

Inhaltsverzeichnis

Geleitwort	ix
Vorwort des Bearbeiters	xi
Porträt von Karl WEIERSTRASS	xxviii
Porträt von Adolf HURWITZ	xxix

Karl WEIERSTRASS:

Einleitung in die Theorie der analytischen Funktionen
Vorlesung Berlin 1878

I Der Begriff der Zahl	1
1 Rechnen mit einer Einheit	3
1.1 Rechnen mit natürlichen Vielfachen einer Einheit	3
1.2 Rechnen mit positiven rationalen Vielfachen einer Einheit	4
1.3 Zahlgrößen aus unendlich vielen Elementen gebildet	7
1.4 Endliche und unendlich große Zahlen	9
1.5 Summen aus unendlich vielen Zahlen	11
2 Rechnen mit einer Haupteinheit und deren entgegengesetzter Einheit	15
2.1 Definition der reellen Zahlen	15
2.2 Unendliche Reihen reeller Zahlen	18
2.3 Rechnen mit reellen Zahlen	19
2.4 Geometrische Veranschaulichung der bisher betrachteten Zahlgrößen .	21
3 Rechnen mit komplexen Zahlen	25
3.1 Einführung der komplexen Zahlen auf geometrische Weise	25
3.2 Einführung als reelle Algebra	31
3.3 Unendliche Reihen komplexer Zahlen	39
3.4 Produkte aus unendlich vielen Zahlen	41

II	Einleitung in die Funktionentheorie	45
4	Geschichtliche Entwicklung des Funktionsbegriffs	47
5	Rationale Funktionen	51
5.1	Identitätssätze und Interpolationsformeln	51
5.2	Algebraische Theorie der Polynomringe	53
5.3	Stetigkeit rationaler Funktionen	57
6	Konvergenz von Funktionenreihen	59
7	Potenzreihen	63
7.1	Konvergenzverhalten von Potenzreihen	63
7.2	Weierstraßscher Doppelreihensatz mit Anwendungen	66
7.3	Identitätssätze und Interpolationsproblem	68
7.4	Nachträge	71
8	Differentialrechnung	73
8.1	Erste und höhere Differentiale für eine und mehrere Veränderliche .	73
8.2	Rechenregeln der Differentialrechnung	76
8.3	Differentiation von Potenzreihen	77
8.4	Beispiel einer nicht differenzierbaren stetigen Funktion	79
9	\mathbb{R} und \mathbb{R}^n als metrische topologische Räume	83
9.1	Offene Mengen und Zusammenhangskomponenten	83
9.2	Supremumsprinzip und Satz von BOLZANO-WEIERSTRASS für \mathbb{R} . .	84
9.3	Anwendungen	87
9.4	Gleichmäßige Stetigkeit	88
9.5	Supremumsprinzip und Satz von BOLZANO-WEIERSTRASS für \mathbb{R}^n ; Maxima und Minima	89
10	Analytische Funktionen einer Veränderlichen	93
10.1	Analytische Fortsetzung	93
10.2	Analytische Funktionen	95
11	Singuläre Punkte	99
11.1	Cauchysche Ungleichungen für Taylorkoeffizienten	99
11.2	Existenz singulärer Punkte auf dem Rand des Konvergenzkreises . .	100
11.3	Quotient zweier Potenzreihen; Satz von LIOUVILLE	104
11.4	Fundamentalsatz der Algebra	108
12	Unendliche Summen und Produkte analytischer Funktionen	111
12.1	Weierstraßscher Doppelreihensatz	111
12.2	Reihen analytischer Funktionen	113

12.3	Weierstraßscher Differentiationssatz	115
12.4	Darstellung von Funktionen durch unendliche Produkte	115
13	Fortsetzung mehrdeutiger analytischer Funktionen	117
13.1	Systeme analytischer Funktionen	117
13.2	Ableitungen bei analytischen Funktionen	117
13.3	Fortsetzung von Funktionensystemen	118
14	Analytische Funktionen mehrerer Veränderlicher	121
14.1	Analytische Fortsetzung in mehreren Veränderlichen	121
14.2	Potenzreihen in mehreren Veränderlichen	122
15	Isolierte Singularitäten	127
15.1	Typen isolierter Singularitäten	127
15.2	Darstellung meromorpher Funktionen	128
16	Exponentialfunktion	131
16.1	Nullstellenfreie ganze Funktionen	131
16.2	Eigenschaften der Exponentialfunktion, Bild und Urbild	131
17	Logarithmusfunktion	135
17.1	Existenz lokaler Logarithmusfunktionen	135
17.2	Fortsetzung analytischer Funktionen entlang Strecken und in Dreiecken	136
17.3	Hauptzweig des Logarithmus	138
17.4	Der Logarithmus als unendlich-vieldeutige Funktion	140
18	Zweige analytischer Funktionen	143
19	Weierstraßscher Produktsatz	147
19.1	Beweis des Weierstraßschen Produktsatzes	147
19.2	Beispiel	150
19.3	Umkehrung des Konvergenzkriteriums für das Produkt	151
19.4	Darstellung meromorpher Funktionen	151
20	Über die Umkehrbarkeit analytischer Funktionen	153
20.1	Satz über implizite Funktionen für Potenzreihen in mehreren Veränderlichen	153
20.2	Umkehrung analytischer Funktionen	157
21	Über analytische Gebilde	159
21.1	Analytische Gebilde erster Stufe zweier Veränderlicher	159
21.2	Interpretation analytischer Funktionen mittels analytischer Gebilde .	161
21.3	Analytische Gebilde mehrerer Veränderlicher und von höherer Stufe	165

Anhänge	167
A Briefe	169
A.1 Brief von Adolf HURWITZ an Felix KLEIN vom 24.10.1878	169
A.2 Brief von Adolf HURWITZ an Felix KLEIN vom 18.7.1885	171
B Lebensdaten	173
B.1 Lebensdaten von Karl WEIERSTRASS	173
B.2 Lebensdaten von Adolf HURWITZ	175
Sach- und Namenverzeichnis	176