

Mittlere Reife

Original-Prüfungsausschuss

**MEHR
ERFAHREN**

Mecklenburg-Vorpommern

Mathematik

- + Basiswissen mit Übungen
- + Musterprüfung zur Mittleren Reife

ActiveBook
• Interaktives
Training



STARK

Inhalt

Vorwort

Hinweise und Tipps

1	Keine Angst vor der Mittleren Reife	I
2	Dein persönlicher Zeitplan	I
3	Hinweise zur Prüfung	II
4	Deine persönliche Generalprobe	III
5	Lernplaner	IV

Training Grundwissen 1

1	Wiederholung Grundlagen	3
1.1	Terme und Termumformungen	3
	Termumformungen	4
	Bruchterme	8
1.2	Lösen von linearen Gleichungen und Ungleichungen	11
	Lineare Gleichungen	11
	Lineare Ungleichungen	13
	Textaufgaben	14
1.3	Proportionale und umgekehrt proportionale Zuordnungen	16
	Proportionale Zuordnungen	16
	Nicht proportionale Zuordnungen	16
	Lösen von proportionalen Zuordnungen	17
	Umgekehrt proportionale Zuordnungen	18
	Lösen von umgekehrt proportionalen Zuordnungen	18
1.4	Prozentrechnung und Zinsrechnung	21
	Prozentrechnung	21
	Zinsrechnung	25
1.5	Umrechnungen von Größen	26
1.6	Dreiecke und Vierecke	29
1.7	Kongruenzsätze und Dreieckskonstruktionen	33
1.8	Kreis und Kreisteile	36
	Kreis	36
	Kreisring	38
	Kreisbogen und Kreissektor	39
	Kreis und Gerade	40
1.9	Potenzen und Wurzeln	42
	Potenzen	42
	Zehnerpotenzen	44
	Wurzeln	45

2	Lineare Funktionen und lineare Gleichungssysteme	46
2.1	Allgemeine Funktion	46
2.2	Lineare Funktionen	49
	Zeichnen von Graphen linearer Funktionen	50
	Verlauf von Graphen linearer Funktionen	53
	Nullstellen von linearen Funktionen	54
2.3	Lineare Gleichungssysteme	56
	Grafisches Lösungsverfahren	58
	Rechnerische Lösungsverfahren	59
	Lösen von Textaufgaben mit zwei Unbekannten	62
3	Quadratische Funktionen und Gleichungen	64
3.1	Quadratische Funktionen	64
	Die Normalparabel $y = x^2$	65
	Verschiebung der Normalparabel entlang der Koordinatenachsen	66
	Normalform $y = x^2 + px + q$ einer quadratischen Funktion	69
	Scheitelpunktform und Normalform	70
	Streckung der Normalparabel	71
	Allgemeine Form $y = ax^2 + bx + c$ einer quadratischen Funktion	72
3.2	Quadratische Gleichungen	75
	Reinquadratische Gleichungen der Form $x^2 - q = 0$	75
	Quadratische Gleichungen der Form $x^2 + px = 0$	77
	Gemischt quadratische Gleichungen der Form $x^2 + px + q = 0$	78
4	Ähnlichkeit und Strahlensätze	81
4.1	Maßstab	81
4.2	Zentrische Streckung	83
4.3	Strahlensätze	88
4.4	Ähnliche Figuren	91
5	Sätze am rechtwinkligen Dreieck	93
5.1	Der Satz des Pythagoras	93
5.2	Der Kathetensatz	96
5.3	Der Höhensatz	98
5.4	Der Satz des Thales	99
6	Trigonometrie	102
6.1	Berechnungen am rechtwinkligen Dreieck	102
6.2	Berechnungen am allgemeinen Dreieck – Sinus- und Kosinussatz	108
	Sinussatz	108
	Flächeninhalt eines allgemeinen Dreiecks	110
	Kosinussatz	111
	Sinussatz oder Kosinussatz – das ist die Frage	113

