

Robert Hafner

**Wahrscheinlichkeits-
rechnung
und Statistik**

Springer-Verlag Wien New York

Inhaltsverzeichnis

Teil I: Wahrscheinlichkeitsrechnung

1. Zufallsexperimente

1.1 Einführung	3
1.2 Ereignisse.....	7
Beschreibung von Versuchsausgängen.....	7
Aussagen über Versuchsausgänge	9
Verknüpfung von Aussagen	11
Ereignisse.....	13
Die konjunktive Normalform für Ereignisse	15
Rechnen mit Ereignissen	21
1.3 Die Grundaxiome der Wahrscheinlichkeitstheorie	23
1.4 Folgerungen aus den Grundaxiomen	29

2. Eindimensionale Verteilungen

2.1 Diskrete und stetige Verteilungen.....	34
Beschreibung diskreter Verteilungen.....	35
Beschreibung stetiger Verteilungen.....	39
2.2 Die diskrete Gleichverteilung	44
2.3 Die hypergeometrische Verteilung.....	46
2.4 Die Binomialverteilung.....	51
2.5 Die Poisson-Verteilung	56
2.6 Die stetige Gleichverteilung.....	62
2.7 Die Normalverteilung.....	63
2.8 Die Gammaverteilung.....	67
Zusammenhang mit der Poisson-Verteilung	71
2.9 Die Betaverteilung.....	72
Zusammenhang mit der Binomialverteilung.....	74
2.10 Funktionen von Zufallsvariablen	75
2.11 Lage- und Skalenfamilien von Verteilungen	87
2.12 Simulation eindimensionaler Verteilungen.....	92

3. Mehrdimensionale Verteilungen

3.1 Diskrete und stetige Verteilungen.....	96
3.2 Randverteilungen.....	102

3.3 Die polyhypergeometrische Verteilung	106
3.4 Die Multinomialverteilung	109
3.5 Die mehrdimensionale Normalverteilung	113
3.6 Funktionen von mehrdimensionalen Zufallsvariablen	120

4. Stochastische Unabhängigkeit

4.1 Unabhängige Experimente	128
4.2 Unabhängige Zufallsvariable	136
4.3 Unabhängige Ereignisse	143

5. Stochastische Abhängigkeit

5.1 Abhängige Experimente	146
5.2 Bedingte Verteilungen	152
5.3 Bedingte Wahrscheinlichkeiten	157
5.4 Das Theorem von Bayes	160

6. Parameter von Wahrscheinlichkeitsverteilungen

6.1 Die Erwartung	166
6.2 Momente eindimensionaler Verteilungen	176
Existenz von Momenten	177
Zusammenhänge zwischen Momenten	180
6.3 Lage- und Streuungsparameter	186
6.4 Momente mehrdimensionaler Verteilungen	201
6.5 Die bedingte Erwartung	211
Regression	212

7. Gesetze der großen Zahlen

7.1 Das schwache Gesetz der großen Zahlen	216
7.2 Das starke Gesetz der großen Zahlen	220

8. Summen von unabhängigen Zufallsvariablen

8.1 Die Faltung	223
8.2 Die charakteristische Funktion	230
8.3 Verteilungskonvergenz	241
8.4 Der zentrale Grenzwertssatz	247

Teil II: Statistik**9. Was ist Statistik?**

9.1 Modellbildung.....	256
9.2 Grundaufgaben der mathematischen Statistik	262

10. Punktschätzung

10.1 Methoden zur Konstruktion von Punktschätzern	269
Die Minimum- χ^2 -Methode	271
Die Momenten-Methode	273
Die Maximum-Likelihood-Methode	280
Die Bayes-Methode	286
10.2 Erwartungstreue und Konsistenz von Schätzern	293
Transformation von ML-, Min- χ^2 -, Momenten- und Bayes-Schätzern	299
10.3 Die Ungleichung von Rao-Cramér	300
Exponentialfamilien	305
10.4 Asymptotische Eigenschaften von Schätzern	307

11. Suffizienz und Vollständigkeit

11.1 Suffiziente Statistiken	313
11.2 Suffizienz bei Exponentialfamilien	323
11.3 Vollständige Verteilungsfamilien	328
11.4 Varianzminimale erwartungstreue Schätzer	332
Die Sätze von Rao-Blackwell und Lehmann-Scheffé	334

12. Die Prüfverteilungen der Normalverteilung

12.1 Die χ^2 -Verteilung	347
Die nichtzentrale χ^2 -Verteilung	355
12.2 Die t -Verteilung	357
Die nichtzentrale t -Verteilung	362
12.3 Die F -Verteilung	363
Die nichtzentrale F -Verteilung	366

13. Testen von Hypothesen

13.1 Grundbegriffe der Testtheorie	368
Die allgemeine Form eines Testproblems	370
Die allgemeine Form einer Teststrategie	372
Fehlentscheidungen erster und zweiter Art	373

Die Gütefunktion einer Teststrategie	374
Asymmetrie der Beweislast	378
Qualitätsmerkmale von Teststrategien	383
13.2 Das Lemma von Neyman und Pearson	385
Die Risikofunktion	390
Trennbarkeit zweier Verteilungen	396
13.3 Verteilungsfamilien mit monotonen Dichtequotienten	397
13.4 Unverfälschte Tests für Hypothesen vom Typ: $\mathbf{H}_0: \vartheta = \vartheta_0$ $\mathbf{H}_1: \vartheta \neq \vartheta_0$	402
13.5 Der Likelihood-Quotienten-Test	408
Asymptotische Eigenschaften des Likelihood-Quotienten-Tests	435
13.6 Der entscheidungstheoretische Ansatz	436
 14. Bereichsschätzung	
14.1 Konstruktion von Bereichsschätzern	443
Eine Konstruktionsmethode für einparametrische Modelle	446
Bereichsschätzer — der allgemeine Begriff	450
Die allgemeine Konstruktionsmethode für Bereichsschätzer	451
14.2 Zusammenhänge zwischen Bereichsschätzung und Testen von Hypothesen	459
Qualitätskriterien für Bereichsschätzer	461
14.3 Konfidenzintervalle und Konfidenzschranken	464
14.4 Bayes'sche Konfidenzbereiche	479
 15. Modellanpassung	
15.1 Vom Supermodell Wahrscheinlichkeitstheorie zum plausiblen Modellansatz	483
15.2 Modelle ohne Struktur- und Verteilungshypothesen	485
15.3 Modelle mit Verteilungsannahmen — der χ^2 -Test	486
15.4 Modelle mit Struktur- und Verteilungsannahmen	494
Strukturanpassung durch Rückwärtselimination	499
Strukturanpassung durch Vorwärtsselektion	501
Prüfung der Verteilungsannahmen — Residualanalyse	502
 Literatur	505
 Sachverzeichnis	507