

Inhaltsverzeichnis

1.	<i>Analytische Geometrie der Ebene</i>	11
1.1.	Punktkoordinaten auf der Geraden und in der Ebene. Der Abstand zweier Punkte	11
1.2.	Teilung einer Strecke im gegebenen Verhältnis. Flächeninhalt eines Dreiecks, Flächeninhalt von Vielenken	12
1.3.	Gleichung einer Kurve	14
1.4.	Gleichung der Geraden: 1. in Normalform, 2. in allgemeiner Form, 3. in Achsenabschnittsform.....	16
1.5.	Winkel zwischen zwei Geraden. Gleichung des Büschels aller Geraden, die durch einen gegebenen Punkt gehen. Gleichung der Geraden, die durch zwei gegebene Punkte geht (Zweipunktegleichung). Schnittpunkt zweier Geraden	18
1.6.	Die (<i>Hessesche</i>) Normalform der Geradengleichung. Abstand eines Punktes von einer Geraden. Gleichungen der Winkelhalbierenden. Gleichung eines Büschels von Geraden, die durch den Schnittpunkt zweier gegebener Geraden gehen .	20
1.7.	Vermischte Aufgaben zur Geometrie der Geraden	22
1.8.	Kreis.....	24
1.9.	Ellipse	25
1.10.	Hyperbel	28
1.11.	Parabel	30
1.12.	Leitlinien, Durchmesser und Tangenten von Kurven 2. Ordnung ...	32
1.13.	Transformation cartesischer Koordinaten. Die Parabeln $y = ax^2 + bx + c$ und $x = ay^2 + by + c$. Die Hyperbel $x \cdot y = k$	36
1.14.	Vermischte Aufgaben zu Kurven 2. Ordnung	39
1.15.	Allgemeine Gleichung einer Kurve 2. Ordnung	41
1.16.	Polarkoordinaten	44
1.17.	Algebraische Kurven 3. und höherer Ordnung	47
1.18.	Transzendente Kurven	48
2.	<i>Vektoralgebra</i>	50
2.1.	Addition von Vektoren. Multiplikation eines Vektors mit einem Skalar	50
2.2.	Rechtwinklige Koordinaten eines Punktes und eines Vektors im Raum	53
2.3.	Skalarprodukt zweier Vektoren ..	55
2.4.	Vektorprodukt zweier Vektoren ..	57
2.5.	Gemischtes Produkt dreier Vektoren (Spatprodukt).....	59
3.	<i>Analytische Geometrie des Raumes</i>	61
3.1.	Gleichung einer Ebene	61
3.2.	Grundlegende Aufgaben zur Ebene	62
3.3.	Gleichungen der Geraden	64
3.4.	Gerade und Ebene	67
3.5.	Sphärische und zylindrische Flächen	69
3.6.	Konische Flächen und Rotationsflächen	71
3.7.	Ellipsoid, Hyperboloid, Paraboloid	72

4.	<i>Höhere Algebra</i>	76	6.6.	Ableitung der Arkusfunktion	111
4.1.	Determinanten	76	6.7.	Ableitung der Hyperbelfunktionen	112
4.2.	Lineare Gleichungssysteme	78	6.8.	Vermischte Beispiele und Aufgaben zur Differentiation	113
4.3.	Komplexe Zahlen	81	6.9.	Ableitungen höherer Ordnung	114
4.4.	Gleichungen höheren Grades. Näherungsweise Lösung einer Gleichung	84	6.10.	Ableitung impliziter Funktionen	115
5.	<i>Einführung in die Analysis</i>	87	6.11.	Differential einer Funktion	117
5.1.	Veränderliche Größen und Funktionen	87	6.12.	Parameterdarstellung einer Kurven- gleichung	118
5.2.	Zahlenfolgen. Grenzwert einer Veränderlichen. Grenzwert einer Funktion	89	7.	<i>Anwendungen der Ableitung einer Funktion</i>	120
5.3.	Grenzwerteigenschaften. Bestim- mung einfacher „unbestimmter Aus- drücke“ der Form $\frac{0}{0}$ und $\frac{\infty}{\infty}$	93	7.1.	Geschwindigkeit und Beschleuni- gung	120
5.4.	$\lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\sin \alpha}{\alpha}$	95	7.2.	Hauptsätze der Differential- rechnung	121
5.5.	„Unbestimmte Ausdrücke“ der Form „ $\infty - \infty$ “ und „ $0 \cdot \infty$ “	96	7.3.	Bestimmung unbestimmter Aus- drücke; <i>l'Hospitalsche Regel</i>	124
5.6.	Vermischte Beispiele zur Berech- nung von Grenzwerten	96	7.4.	Steigen und Fallen einer Funktion. Maximum und Minimum	125
5.7.	Ordnung kleiner – gegen Null strebender Größen	97	7.5.	Extremwertaufgaben	129
5.8.	Stetigkeit einer Funktion	98	7.6.	Konvexität und Konkavität. Wendepunkte einer Kurve. Kurvendiskussion	131
5.9.	Asymptoten	101	8.	<i>Unbestimmtes Integral</i>	133
5.10.	Die Zahl e	102	8.1.	Unbestimmtes Integral. Integral einer Summe	133
6.	<i>Ableitung und Differential</i>	104	8.2.	Integration durch Substitution	134
6.1.	Ableitung algebraischer und tri- gonometrischer Funktionen	104	8.3.	Integrale von der Form $\int \frac{dx}{x^2 \pm a^2}$, $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}}$, $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + k}}$ mit Angabe geeigneter Sub- stitutionen	136
6.2.	Ableitung der Funktion einer Funktion	106	8.4.	Partielle Integration	137
6.3.	Tangente und Normale einer ebenen Kurve	107	8.5.	Integration trigonometrischer Funktionen	138
6.4.	Fälle der Nichteinheitlichkeits- stetiger Funktionen	108	8.6.	Integration rationaler algebraischer Funktionen	140
6.5.	Ableitung der Logarithmus- und Exponentialfunktion	110			