7	Winkelfunktionen	116
7.1	Sinus und Kosinus am Einheitskreis	116
7.2	Bogenmaß eines Winkels	119
7.3	Sinus- und Kosinusfunktion mit Winkeln im Bogenmaß	120
7.4	Streckung/Stauchung der Sinusfunktion	122
8	Körper	125
8.1	Darstellungen von Körpern	125
	Schrägbild eines Körpers	125
	Netz eines Körpers	126
	Zweitafelbild eines Körpers	127
8.2	Masseberechnungen an Körpern	129
8.3	Gerade Prismen	130
8.4	Zylinder	133
8.5	Pyramiden	136
8.6	Kegel	138
8.7	Kugeln	140
9	Daten und Zufall	143
9.1	Statistische Grundbegriffe	143
	Daten erfassen	143
	Daten reduzieren (zusammenfassen)	144
	Daten darstellen	148
	Grafische Darstellungen analysieren	151
9.2	Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung	157
9.3	Schätzen von Wahrscheinlichkeit mithilfe der relativen Häufigkeit	158
9.4	Die Berechnung der Wahrscheinlichkeit von Zufallsexperimenten	159
9.5	Mehrstufige Zufallsexperimente	162
9.6	Kombinatorisches Zählen	167
10	Potenz- und Exponentialfunktionen	170
10.1	Potenzfunktionen	170
	Potenzfunktionen der Form $y = x^n$ mit $n > 0$, n gerade	170
	Potenzfunktionen der Form $y = x^n$ mit $n > 0$, n ungerade	171
	Potenzfunktionen der Form $y = x^n$ mit $n < 0$, n gerade	172
	Potenzfunktionen der Form $y = x^n$ mit $n < 0$, n ungerade	172
10.2	Exponentialfunktionen	174
	Exponentialfunktionen der Form $y = a^x$	174
	Exponentialfunktionen der Form $y = k \cdot a^x$	175
10.3	Exponentielles Wachstum und exponentieller Zerfall	176
10.4	Zinseszins	178

Aufgaben im Stil der Abschlussprüfung **181**

Arbeitsblatt (Pflichtaufgabe 1)	183
Pflichtaufgaben 2–4	185
Wahlaufgaben	187

Original-Abschlussprüfung **191**

Abschlussprüfung 2014	2014-1
Arbeitsblatt (Pflichtaufgabe 1)	2014-1
Pflichtaufgaben 2–4	2014-3
Wahlaufgaben	2014-4



Dein Coach zum Erfolg: Mit dem **Interaktiven Training** kannst du online mit vielen zusätzlichen interaktiven Aufgaben zu allen prüfungsrelevanten Kompetenzbereichen trainieren.

Die **interaktiven Aufgaben** sind im Buch mit diesem Button gekennzeichnet. Am besten gleich ausprobieren!



Ausführliche Infos inkl. Zugangscode findest du auf den **Farbseiten** vorne in diesem Buch.

Autorinnen und Autoren:

Jörg Collenburg, Doris Cremer, Margot Feiste, Ingeborg Goller, Hans Joachim Grueter, Olaf Klärner, Heike Ohrt, Dietmar Steiner, Franz Wieand

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

mit vorliegendem Buch kannst du dich langfristig und nachhaltig auf die zentrale **Prüfung zur Mittleren Reife in Mathematik** vorbereiten. Das Buch ist so konzipiert, dass es bereits zu Beginn der 9. Klasse zur Vorbereitung auf Klassenarbeiten und zur langfristigen Vorbereitung auf die Abschlussprüfung verwendet werden kann.

Gerade für alle Teilnehmer*innen einer zentral gestellten Prüfung ist das **Grundlagenwissen** besonders wichtig. Denn in der Prüfung geht es nicht um irgendwelche Spezialkenntnisse, die du vielleicht gut beherrschst, sondern die Aufgaben werden auf einem möglichst breiten Grundwissen aufbauen. Es geht vor der Prüfung also um eine Gesamtwiederholung.

