zu den Zusatzverlusten durch das reine Nutquerfeld hinzu addiert werden können. Oberretl betrachtet außerdem die Sättigungsverhältnisse entlang der Nut und weist darauf hin, dass diese nicht vernachlässigt werden können.

---

<sup>2</sup>Die Verwendung von Kapazitäten ergibt sich aus der Betrachtung eines zusätzlichen skalaren elektrischen Potentials im zugrunde gelegten Ansatz der Methodik.

1983 erweitert Hosemann [48] die PEEC-Methode auf Anordnungen mit unterschiedlich permeablen Gebieten. Dazu werden Ähnlichkeitsbeziehungen angegeben, die das Originalmodell in ein Modell konstanter Permeabilität überführen. Die auftretenden Sprünge der magnetischen Feldstärke werden mittels Ersatzstrombelägen in den Grenzflächen von Gebieten homogener Permeabilität ausgedrückt.

Eine Kopplung zwischen analytischen und numerischen Berechnungsverfahren veröffentlicht Dabrowski [19] 1988. Dabei wird der Einfluss des Hauptfeldes auf die Stromverdrängung mittels Ersatznetzwerk analysiert. Der Einfluss von Sättigung wird innerhalb des Netzwerkes mittels FEM Rechnungen berücksichtigt. Als Ergebnis zeigt Dabrowski eine erweiterte analytische Formel, die hinreichend genaue Ergebnisse für die betrachtete Ersatzanordnung liefert.

Im selben Jahr verwendet Wu [106] die transiente Lösung der PEEC-Methode zur Berechnung von Stromverdrängung und Erwärmung in Railguns und Homopolar generatoren. Er zeigt, dass bei entsprechend gewählter Diskretisierung eine hinreichend genaue Berechnung der lokal induzierten transienten Stromverläufe möglich ist. Zur Bestimmung der Induktivitäten verwendet er dabei ein stark vereinfachtes Formelwerk nach Grover [44]. Er merkt dabei bereits an, dass es je nach Geometrie zu Stabilitätsproblemen bei der numerischen Lösung kommen kann. Eine genauere Begründung dafür lässt er jedoch aus. Laukner [63] greift 1998 den Ansatz von Schwenkagen [95] auf und zeigt eine umfassende mathematische Beschreibung der sich ergebenden Differentialgleichungssysteme (DGLS). Dabei sind sowohl die transiente Lösung als auch die stationäre Beschreibung im Frequenzbereich ausführlich dargestellt. Die Berücksichtigung ferromagnetischer Materialien findet zwar statt, jedoch sind lineare Abhängigkeiten innerhalb der Permeabilität unterstellt.

Fichte [32] untersucht 2007 in seiner Arbeit die StromdichteVerteilung in mehreren geraden parallelen Leitern mit rechteckigem Querschnitt nach Abklingen der Einschwingvorgänge mittels einer gekoppelten analytisch-numerischen Methode. Die analytische Lösung wird durch eine Randintegralgleichung des magnetischen Vektorpotentials im Innernbereich der Leiter bestimmt und mit deren Hilfe ein lineares Gleichungssystem aufgestellt. Die orteveränderlichen StromdichteVerteilungen werden numerisch berechnet. Eine Berücksichtigung von ferromagnetischen Materialien findet nicht statt. Abdelbagi [1] und Gerling [39] präsentieren in ihren Arbeiten geschlossene analytische Lösungen für Stromverdrängungsprobleme in wechselstromdurchflossenen Leitern. Dabei behandelt Abdelbagi nicht nur einzelne Leiter und damit den Skin-Effekt, sondern geht auch auf benachbarte Leiter und damit den Proximity-Effekt ein. Die Untersuchung des Einflusses ferromagnetischer Materialien bleibt bei beiden außen vor.

Braisch [13] greift 2010 in seiner Arbeit den Ansatz nach Laukner [63] auf und erweitert diesen um die Berücksichtigung nichtlinearer Permeabilitäten und damit ferromagnetischer Materialien, wofür dann allerdings keine direkte Lösung im Frequenzbereich mehr möglich ist. Außerdem berücksichtigt Braisch die Wärmeleitfähigkeit der einzelnen Teilleiter mittels einer gekoppelten thermischen FEM Simulation. Nachteil des dargestellten Ansatzes ist, dass

die Lösung des Stromverdrängungsproblems nur mittels eines iterativen Lösungsprozesses berechnet werden kann.

