

Siegfried Gottwald

Mehrwertige Logik

Eine Einführung
in Theorie
und Anwendungen



Akademie-Verlag Berlin 1989

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	IX
1. Einleitung	1
1.1. Klassische und mehrwertige Logik	1
1.2. Zur Geschichte der mehrwertigen Logik	5
1.3. Weiterhin benutzte Begriffe und Bezeichnungen	9
2. Mehrwertige Aussagenlogik	12
2.1. Die formale Sprache der Aussagenlogik	12
2.2. Ausgezeichnete Quasiwahrheitswerte, Tautologien und Folgerungen	18
2.3. Spezielle Junktoren und Mengen von Quasiwahrheitswerten . .	27
2.3.1. Wahrheitswertfunktionen für Negationen	30
2.3.2. Wahrheitswertfunktionen für Konjunktionen	31
2.3.3. Wahrheitswertfunktionen für Alternativen	32
2.3.4. Wahrheitswertfunktionen für Implikationen	34
2.3.5. Die Wahrheitswertfunktionen j_i	35
2.4. Die Entscheidbarkeit mehrwertiger aussagenlogischer Systeme	36
2.5. Die Axiomatisierbarkeit mehrwertiger aussagenlogischer Systeme	37
2.6. Die formale Erfassung der Folgerungsbeziehung	53
2.7. Funktionale Vollständigkeit	69
2.8. Normalformdarstellungen	81
3. Spezielle Systeme mehrwertiger Aussagenlogik	84
3.1. Die ŁUKASIEWICZschen aussagenlogischen Systeme	84
3.1.1. Wichtige Tautologien der \mathbf{L} -Systeme	86
3.1.2. Charakterisierbarkeit der Anzahl der Quasiwahrheitswerte . .	90
3.1.3. Axiomatisierbarkeit	99
3.1.4. Entscheidbarkeit von \mathbf{L}_∞	105
3.1.5. Darstellbarkeit von Wahrheitswertfunktionen	107

3.2.	Algebraische Strukturen für die ŁUKASIEWICZschen Systeme	121
3.2.1.	MV-Algebren	122
3.2.2.	MV-Algebren und Axiomatisierungen der \mathbf{L} -Systeme	134
3.2.3.	ŁUKASIEWICZ-Algebren	144
3.3.	Die POSTschen aussagenlogischen Systeme	146
3.4.	Die GÖDELSchen aussagenlogischen Systeme	155
3.5.	Spezielle dreiwertige aussagenlogische Systeme	165
3.6.	Allgemeinere Junktorenklassen und Quasiwahrheitswertstrukturen	170
3.6.1.	Eine Charakterisierung der Wahrheitswertfunktionen et_1 und vel_1	170
3.6.2.	T-Normen als Wahrheitswertfunktionen für Konjunktionen	172
3.6.3.	Mehrdimensionale Quasiwahrheitswertstrukturen	179
4.	Mehrwertige Prädikatenlogik	183
4.1.	Mehrwertige Prädikate	183
4.2.	Die formale Sprache der Prädikatenlogik und ihre mehrwertigen Interpretationen	184
4.3.	Zur Erfüllbarkeit prädikatenlogischer Ausdrucksmengen	192
4.4.	Die Axiomatisierbarkeit mehrwertiger prädikatenlogischer Systeme	207
4.5.	Die ŁUKASIEWICZschen prädikatenlogischen Systeme	218
4.5.1.	Wichtige allgemeingültige Ausdrücke	219
4.5.2.	Resultate über die \mathbf{L} -Systeme	223
4.5.3.	Das unendlichwertige \mathbf{L} -System	230
4.6.	Prädikatenlogische Systeme mit mehrwertiger Identität	237
4.6.1.	Mehrwertige Identitätsbeziehungen	238
4.6.2.	„Absolute“ Identitätsbeziehungen	240
4.6.3.	„Echt mehrwertige“ Identitätsbeziehungen	243
5.	Anwendungen der mehrwertigen Logik	251
5.1.	Das Anwendungsproblem	251
5.2.	Quasiwahrheitswerte und alethische Modalitäten	252
5.3.	Mehrwertige und intuitionistische Logik	258
5.4.	Mehrwertige Logik und Präsuppositionstheorie	261
5.5.	Unabhängigkeitsbeweise I: aussagenlogisch	267
5.6.	Unabhängigkeitsbeweise II: prädikatenlogisch	271
5.7.	Konsistenzuntersuchungen zur Mengenlehre	291
5.8.	Unschärfe Mengen, Vagheit von Begriffen und mehrwertige Logik	298

5.8.1. Vagheit von Begriffen und unscharfe Mengen	298
5.8.2. Grundeigenschaften unscharfer Mengen	303
5.8.3. Gleichungen für unscharfe Zahlen	315
5.8.4. Unscharfe Relationen	324
5.9. Zwei außergewöhnliche Verallgemeinerungen	333
5.9.1. Unscharfe Folgerungsbeziehung	334
5.9.2. Approximatives Schließen	337
 Literaturverzeichnis	 346
Symbolverzeichnis	366
Namenverzeichnis	369
Sachverzeichnis	373