- ▶ Daher beginnt dieses Buch mit einem ausführlichen **Trainingsteil**. Im ersten Kapitel werden die wichtigsten Themen der unteren Klassenstufen kurz wiederholt, die Kapitel 2 bis 10 behandeln intensiv sämtliche prüfungsrelevanten Bereiche. Zu jedem Thema findest du passende Übungsaufgaben, insgesamt über 210, anhand derer du überprüfen kannst, ob du den Stoff sicher beherrschst.
- ▶ Du kannst **selbstständig** mit dem Buch arbeiten, weil alle Themen auch anhand von Beispielaufgaben erklärt werden, die du dir auf jeden Fall anschauen solltest.
- ▶ Wenn die Themen aus dem Trainingsteil „sitzen“ geht es mit den **Aufgaben im Stil der Prüfung** weiter. Du findest dort alle Bestandteile vor, um dir gemäß der vom Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur vorgegebenen Schwerpunktthemen eine Prüfung zusammenzustellen. Du bearbeitest also nur die Aufgabenblöcke zu den Schwerpunkten, die in deiner Prüfung abgeprüft werden. Welche das sein werden, kannst du unter www.stark-verlag.de/pruefung-aktuell abfragen.
- ▶ Die schriftliche **Original-Abschlussprüfung zur Mittleren Reife 2014** bildet den Abschluss des Buches. An ihr kannst du noch einmal sehen, wie eine echte Prüfung aussieht. Schaffst du es, diese in der vorgegebenen Zeitspanne und nur mit den zugelassenen Hilfsmitteln zu bearbeiten, kann dich in der Prüfung nichts mehr schrecken.

Zu allen Aufgaben gibt es **ausführliche Lösungen** in einem separaten Buch (Bestell-Nr. 131500L), die jeden Rechenschritt genau erklären. Dabei wird besonderer Wert auf die Lösungsansätze und Vorüberlegungen gelegt. Zur Veranschaulichung und dem besseren Verständnis der Lösungen helfen dir zahlreiche Skizzen. In den Lösungen zur Prüfung von 2014 sind außerdem Hinweise enthalten, die für die Auswahl der Wahlaufgabe hilfreich sind.

Zuerst solltest du selbst die Lösung finden und dann mit dem Lösungsband vergleichen. Nur was du dir selbst erarbeitet hast, bleibt im Gedächtnis und du lernst dazu. Halte dich deswegen konsequent daran, jede Aufgabe zunächst selbst zu rechnen.

Wenn du den Inhalt dieses Buches beherrschst, bist du bestens auf die Prüfung vorbereitet.

Sollten nach Erscheinen dieses Bandes noch wichtige Änderungen in der Abschluss-Prüfung vom Kultusministerium bekannt gegeben werden, findest du aktuelle Informationen dazu im Internet unter: www.stark-verlag.de/pruefung-aktuell

Wir wünschen dir für die Prüfung viel Erfolg!

Sinussatz oder Kosinussatz – das ist die Frage

Merke

Sinussatz oder Kosinussatz

Sind von einem allgemeinen Dreieck drei Größen bekannt, sollte vor der Berechnung überlegt werden, welcher der beiden Sätze zu verwenden ist.

Der **Kosinussatz** wird verwendet, wenn folgende Größen gegeben sind:

- drei Seiten (SSS)
- zwei Seiten und der eingeschlossene Winkel (SWS)

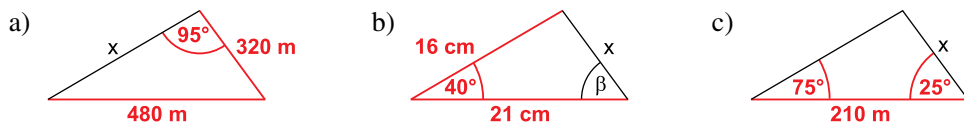
Der **Sinussatz** wird verwendet, wenn folgende Größen gegeben sind:

- zwei Seiten und einer der von den Seiten nicht eingeschlossenen Winkel (SSW)
- zwei Winkel und eine Seite (WWS oder WSW); eventuell ist zuerst mithilfe der Winkelsumme der dritte Winkel zu berechnen

Beispiel

Sinussatz oder Kosinussatz?

Welchen Satz wendest du in den folgenden Fällen für die erste Berechnung an?