## 2.2 Stromverdrängung in elektrischen Traktionsantrieben

Das nach Field [33], Emde [26, 27] und Sommerfeld [98] im Grundsatz entwickelte Modell der einfachen Nut mit eingebetteten Leitern ist seit über einhundert Jahren bewährte Grundlage zur analytischen Berechnung der Stromverdrängung in elektrischen Antrieben. Anzumerken ist dabei, dass sich die Anforderungen an die elektrischen Maschinen damals im Vergleich zu den heutigen Traktionsantrieben stark unterscheiden. So wurden die damaligen Methoden größtenteils anhand konventioneller Drehstromantriebe validiert, die für stationären Betrieb von eingeprägter sinusförmiger Spannung bei konstanter Frequenz ausgelegt waren. Dabei sind die wesentlichen elektrischen und mechanischen Größen wie Drehzahl, Drehmoment, Erregerspannung und -strom sowie auch deren Phase zeitlich konstant. Entsprechend wurden diese meist am starren Netz bei quasi sinusförmiger Statorspannung betrieben.

Im Gegensatz dazu steht als Kernanforderung an eine moderne elektrische Maschine zur Anwendung als Traktionsantrieb ein dynamisches Betriebsverhalten mit drehzahlvariablem Betrieb bei hohem Wirkungsgrad, hoher Dauerleistung über den gesamten Drehzahlbereich, eine hohe Überlastfähigkeit und ein großes Drehmoment bei geringem Bauraum. Dies führt zu einer starken Ausnutzung der verwendeten Materialien sowie hohen Feldstärken im ferromagnetischen Material und damit zu erheblichen magnetischen Wechselfeldern in der Nut. Zahlreiche Veröffentlichungen setzen sich daher mit der Betrachtung der Stromverdrängung in hoch ausgenutzten elektrischen Antrieben auseinander und speziell mit der Anwendung als Traktionsantrieb. Im Folgenden werden chronologisch wesentliche Meilensteine dieser Entwicklung dargestellt.

Mosebach [73] untersucht 2005 die Stromverdrängung bei Zahnpulsen in mehrphasigen permanenterregten Synchronmaschinen. Er verwendet dabei das von Field, Emde und Sommerfeld eingeführte Nutmodell und ergänzt dieses um die Betrachtung, dass zwei Spulenseiten innerhalb einer Nut vorhanden sind. Die Integration der Verluste geschieht dabei auf numerischem Wege, wohingegen die Verlustberechnung analytisch umgesetzt ist. Als Ergebnis zeigt sich ein Vorfaktor für den Stromverdrängungsfaktor, der von der Phasendifferenz der Ströme beider Spulenseiten abhängt. Der Vorfaktor nimmt mit zunehmender Phasendifferenz ab und ist wiederum vom ursprünglichen Stromverdrängungsfaktor abhängig. Es wird deutlich, dass die Stromverdrängung für das betrachtete Modell durch das Nutquerfeld mit zunehmender Phasendifferenz reduziert wird. Carstensen [16] widmet sich 2007 in seiner Arbeit der Untersuchung einer geschalteten Reluktanzmaschine. Hier spielen die auftretenden Zusatzverluste durch Stromverdrängung eine erhebliche Rolle, weshalb diese ausführlich diskutiert und analysiert werden. Carstensen erweitert die bisherigen analytischen Modelle um die Berücksichtigung nicht sinusförmiger Ströme, wie sie für die betrachtete Maschine typisch

