

Franz Schwabl

QUANTEN- MECHANIK

Zweite Auflage
mit 118 Abbildungen und 16 Tabellen

Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York
London Paris Tokyo Hong Kong

Inhaltsverzeichnis

1.	Historische und experimentelle Grundlagen	1
1.1	Einleitung und Überblick	1
1.2	Historisch grundlegende Experimente und Erkenntnisse	2
1.2.1	Teilcheneigenschaften elektromagnetischer Wellen	3
1.2.2	Welleneigenschaften von Teilchen, Beugung von Materiestrahlen	7
1.2.3	Diskrete Zustände	8
2.	Wellenfunktion und Schrödinger-Gleichung	11
2.1	Die Wellenfunktion und ihre Wahrscheinlichkeitsinterpretation	11
2.2	Schrödinger-Gleichung für freie Teilchen	13
2.3	Superposition von ebenen Wellen	14
2.4	Wahrscheinlichkeitsverteilung für eine Impulsmessung	17
2.4.1	Veranschaulichung der Unschärferelation	19
2.4.2	Impuls im Ortsraum	20
2.4.3	Operatoren und Skalarprodukt	21
2.5	Korrespondenzprinzip und Schrödinger-Gleichung	24
2.5.1	Korrespondenzprinzip	24
2.5.2	Postulate der Quantentheorie	25
2.5.3	Mehrteilchensysteme	26
2.6	Das Ehrenfestsche Theorem	26
2.7	Die Kontinuitätsgleichung für die Wahrscheinlichkeitsdichte	29
2.8	Stationäre Lösungen der Schrödinger-Gleichung, Eigenwertgleichungen	30
2.8.1	Stationäre Zustände	30
2.8.2	Eigenwertgleichungen	31
2.8.3	Entwicklung nach stationären Zuständen	32
2.9	Physikalische Bedeutung der Eigenwerte eines Operators	33
2.9.1	Einige wahrscheinlichkeitstheoretische Begriffe	33
2.9.2	Anwendung auf Operatoren mit diskreten Eigenwerten	34
2.9.3	Anwendung auf Operatoren mit kontinuierlichem Spektrum	35
2.9.4	Axiome der Quantentheorie	37
2.10	Ergänzungen	38
2.10.1	Das allgemeine Wellenpaket	38
2.10.2	Bemerkung zur Normierbarkeit der Kontinuumszustände	39

3. Eindimensionale Probleme	41
3.1 Der harmonische Oszillator	41
3.1.1 Algebraische Methode	42
3.1.2 Die Hermite-Polynome	46
3.1.3 Die Nullpunktsenergie	47
3.1.4 Kohärente Zustände	49
3.2 Potentialstufen	51
3.2.1 Stetigkeit von $\psi(x)$ und $\psi'(x)$ für stückweise stetiges Potential	51
3.2.2 Die Potentialstufe	52
3.3 Tunneleffekt, Potentialschwelle	57
3.3.1 Die Potentialschwelle	57
3.3.2 Kontinuierliche Potentialberge	60
3.3.3 Anwendungsbeispiel: Der α -Zerfall	61
3.4 Potentialtopf	64
3.4.1 Gerade Symmetrie	65
3.4.2 Ungerade Symmetrie	66
3.5 Symmetrieeigenschaften	69
3.5.1 Parität	69
3.5.2 Konjugation	70
3.6 Allgemeine Diskussion der eindimensionalen Schrödinger-Gleichung	70
3.7 Potentialtopf, Resonanzen	74
3.7.1 Analytische Eigenschaften des Transmissionskoeffizienten	76
3.7.2 Bewegung eines Wellenpaketes in der Nähe einer Resonanz	80
4. Unschärferelation	85
4.1 Heisenbergsche Unschärferelation	85
4.1.1 Schwarzsche Ungleichung	85
4.1.2 Allgemeine Unschärferelationen	85
4.2 Energie-Zeit-Uncertainty	87
4.2.1 Durchgangsdauer und Energieunschärfe	87
4.2.2 Dauer einer Energiemessung und Energieunschärfe	88
4.2.3 Lebensdauer und Energieunschärfe	89
4.3 Gemeinsame Eigenfunktionen von kommutierenden Operatoren	90
5. Der Drehimpuls	95
5.1 Vertauschungsrelationen, Drehungen	95
5.2 Eigenwerte von Drehimpulsoperatoren	98
5.3 Bahndrehimpuls in Polarkoordinaten	100