Lösung:

a) Gegeben: SSW → **Sinussatz**

$$\text{Ansatz: } \frac{480 \text{ m}}{\sin 95^\circ} = \frac{320 \text{ m}}{\sin \alpha}$$

Bestimme dann β über die Winkelsumme und x mit dem Sinus- oder Kosinussatz.
[Ergebnisse: $\alpha = 41,62^\circ$; $\beta = 43,38^\circ$; $x = 330,94 \text{ m}$]

b) Gegeben: SWS → **Kosinussatz**

$$\text{Ansatz: } x^2 = (16 \text{ cm})^2 + (21 \text{ cm})^2 - 2 \cdot 16 \text{ cm} \cdot 21 \text{ cm} \cdot \cos 40^\circ$$

Bestimme dann β mit dem Sinus- oder Kosinussatz und γ über die Winkelsumme.
[Ergebnisse: $x = 13,50 \text{ cm}$; $\beta = 49,63^\circ$; $\gamma = 90,37^\circ$]

c) Gegeben: WSW → **Sinussatz** mithilfe der Winkelsumme

Bestimme zunächst γ mithilfe der Winkelsumme: $\gamma = 180^\circ - 75^\circ - 25^\circ = 80^\circ$

$$\text{Ansatz: } \frac{210 \text{ m}}{\sin 80^\circ} = \frac{x}{\sin 75^\circ}$$

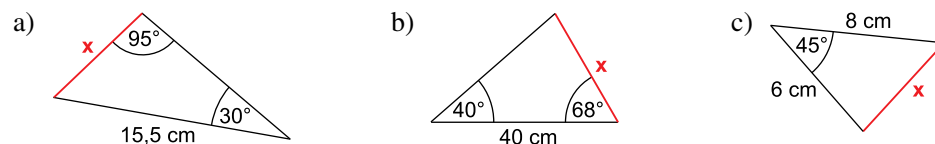
Bestimme dann b mit dem Sinus- oder Kosinussatz.

[Ergebnis: $\gamma = 80^\circ$; $x = 205,97 \text{ m}$; $b = 90,12 \text{ m}$]

Aufgaben

143

Berechne jeweils die Länge der Strecke x und den Flächeninhalt des Dreiecks.

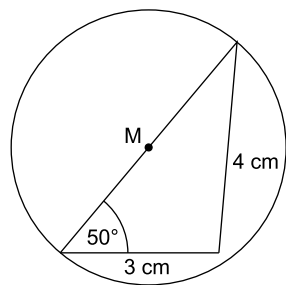


144

Stelle den Kosinussatz schrittweise nach $\cos \alpha$ um.

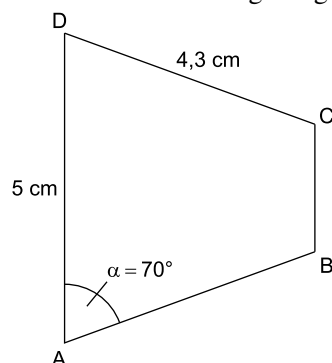
145

Berechne von dem Dreieck und von dem Kreis jeweils den Flächeninhalt.



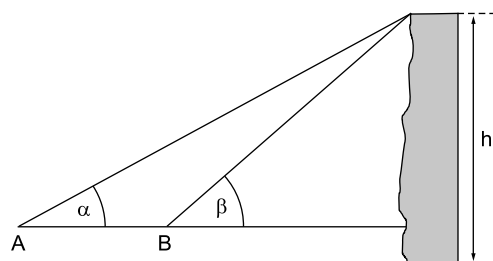
146

Berechne den Umfang des gleichschenkligen Trapezes ABCD.



147

Zur Bestimmung der Höhe h einer Kletterwand werden mithilfe eines Messgeräts zwei Winkel gemessen. Das Messgerät steht dazu in 1,60 m Höhe über dem waagerechten Erdboden und folgende Größen sind bekannt: $\overline{AB} = 10$ m; Winkel $\alpha = 42,4^\circ$; Winkel $\beta = 65,6^\circ$. Wie hoch ist die Kletterwand?