sind. Er stellt zudem ein erweitertes numerisches FEM Modell zur genauen Berechnung der Stromverdrängung vor, bei dem die Einzeldrähte individuell modelliert werden. Damit wird es möglich, die Stromverdrängung innerhalb der einzelnen Leiter zu berechnen und die resultierenden Wirbelstromverluste genau zu bestimmen. Er verwendet das entwickelte Modell gekoppelt an die erweiterte Analytik zur Analyse und Optimierung der Wicklungsauslegung hinsichtlich reduzierter Zusatzverluste. Vernachlässigt wird dabei innerhalb der Analytik der Einfluss des Rotorfeldes. Eine genaue Berücksichtigung des Nutstreufeldes wird über eine quasistationäre FEM Berechnung erreicht. Köhring [55] beschreibt 2009 in seiner Arbeit den Einfluss der räumlichen Diskretisierung auf die Berechnung der Stromverdrängung für das einfache Nutmodell. Er richtet dabei das Hauptaugenmerk auf geträufelte Drehstromankerwicklungen und untersucht unterschiedliche Leiteranordnungen innerhalb der Nut. Eine Berücksichtigung der Sättigung des ferromagnetischen Materials findet über eine veränderliche Permeabilität im analytischen Modell statt. Eine Betrachtung komplexerer Geometrien ist aufgrund des vereinfachten Modelles nicht möglich.

2011 untersucht Islam [50] die Stromverdrängung bei Formspulenwicklungen mittels quasistationärer FEM. Er zeigt, dass der Leiterabstand vom Luftspalt einen wesentlichen Einfluss auf die Zusatzverluste in den unteren Leiterlagen hat. Des Weiteren wird hier die taktentde Arbeitsweise des Wechselrichters als zusätzlicher Einflussfaktor analysiert, wobei gezeigt wird, dass durch diese zusätzliche Taktung weitere, teils erhebliche Zusatzverluste zu erwarten sind. Nachteil der vorgestellten Methodik ist auch hier die Verwendung quasistationärer FEM Rechnungen und das damit einhergehende Zeitschrittverfahren. Eine Kombination von FEM und thermischer Netzwerkanalyse zeigt 2012 die Arbeit von Huaytia [49]. Hier werden die mittels FEM ermittelten Verlustleistungsverteilungen in ein analytisches Netzwerkmodell übertragen, um lokale Temperaturverteilungen zu berechnen. Es zeigt sich auch hier, dass die Leiterlagen nahe des Luftpaltes signifikant erhöhte Verluste aufweisen und damit deutlich erhöhte Temperaturen erreichen. Die Speisung aus einem taktenten Wechselrichter verschärft diesen Effekt zusätzlich. Eine rein analytische Beschreibung ist nicht gegeben, weshalb auch dieses Verfahren für komplexe Geometrien aufwändig wird.

Endert [28] beschäftigt sich 2013 mit der Analyse von Einzelzahnwicklungen, ausgeführt als Formspulen, bei einem elektrischen Traktionsantrieb mit 25 kW Leistung. Verwendet werden dabei quasistationäre FEM Berechnungen, um unterschiedliche Geometrien und Leiteranordnungen zu untersuchen. Spezielles Augenmerk wird auf den Einfluss benachbarter Stränge innerhalb einer Nut gelegt. Auch Gröniger [43] untersucht in seiner Arbeit die Stromverdrängung in Spulen von großem Leiterquerschnitt, ausgeführt als Einzelzahnwicklung. Er geht dabei näher auf gegossene Formspulen mit flachen Leitern ein, die für das Nutquerfeld weniger Wirkfläche bieten. Es zeigt sich, dass sowohl die Sättigung des Stators als auch das Rotorfeld einen zusätzlichen Einfluss auf die Stromverdrängung haben können. Die Einzelzahnwicklung in Massivleiterausführung ist auch Untersuchungsgegenstand bei Deshpande [20]. Hier wird der Einfluss der Nutgeometrie auf die Stromverdrängung der nahe der Nutöffnung liegenden Leiter näher beleuchtet. Es zeigt sich, dass halb geschlossene Nutöffnungen zu bevorzugen sind.

