

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Graphen</b>	<b>11</b>
1.1	Definitionen	12
1.1.1	Knotengrade	13
1.1.2	Wege und Kreise	15
1.1.3	Zusammenhang	15
1.2	Operationen mit Graphen	16
1.2.1	Entfernen von Knoten und Kanten	16
1.2.2	Fusion und Kontraktion	17
1.2.3	Brücken und Artikulationen	18
1.2.4	Operationen mit Graphen	18
1.3	Spezielle Graphen	20
1.3.1	Der vollständige Graph	20
1.3.2	Weg und Kreis	21
1.3.3	Bäume	21
1.3.4	Bipartite Graphen	23
1.3.5	Reguläre Graphen	24
1.4	Isomorphe Graphen	25
1.4.1	Isomorphie	25
1.4.2	Gradfolgen	26
<b>2</b>	<b>Graphen und Matrizen</b>	<b>29</b>
2.1	Die Adjazenzmatrix eines Graphen	29
2.1.1	Potenzen der Adjazenzmatrix	30
2.1.2	Zerlegbare Matrizen	31
2.2	Die Inzidenzmatrix	32
2.2.1	Die Gradmatrix	33
2.3	Abstände in Graphen	33
2.3.1	Radius, Durchmesser und Zentrum	34
2.3.2	Die Abstandsmatrix	36
2.4	Gerüste	37
2.4.1	Die Anzahl der Gerüste	37
2.4.2	Die Admittanzmatrix und der Satz von Kirchhoff	39
<b>3</b>	<b>Planare Graphen</b>	<b>43</b>
3.1	Planare Einbettungen	43
3.1.1	Ebene Kurven und Einbettungen	43
3.1.2	Flächen eines planaren Graphen	45
3.1.3	Einbettungen auf der Kugel	45
3.1.4	Kreuzungszahl und Dicke	46
3.2	Die Eulersche Polyederformel	47
3.2.1	Polyeder	47
3.2.2	Die Polyederformel für zusammenhängende Graphen	48

3.2.3	Die Polyederformel für nicht zusammenhängende Graphen . . . . .	50
3.3	Anwendungen der Polyederformel . . . . .	50
3.3.1	Nichtplanare Graphen . . . . .	50
3.3.2	Der Satz von Kuratowski . . . . .	51
3.3.3	Maximale Kantenzahl planarer Graphen . . . . .	53
3.3.4	Knotengrade in planaren Graphen . . . . .	53
3.3.5	Platonische Körper . . . . .	54
3.4	Der duale Graph . . . . .	55
4	<b>Unabhängige Knoten- und Kantenmengen . . . . .</b>	<b>59</b>
4.1	Unabhängige Knotenmengen . . . . .	60
4.1.1	Die Unabhängigkeitszahl . . . . .	60
4.1.2	Cliquen . . . . .	63
4.1.3	Die Überdeckungszahl . . . . .	64
4.2	Matchings . . . . .	65
4.2.1	Alternierende Wege – der Satz von Berge . . . . .	66
4.2.2	Der Satz von König . . . . .	68
4.3	Der Kantengraph . . . . .	69
4.4	Faktoren . . . . .	71
5	<b>Färbungen von Graphen . . . . .</b>	<b>74</b>
5.1	Grundlagen . . . . .	74
5.1.1	Zulässige Färbungen . . . . .	74
5.1.2	Die chromatische Zahl . . . . .	75
5.1.3	Schranken für die chromatische Zahl . . . . .	76
5.2	Färbungen von planaren Graphen . . . . .	78
5.3	Das chromatische Polynom . . . . .	80
5.3.1	Der vollständige Graph . . . . .	81
5.3.2	Der Baum . . . . .	81
5.3.3	Die Dekompositionsgleichung . . . . .	81
5.3.4	Der Kreis . . . . .	83
5.3.5	Chromatisches Polynom und chromatische Zahl . . . . .	84
5.3.6	Partitionen der Knotenmenge . . . . .	85
5.4	Eine Anwendung . . . . .	86
6	<b>Der Zusammenhang von Graphen . . . . .</b>	<b>91</b>
6.1	Der Knotenzusammenhang . . . . .	91
6.2	Der Kantenzusammenhang . . . . .	94
6.2.1	Schnittmengen . . . . .	94
6.2.2	Schnitte . . . . .	95
6.2.3	Die Kantenzusammenhangszahl . . . . .	96
6.2.4	Knotenzusammenhang und Kantenzusammenhang . . . . .	96
6.3	Trennende Knotenmengen . . . . .	97
6.3.1	Anwendung zur Berechnung der Unabhängigkeitszahl . . . . .	97
6.3.2	Ein Berechnungsbeispiel . . . . .	98
6.3.3	Die Berechnung des chromatischen Polynoms . . . . .	99

6.4	Partielle $k$ -Bäume	101
6.4.1	$k$ -Bäume	101
6.4.2	Partielle $k$ -Bäume	102
6.4.3	Serien-Parallel-Graphen	103
<b>7</b>	<b>Bäume</b>	<b>106</b>
7.1	Eigenschaften von Bäumen	106
7.1.1	Die Anzahl der Bäume	107
7.1.2	Der Prüfercode und der Satz von Cayley	108
7.1.3	Isomorphieklassen von Bäumen	110
7.2	Wurzelbäume	110
7.3	Binäre Bäume	113
<b>8</b>	<b>Kreise</b>	<b>117</b>
8.1	Kreise in Graphen	117
8.1.1	Taille und Umfang	118
8.1.2	Basiskreise	119
8.2	Hamiltonkreise	120
8.3	Eulerkreise	123
<b>9</b>	<b>Gerichtete Graphen</b>	<b>127</b>
9.1	Definitionen und Eigenschaften gerichteter Graphen	127
9.1.1	Wege und Erreichbarkeit	128
9.1.2	Zusammenhang und starker Zusammenhang	128
9.1.3	Orientierungen	129
9.1.4	Innen- und Außengrad	130
9.1.5	Quellen und Senken	131
9.1.6	Vektorräume	132
9.1.7	Kozyklen	133
9.1.8	Zyklen- und Kozyklenräume	134
9.2	Turniere	138
9.3	Flüsse in Graphen	141
	<b>Lösungen</b>	<b>146</b>
	<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>158</b>
	<b>Symbolverzeichnis</b>	<b>160</b>
	<b>Sachwortverzeichnis</b>	<b>161</b>