148

Der Grunewaldturm steht auf dem Karlsberg am Ostufer der Havel bei Berlin. Die Aussichtsplattform A auf einer Turmhöhe von 36 m liegt 100 m über dem Wasserspiegel. Von einem Segelboot aus peilt man die Turmspitze S unter einem Höhenwinkel von $11,2^\circ$ und die Aussichtsplattform A unter einem Höhenwinkel von $9,5^\circ$ an. Die Luftlinie zwischen dem Segelboot und der Turmspitze S beträgt 612 m. Fertige eine Skizze an und berechne die Höhe des Grunewaldturms. Vernachlässige dabei den Höhenunterschied vom Messpunkt im Boot zum Wasserspiegel.



149

Beim OstseeMan Triathlon in Glücksburg starten Jahr für Jahr im August über 1 500 Athleten auf der Langdistanz. Zur Vorbereitung hat ein Verein eine Schwimmstrecke in der Ostsee mit Bojen markiert (siehe Bild). Start und Ziel (S) befinden sich am Strand neben dem Schiffsanleger. Die Athleten müssen um die Bojen A und B außen herumschwimmen. Folgende Maße sind bekannt:

Winkel $SBA = 56^\circ$; Winkel $BAS = 96^\circ$; $\overline{BS} = 1\,600\text{ m}$

Entspricht die Länge dieser Schwimmstrecke ($S \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow S$) der Wettkampflänge von 3,8 km?



**Interaktive
Aufgaben**

- 6. Winkel berechnen in 2 Schritten
- 7. Feuer

**Aufgaben im Stil der Prüfung
Mecklenburg-Vorpommern**

Arbeitsblatt (Pflichtaufgabe 1)

*Alle Aufgaben sind **ohne** Zuhilfenahme von Tafelwerk und Taschenrechner zu bearbeiten. Es müssen keine Rechenwege angegeben werden. Lösungen müssen direkt ins Arbeitsblatt eingetragen werden.*

Bearbeitungszeit: 15 Minuten.

1. Berechnen Sie.

a) $3 \cdot 45 + 7 \cdot 45 =$ _____

b) $3^2 \cdot 2^3 =$ _____

c) $\frac{7}{2} : 3,5 =$ _____

2. Wie viele kg sind es insgesamt?

$1005 \text{ g} + 2,4 \text{ kg} + 45 \text{ g} + 0,75 \text{ kg} =$ _____

3. Wie viele Minuten sind von 7.42 Uhr bis 12.03 Uhr vergangen?

4. Welche Zahl liegt genau in der Mitte zwischen -5 und 13 ?

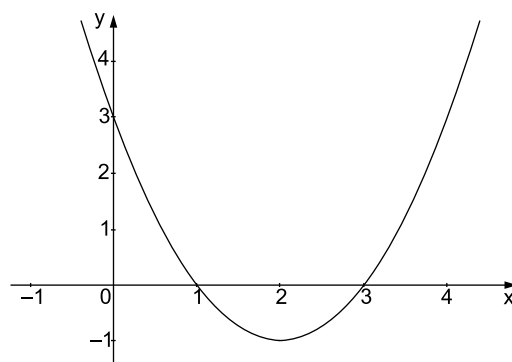
5. Eine Hose, die 60 € kostete, wird im Winterschlussverkauf um 20% gesenkt. Welchen Preis hat die Hose nun?

6. Lösen Sie folgende Gleichung.

$$2(x + 24) = 100$$

$x =$ _____

7. Ordnen Sie dem Graphen die entsprechende Funktionsgleichung zu.



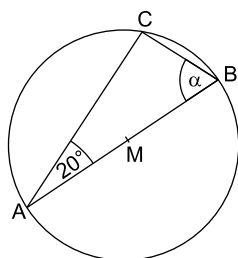
☐ $y = 2x - 1$

☐ $y = 2x^2 - 1$

☐ $y = (x - 2)^2 - 1$

☐ $y = x^2 + 2x - 1$

8. Wie groß ist α ?



$\alpha = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$

9. Um in einem Park den Baumschnitt durchzuführen, benötigen vier Arbeiter sechs Tage. Wie lange brauchen drei Arbeiter für die gleiche Tätigkeit (gleiches Arbeits-tempo wird vorausgesetzt)?