Dass auch die Leiterlage innerhalb der Nut eine Rolle für die Zusatzverluste spielt, zeigen Bauer [5] und Paradkar [79] in ihren Arbeiten. Dabei geht Bauer näher auf die Hintergründe ein und zeigt einen erweiterten analytischen Ansatz zur Berechnung der zusätzlichen Verluste. Er verwendet dabei dieselben Ansätze wie Schunk [93] zur Beschreibung der Stromverdrängung. Des weiteren zeigt Bauer in [4] eine umfassende Untersuchung der zusätzlichen Verluste in elektrischen Traktionsantrieben mit Fokus auf die entstehenden Verluste in der Wicklung dargestellt. Es wird eine erweiterte Schnittstelle zu einem thermischen Modell präsentiert, die es ermöglicht, über eine lokale Verlusteinspeisung die Temperaturverteilung innerhalb der Nut zu berechnen. Er verwendet dabei in seiner Arbeit reduzierte Modelle, die das Rotorfeld vernachlässigen. Dies ist in den gezeigten Grenzen zulässig, führt jedoch für massive Leiter, wie bei Hairpin Wicklungen, zu signifikanten Abweichungen. Zhang [107, 108] präsentiert 2015 ein erweitertes analytisches Modell zur Berechnung der Zusatzverluste durch Stromverdrängung für elektrische Antriebe mit massiven Leitergeometrien. Dabei wird ein vereinfachtes Nutmodell verwendet, bei dem der Sättigungszustand des angrenzenden ferromagnetischen Materials ebenso vernachlässigt wird wie das Rotorfeld.

Junginger [52] gibt 2016 in seiner Arbeit einen umfassenden Überblick über die bisherige Entwicklung zum Thema Stromverdrängung in elektrischen Antrieben. Zudem wird untersucht, inwiefern das als reines Querfeld angenommene Nutstreu Feld hinsichtlich Stromverdrängung, im Vergleich zu als Referenz herangezogenen FEM Berechnungen zu signifikanten Abweichungen führt. Es wird gezeigt, dass das Nutstreu Feld nicht nur eine Quer- sondern auch eine zu berücksichtigende Längskomponente hat, welche in klassischen Ansätzen keine Berücksichtigung findet. Diese hat besonders bei flachen Massivleitern und Formspulen mit flachem Querschnitt einen nicht mehr vernachlässigbaren Einfluss. Eine genaue Berechnung der Stromverdrängung wird hier mittels quasistationärer FEM erreicht. Goss [42] zeigt, dass gerade bei der Verwendung von Hairpin<sup>3</sup> Wicklungen Stromverdrängung einen erheblichen Einfluss auf die Gesamtverluste und den Wirkungsgrad hat. Auch hier wird die genauere Untersuchung mittels quasistationärer FEM durchgeführt.

Bianchi [8] stellt in seiner Arbeit verschiedene Auslegungskriterien für Hairpin Wicklungen vor. Er zeigt, dass bei der Verwendung paralleler Pfade innerhalb des Wickelschemas auf eine passende elektrische Verbindung zwischen den Nuten geachtet werden muss. Eine Validierung wird mittels einfacher FEM Modelle durchgeführt, die das Rotorfeld und benachbarte Nuten vernachlässigen. Du Bar [22] untersucht 2018 ebenfalls Stromverdrängung bei elektrischen Traktionsantrieben mit Hairpin Wicklung und stellt diese unter anderem innerhalb der  $I_d, I_q$ -Ebene dar. Er zeigt, dass für seine Untersuchung das Rotorfeld zu vernachlässigen ist und verwendet dasselbe reduzierte FEM Modell wie Bianchi [8] zur Untersuchung des Skin- und Proximity-Effektes über den gesamten Drehzahlbereich des Antriebs. Fan [30] geht in seiner Arbeit näher auf das Rotorfeld und dessen Beitrag zur Stromverdrängung in Leitern nahe der Nutöffnung ein. Er untersucht, wie dieser reduziert werden kann und präsentiert als Lösung

---

<sup>3</sup> „Haarnadel“ (engl. Hairpin) Wicklungen zeichnen sich im Wesentlichen zum einen durch einen stark erhöhten Leiterquerschnitt aus, zum anderen dadurch, dass die einzelnen Wicklungselemente als Stäbe ausgeführt sind und im Laufe des Fertigungsprozesses mittels Biegen in die gewünschte Form gebracht werden.