6. Zentralpotential I	107
6.1 Kugelkoordinaten	107
6.2 Bindungszustände in drei Dimensionen	110
6.3 Coulomb-Potential	112
6.4 Das Zweikörperproblem	124
7. Bewegung im elektromagnetischen Feld	127
7.1 Der Hamilton-Operator	127
7.2 Konstantes Magnetfeld B	128
7.3 Normaler Zeeman-Effekt	129
7.4 Kanonischer und kinetischer Impuls, Eichtransformation	131
7.4.1 Kanonischer und kinetischer Impuls	131
7.4.2 Änderung der Wellenfunktion bei einer Eichtransformation	131
7.5 Aharonov-Bohm-Effekt	132
7.5.1 Wellenfunktion im magnetfeldfreien Gebiet	132
7.5.2 Aharonov-Bohm-Interferenzexperiment	133
7.6 Flußquantisierung in Supraleitern	136
7.7 Freie Elektronen im Magnetfeld	137
8. Operatoren, Matrizen, Zustandsvektoren	139
8.1 Matrizen, Vektoren und unitäre Transformationen	139
8.2 Zustandsvektoren und Dirac-Notation	144
8.3 Axiome der Quantenmechanik	149
8.3.1 Ortsdarstellung	150
8.3.2 Impulsdarstellung	150
8.3.3 Darstellung bezüglich eines diskreten Basissystems	151
8.4 Mehrdimensionale Systeme und Vielteilchensysteme	152
8.5 Schrödinger- und Heisenberg-Darstellung	153
8.5.1 Schrödinger-Darstellung	153
8.5.2 Heisenberg-Darstellung	153
8.5.3 Wechselwirkungsdarstellung (Dirac-Darstellung)	156
8.6 Bewegung eines freien Elektrons im Magnetfeld	156
9. Spin	161
9.1 Experimentelle Entdeckung des inneren Drehimpulses	161
9.1.1 „Normaler“ Zeeman-Effekt	161
9.1.2 Stern-Gerlach-Experiment	161
9.2 Mathematische Formulierung für Spin 1/2	162
9.3 Eigenschaften der Pauli-Matrizen	164
9.4 Zustände, Spinoren	165
9.5 Magnetisches Moment	166
9.6 Räumliche Freiheitsgrade und Spin	167

10. Addition von Drehimpulsen	169
10.1 Problemstellung	169
10.2 Addition von Spin 1/2-Operatoren	170
10.3 Bahndrehimpuls und Spin 1/2	172
10.4 Allgemeiner Fall	174
11. Näherungsmethoden für stationäre Zustände	179
11.1 Zeitunabhängige Störungstheorie (Rayleigh-Schrödinger)	179
11.1.1 Nicht entartete Störungstheorie	180
11.1.2 Störungstheorie für entartete Zustände	181
11.2 Variationsprinzip	183
11.3 WKB (Wentzel-Kramers-Brillouin)-Methode	183
12. Relativistische Korrekturen	189
12.1 Relativistische kinetische Energie	189
12.2 Spin-Bahn-Kopplung	191
12.3 Darwin-Term	193
12.4 Weitere Korrekturen	196
12.4.1 Lamb-Verschiebung	196
12.4.2 Hyperfeinstruktur	196
13. Atome mit mehreren Elektronen	199
13.1 Identische Teilchen	199
13.1.1 Bosonen und Fermionen	199
13.1.2 Nicht wechselwirkende Teilchen	201
13.2 Helium	205
13.2.1 Vernachlässigung der Elektron-Elektron-Wechselwirkung	205
13.2.2 Energieverschiebung durch die abstoßende Elektron-Elektron-Wechselwirkung	207
13.2.3 Variationsmethode	212
13.3 Hartree- und Hartree-Fock-Näherung (Selbstkonsistente Felder)	213
13.3.1 Hartree-Näherung	214
13.3.2 Hartree-Fock-Näherung	216
13.4 Thomas-Fermi-Methode	219
13.5 Atomaufbau und Hundsche Regeln	223
14. Zeeman-Effekt und Stark-Effekt	231
14.1 Wasserstoffatom im Magnetfeld	231
14.1.1 Schwaches Feld	232
14.1.2 Starkes Feld, Paschen-Back-Effekt	232
14.1.3 Zeeman-Effekt für beliebiges Magnetfeld	233
14.2 Mehrelektronenatome	236
14.2.1 Schwaches Magnetfeld	236