10. Eine Lostrommel enthält 12 000 Lose, davon sind 9 000 Nieten.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, einen Gewinn zu ziehen?

Pflichtaufgaben 2–4

*Stelle aus diesem Aufgabenblock für dich zunächst 3 Pflichtaufgaben zusammen, sodass sie den 3 Schwerpunktthemen im Pflichtteil deiner Prüfung entsprechen (siehe **Hinweise zur Prüfung** im Vorspann). Streiche dazu 3 von den 6 Aufgaben dieses Blocks weg. Bearbeite nur die verbliebenen 3 Aufgaben zu den Schwerpunktthemen.*

Prozentrechnung

In einem Modegeschäft wurde der Preis einer Jeans in einer Schlussverkaufsaktion von 89 € auf 69 € herabgesetzt.

- Berechnen Sie, um wie viel Prozent der Preis gesunken ist.
- In den Preisen für die Jeans steckt jeweils die Mehrwertsteuer, die in Deutschland bei 19 % liegt. Berechnen Sie, wie viel Euro weniger das Modegeschäft nach der Aktion für die Jeans an Mehrwertsteuer abzuführen hat.
- Den Preis ohne Mehrwertsteuer nennt man Nettopreis, mit Mehrwertsteuer heißt er Bruttopreis. An einem Kleid verdient das Modegeschäft 18,60 €, das sind 20 % des Nettopreises. Wie hoch sind Netto- und Bruttopreis des Kleides?

Funktionen

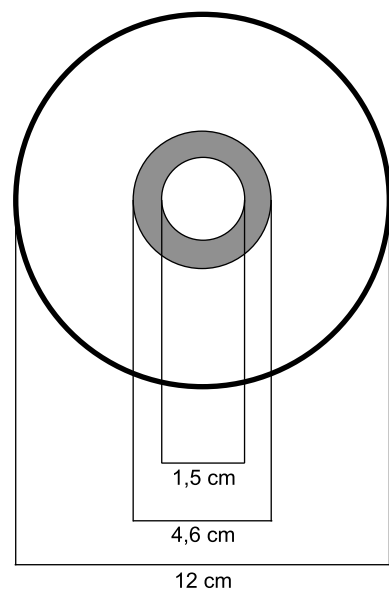
Eine Gerade g_1 geht durch die Punkte $A(-4|0)$ und $B(4|6)$.

- Zeichnen Sie die Gerade in ein Koordinatensystem.
- Geben Sie die Funktionsgleichung an.
- Liegt der Punkt $P(-100|-78)$ auf der Geraden g_1 ?
- Eine weitere Gerade g_2 verläuft parallel zu g_1 und geht durch den Punkt $(0|-1)$. Nennen Sie die Funktionsgleichung.

Planimetrie

Zur Produktion hochwertiger Blu-Ray Disc (BD)-Rohlinge werden $1,44 \text{ m}^2$ große metallbeschichtete Kunststoffquadrate verwendet. Der Radius einer BD misst 6 cm, der des nichtbenutzbaren Innenkreises 2,3 cm. Das auszustanzende Loch hat einen Durchmesser von 1,5 cm.

- Zeigen Sie, dass aus einem Kunststoffquadrat 100 BDs hergestellt werden können.
- Berechnen Sie unter Berücksichtigung der Fläche des ausgestanzten Loches in der Mitte den Abfall in Prozent, der bei der Herstellung der 100 BDs anfällt.
- Auf die BD werden Führungsrillen spiralförmig von innen nach außen eingearbeitet. Darin werden später die Daten gebrannt. Berechnen Sie die Fläche, die zum Brennen benutzt werden kann.





© **STARK Verlag**

www.stark-verlag.de
info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH
ist urheberrechtlich international geschützt.
Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung
des Rechteinhabers in irgendeiner Form
verwertet werden.

STARK