

Inhaltsverzeichnis

1	Graphen	11
1.1	Definitionen	12
1.1.1	Knotengrade	13
1.1.2	Wege und Kreise	15
1.1.3	Zusammenhang	15
1.2	Operationen mit Graphen	16
1.2.1	Entfernen von Knoten und Kanten	16
1.2.2	Fusion und Kontraktion	17
1.2.3	Brücken und Artikulationen	18
1.2.4	Operationen mit Graphen	18
1.3	Spezielle Graphen	20
1.3.1	Der vollständige Graph	20
1.3.2	Weg und Kreis	21
1.3.3	Bäume	21
1.3.4	Bipartite Graphen	23
1.3.5	Reguläre Graphen	24
1.4	Isomorphe Graphen	25
1.4.1	Isomorphie	25
1.4.2	Gradfolgen	26
2	Graphen und Matrizen	29
2.1	Die Adjazenzmatrix eines Graphen	29
2.1.1	Potenzen der Adjazenzmatrix	30
2.1.2	Zerlegbare Matrizen	31
2.2	Die Inzidenzmatrix	32
2.2.1	Die Gradmatrix	33
2.3	Abstände in Graphen	33
2.3.1	Radius, Durchmesser und Zentrum	34
2.3.2	Die Abstandsmatrix	36
2.4	Gerüste	37
2.4.1	Die Anzahl der Gerüste	37
2.4.2	Die Admittanzmatrix und der Satz von Kirchhoff	39
3	Planare Graphen	43
3.1	Planare Einbettungen	43
3.1.1	Ebene Kurven und Einbettungen	43
3.1.2	Flächen eines planaren Graphen	45
3.1.3	Einbettungen auf der Kugel	45
3.1.4	Kreuzungszahl und Dicke	46
3.2	Die Eulersche Polyederformel	47
3.2.1	Polyeder	47
3.2.2	Die Polyederformel für zusammenhängende Graphen	48

3.2.3	Die Polyederformel für nicht zusammenhängende Graphen	50
3.3	Anwendungen der Polyederformel	50
3.3.1	Nichtplanare Graphen	50
3.3.2	Der Satz von Kuratowski	51
3.3.3	Maximale Kantenzahl planarer Graphen	53
3.3.4	Knotengrade in planaren Graphen	53
3.3.5	Platonische Körper	54
3.4	Der duale Graph	55
4	Unabhängige Knoten- und Kantenmengen	59
4.1	Unabhängige Knotenmengen	60
4.1.1	Die Unabhängigkeitszahl	60
4.1.2	Cliquen	63
4.1.3	Die Überdeckungszahl	64
4.2	Matchings	65
4.2.1	Alternierende Wege – der Satz von Berge	66
4.2.2	Der Satz von König	68
4.3	Der Kantengraph	69
4.4	Faktoren	71
5	Färbungen von Graphen	74
5.1	Grundlagen	74
5.1.1	Zulässige Färbungen	74
5.1.2	Die chromatische Zahl	75
5.1.3	Schranken für die chromatische Zahl	76
5.2	Färbungen von planaren Graphen	78
5.3	Das chromatische Polynom	80
5.3.1	Der vollständige Graph	81
5.3.2	Der Baum	81
5.3.3	Die Dekompositionsgleichung	81
5.3.4	Der Kreis	83
5.3.5	Chromatisches Polynom und chromatische Zahl	84
5.3.6	Partitionen der Knotenmenge	85
5.4	Eine Anwendung	86
6	Der Zusammenhang von Graphen	91
6.1	Der Knotenzusammenhang	91
6.2	Der Kantenzyklus	94
6.2.1	Schnittmengen	94
6.2.2	Schnitte	95
6.2.3	Die Kantenzyklusanzahl	96
6.2.4	Knotenzusammenhang und Kantenzyklus	96
6.3	Trennende Knotenmengen	97
6.3.1	Anwendung zur Berechnung der Unabhängigkeitszahl	97
6.3.2	Ein Berechnungsbeispiel	98
6.3.3	Die Berechnung des chromatischen Polynoms	99

6.4	Partielle k -Bäume	101
6.4.1	k -Bäume	101
6.4.2	Partielle k -Bäume	102
6.4.3	Serien-Parallel-Graphen	103
7	Bäume	106
7.1	Eigenschaften von Bäumen	106
7.1.1	Die Anzahl der Bäume	107
7.1.2	Der Prüfercode und der Satz von Cayley	108
7.1.3	Isomorphieklassen von Bäumen	110
7.2	Wurzelbäume	110
7.3	Binäre Bäume	113
8	Kreise	117
8.1	Kreise in Graphen	117
8.1.1	Taille und Umfang	118
8.1.2	Basiskreise	119
8.2	Hamiltonkreise	120
8.3	Eulerkreise	123
9	Gerichtete Graphen	127
9.1	Definitionen und Eigenschaften gerichteter Graphen	127
9.1.1	Wege und Erreichbarkeit	128
9.1.2	Zusammenhang und starker Zusammenhang	128
9.1.3	Orientierungen	129
9.1.4	Innen- und Außengrad	130
9.1.5	Quellen und Senken	131
9.1.6	Vektorräume	132
9.1.7	Kozyklen	133
9.1.8	Zyklen- und Kozyklenräume	134
9.2	Turniere	138
9.3	Flüsse in Graphen	141
	Lösungen	146
	Literaturverzeichnis	158
	Symbolverzeichnis	160
	Sachwortverzeichnis	161