8.7.	Integration einiger irrationaler algebraischer Funktionen	141	11.3.	Vollständiges Differential 1. Ordnung	172
8.8.	Integration einiger transzendenter Funktionen	144	11.4.	Ableitungen mittelbarer Funktionen	174
8.9.	Integration der Hyperbelfunktionen. Substitution durch Hyperbelfunktionen	145	11.5.	Ableitungen impliziter Funktionen	175
8.10.	Vermischte Beispiele zur Integration	146	11.6.	Partielle Ableitungen und vollständige Differentiale höherer Ordnung	176
9.	<i>Bestimmtes Integral</i>	148	11.7.	Integration vollständiger Differentiale	179
9.1.	Berechnung des bestimmten Integrals	148	11.8.	Singuläre Punkte einer ebenen Kurve	180
9.2.	Flächenberechnung	150	11.9.	Enveloppe einer ebenen Kurvenschar	181
9.3.	Volumen eines Rotationskörpers ..	152	11.10.	Tangentialfläche und Flächennormale	182
9.4.	Bogenlänge eines ebenen Kurvenstücks	153	11.11.	Skalares Feld. Niveaulinien und Niveauflächen. Ableitung nach einer gegebenen Richtung. Gradient ..	184
9.5.	Oberfläche eines Rotationskörpers	155	11.12.	Extremum einer Funktion zweier Veränderlicher	185
9.6.	Aufgaben aus der Physik	155	12.	<i>Differentialgleichungen</i>	187
9.7.	Uneigentliche Integrale	158	12.1.	Begriff der Differentialgleichung ..	187
9.8.	Mittelwert einer Funktion	160	12.2.	Integration der Differentialgleichungen 1. Ordnung durch Trennung der Veränderlichen. Orthogonale Trajektorien	188
9.9.	Die (Sehnen-) Trapezformel und die <i>Simpsonsche Regel</i>	160	12.3.	Differentialgleichungen 1. Ordnung 1. homogene, 2. lineare, 3. Bernoullische	191
10.	<i>Krümmung ebener und räumlicher Kurven</i>	163	12.4.	Differentialgleichungen, die Differentiale eines Produkts oder Quotienten enthalten	192
10.1.	Krümmung einer ebenen Kurve. Krümmungsmittelpunkt und Krümmungsradius. Evolute	163	12.5.	Differentialgleichungen 1. Ordnung, die ein vollständiges Differential enthalten. Integrierender Faktor ..	193
10.2.	Bogenlänge einer Raumkurve	164	12.6.	Differentialgleichungen 1. Ordnung, die nicht nach y' aufgelöst sind. Gleichungen von <i>Lagrange</i> und <i>Clairaut</i>	194
10.3.	Ableitung einer Vektorfunktion nach einem Skalar und ihre mechanische und geometrische Bedeutung. Begleitendes Dreibein einer Kurve	165			
10.4.	Krümmung und Windung einer Raumkurve	167			
11.	<i>Partielle Ableitungen, vollständige Differentiale und deren Anwendung</i>	169			
11.1.	Funktionen zweier Veränderlicher und ihre geometrische Darstellung	169			
11.2.	Partielle Ableitungen 1. Ordnung .	171			

12.7. Differentialgleichungen höherer Ordnung, die sich auf Gleichungen niedrigerer Ordnung zurückführen lassen	196	gener Massenverteilung (Dichte $\varrho = 1$)	205
12.8. Lineare homogene Differentialglei- chungen mit konstanten Koeffizien- ten.....	197	13.3. Berechnung des Rauminhalts mit Hilfe des Doppelintegrals	206
12.9. Lineare inhomogene Differential- gleichungen mit konstanten Koef- fizienten	198	13.4. Inhalt gekrümmter Flächen	208
12.10. Beispiele von Differentialgleichun- gen verschiedener Typen	200	13.5. Dreifachintegral und seine Anwen- dung	208
12.11. Lineare <i>Eulersche</i> Differential- gleichung	201	13.6. Kurvenintegral. <i>Greenscher</i> Inte- gralsatz.....	210
12.12. Systeme linearer Differentialglei- chungen mit konstanten Koeffi- zienten	201	13.7. Oberflächenintegrale. Integralsätze von <i>Gauß-Ostrogradski</i> und <i>Stokes</i>	213
12.13. Lineare (partielle) Differentialglei- chungen 2. Ordnung (Methode der Charakteristiken)	202	14. <i>Reihen</i>	216
13. <i>Doppel-, Dreifach- und Kurven-</i> <i>integrale</i>	204	14.1. Zahlenreihen	216
13.1. Flächenberechnung mit Hilfe des Doppelintegrals	204	14.2. Gleichmäßige Konvergenz einer Funktionenreihe	218
13.2. Schwerpunkt und Trägheits- moment einer Fläche bei homo-		14.3. Potenzreihen	220
		14.4. <i>Taylor- und MacLaurin-Reihen</i> ..	221
		14.5. Anwendung von Reihen bei Nähe- rungsberechnungen	223
		14.6. <i>Taylor-Reihe</i> einer Funktion zweier Veränderlicher	225
		14.7. <i>Fourier-Reihe. Fouriersches Integral</i>	226
		<i>Lösungen</i>	230
		<i>Anhang</i> (Kurven, Tabellen)	305