14.2.2 Starkes Magnetfeld, Paschen-Back-Effekt	237
14.3 Stark-Effekt	238
14.3.1 Energieverschiebung des Grundzustandes	238
14.3.2 Angeregte Zustände	239
15. Moleküle	243
15.1 Qualitative Überlegungen	243
15.2 Born-Oppenheimer-Näherung	245
15.3 Das H_2^+ -Molekül	247
15.4 Das Wasserstoffmolekül H_2	249
15.5 Energieniveaus eines zweiatomigen Moleküls: Schwingungs- und Rotationsniveaus	254
15.6 Van-der-Waals-Kraft	256
16. Zeitabhängige Phänomene	259
16.1 Heisenberg-Darstellung für einen zeitabhängigen Hamilton-Operator	259
16.2 Sudden Approximation (Plötzliche Parameteränderung) ...	261
16.3 Zeitabhängige Störungstheorie	262
16.3.1 Störungsentwicklung	262
16.3.2 Übergänge 1. Ordnung	264
16.3.3 Übergänge in ein kontinuierliches Spektrum, Goldene Regel	264
16.3.4 Periodische Störung	267
16.4 Wechselwirkung mit dem Strahlungsfeld	268
16.4.1 Hamilton-Operator	268
16.4.2 Spontane Emission	270
16.4.3 Elektrische Dipolübergänge (E1)	272
16.4.4 Auswahlregeln für Dipol-(E1)-Übergänge	273
16.4.5 Quadrupolübergänge und magnetische Dipolübergänge	275
17. Zentralpotential II	277
17.1 Schrödinger-Gleichung für sphärisch symmetrisches Kastenpotential	277
17.2 Sphärische Bessel-Funktionen	278
17.3 Bindungszustände des sphärischen Potentialtopfes	280
17.4 Grenzfall eines tiefen Potentialtopfes	282
17.5 Kontinuumslösungen für den Potentialtopf	284
17.6 Entwicklung von ebenen Wellen nach Kugelfunktionen	285
18. Streutheorie	289
18.1 Streuung eines Wellenpaketes und stationäre Zustände	289
18.1.1 Wellenpaket	289

18.1.2	Formale Lösung der zeitunabhängigen Schrödinger-Gleichung	290
18.1.3	Asymptotisches Verhalten des Wellenpaket	292
18.2	Streuquerschnitt	293
18.3	Partialwellen	295
18.4	Optisches Theorem	298
18.5	Bornsche Näherung	300
18.6	Inelastische Streuung	301
18.7	Streuphasen	303
18.8	Resonanz-Streuung am Potentialtopf	305
18.9	Niederenergie- s -Wellen-Streuung, Streulänge	308
18.10	Streuung für hohe Energien	312
18.11	Ergänzende Bemerkungen	313
18.11.1	Transformation in das Laborsystem	313
18.11.2	Coulomb-Potential	314
19.	„Supersymmetrische“ Quantentheorie	315
19.1	Verallgemeinerte Leiteroperatoren	315
19.2	Beispiele	318
19.2.1	Reflexionsfreie Potentiale	318
19.2.2	δ -Funktion	320
19.2.3	Harmonischer Oszillator	321
19.2.4	Coulomb-Potential	321
19.3	Ergänzungen	325
20.	Zustand und Meßprozeß in der Quantenmechanik	327
20.1	Der quantenmechanische Zustand, Kausalität und Determinismus	327
20.2	Die Dichtematrix	329
20.2.1	Dichtematrix für reine und gemischte Gesamtheiten	329
20.2.2	Von-Neumann-Gleichung	333
20.2.3	Spin 1/2-Systeme	334
20.3	Der Meßvorgang	338
20.3.1	Der Stern-Gerlach-Versuch	338
20.3.2	Quasiklassische Lösung	339
20.3.3	Stern-Gerlach-Versuch als idealisierter Meßvorgang	339
20.3.4	Allgemeines Experiment	341
20.3.5	Phasenrelationen beim Stern-Gerlach-Experiment	344
20.3.6	Die Zeitentwicklung bei Durchgang durch zwei Stern-Gerlach-Apparate	346
20.4	EPR-Argument, Versteckte Parameter, Bellsche Ungleichung	347
20.4.1	EPR-(Einstein, Podolsky, Rosen)-Argument	347
20.4.2	Bellsche Ungleichung	349

Anhang	353
A. Mathematische Hilfsmittel zur Lösung linearer Differentialgleichungen	353
A.1 Fourier-Transformation	353
A.2 Delta-Funktion und Distributionen	353
A.3 Greensche Funktionen	358
B. Kanonischer und kinetischer Impuls	360
C. Algebraische Bestimmung der Drehimpulseigenfunktionen ...	361
D. Tabellen und Periodensystem	365
 Sachverzeichnis	 369