

passgenau
für
Österreich

2019

Zentrale Schriftliche Reifeprüfung MEHR ERFAHREN

Mathematik

- + Prüfungsaufgaben mit Lösungen
- + Übungsaufgaben für Teil 1 und 2



STARK

Inhalt

Vorwort
Grundkompetenzen

■ Standardisierte kompetenzorientierte schriftliche Reifeprüfung: Hinweise und Tipps	I
Allgemeines zur Reifeprüfung	I
Die skRp in Mathematik	I
Ablauf der Prüfung	IV
Vorgehensweise bei der Bearbeitung der Mathematikklausur	V
Beurteilung der skRp	VI
Ihre persönliche Vorbereitung auf die skRp	VIII
■ Teil-1-Aufgaben	1
Probeklausur 1: Aufgaben	1
Hinweise und Tipps	10
Lösungsvorschlag	13
Probeklausur 2: Aufgaben	20
Hinweise und Tipps	29
Lösungsvorschlag	31
Probeklausur 3: Aufgaben	37
Hinweise und Tipps	46
Lösungsvorschlag	48
Probeklausur 4: Aufgaben	55
Hinweise und Tipps	63
Lösungsvorschlag	66
Probeklausur 5: Aufgaben	73
Hinweise und Tipps	82
Lösungsvorschlag	85
Probeklausur 6: Aufgaben	92
Hinweise und Tipps	101
Lösungsvorschlag	104
Probeklausur 7: Aufgaben	112
Hinweise und Tipps	120
Lösungsvorschlag	123

■ **Teil-2-Aufgaben** 128

Aufgabe 1	128
Aufgabe 2	133
Aufgabe 3	137
Aufgabe 4	140
Aufgabe 5	144
Aufgabe 6	148
Aufgabe 7	155
Aufgabe 8	160

■ **Matura 2016** 2016-1

Teil 1	2016-1
Teil 2	2016-27

■ **Matura 2017** 2017-1

Teil 1	2017-1
Teil 2	2017-30

■ **Matura 2018** 2018-1

Teil 1	2018-1
Teil 2	2018-34



Ihr Coach zum Erfolg: Mit dem **interaktiven Training zu Teil 1 der schriftlichen Reifeprüfung** lösen Sie online Aufgaben, die speziell auf diesen Prüfungsteil zugeschnitten sind. Am besten gleich ausprobieren!
Ausführliche Infos inkl. Zugangscode finden Sie auf dem Ausklappbogen in diesem Buch.

Autorenteam:

Mag.^a Judith Bachmann, MPOS
Mag. Harald Lederer
Mag.^a Katharina Luksch

Abdruck der Original-Maturaufgaben 2016 bis 2018 mit freundlicher Genehmigung des Bundesministeriums für Bildung, Wissenschaft und Forschung, Wien

Vorwort

Liebe Schülerinnen und Schüler,

die standardisierte kompetenzorientierte schriftliche Reifeprüfung in Mathematik wird österreichweit seit dem Schuljahr 2014/15 durchgeführt.

In einer kurzen Einführung werden Sie am Beginn dieses Buches über die **organisatorischen Rahmenbedingungen** im Hinblick auf die Durchführung der zentralen schriftlichen Reifeprüfung informiert: Zeitangaben für die Einzelteile der Klausur, Fragenformate und Bewertung der einzelnen Aufgabenstellungen.

Den Hauptteil des Buches bildet eine umfangreiche Sammlung an Übungsaufgaben im Stil der **Teil 1-Aufgaben**. Diese Aufgaben testen Ihr Grundwissen und Ihre Grundfertigkeiten und sind für eine positive Beurteilung der schriftlichen Klausur zentral. Sie können sowohl mit als auch ohne Hilfsmittel wie Taschenrechner oder PC gelöst werden.

In einem weiteren Teil werden Ihnen **Teil-2-Aufgaben** zum Üben angeboten, die die Grundkompetenzen aus dem oben genannten Katalog vernetzen. Sie sind umfangreicher und komplexer als die Teil-1-Aufgaben.

Im letzten Teil des Buches finden Sie die vollständigen Original-Prüfungsaufgaben der **Haupttermine aus den Jahren 2016, 2017 und 2018**, die vom Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung (BMBWF) gestellt wurden.

Mithilfe der Aufgaben in diesem Buch können Sie sich optimal auf die zentrale Reifeprüfung vorbereiten. Zu allen angebotenen Aufgaben haben wir nicht nur vollständige **Lösungsvorschläge** erstellt, sondern auch **Tipps und Hinweise**, die Ihnen den entscheidenden Impuls beim selbstständigen Lösen der Aufgaben geben.

Weitere Informationen rund um diese Form der Abschlussprüfungen in Österreich finden sie auf der Homepage des BMBWF unter dem Link:

<https://bildung.bmbwf.gv.at/schulen/unterricht/ba/reifepruefung.html>

Unter dem Link <https://www.srdp.at> finden Sie das Dokument „Konzept: Die standardisierte schriftliche Reifeprüfung in Mathematik“, wobei für Sie die Version „gültig ab dem Maturatermin 2018“ relevant ist: Neben rechtlichen Informationen ist in diesem Dokument der **Katalog der Grundkompetenzen** sowie der **Kontextkatalog** abgedruckt. Dieses Dokument ist die Grundlage für die Erstellung der Mathematikmatura bzw. der Übungsaufgaben in diesem Band.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg bei Ihrer Reifeprüfung!

Das Autorenteam

Standardisierte schriftliche Reifeprüfung – Mathematik

Hinweise und Tipps



Allgemeines zur Reifeprüfung

skRp Im Schuljahr 2014/2015 wurde die **standardisierte kompetenzorientierte Reifeprüfung** (skRp) in Österreich für alle SchülerInnen der AHS eingeführt. Die neue Form der Matura besteht aus sieben Teilprüfungen: Sie verfassen eine Vorwissenschaftliche Arbeit und legen wahlweise drei (oder vier) schriftliche sowie drei (oder zwei) mündliche Prüfungen ab. Die schriftliche Klausur in Mathematik ist verpflichtend. Die Aufgabenstellungen für die skRp werden vom Bundesministerium für Bildung, Wissenschaft und Forschung (BMBWF) gestellt. Ihre Lehrperson korrigiert Ihre Klausur entsprechend den vom BMBWF ausgearbeiteten Korrekturvorgaben und beurteilt diese nach einem vom BMBWF vorgegebenen Notenschlüssel. So wird gewährleistet, dass die Arbeiten aller SchülerInnen *gleich* korrigiert werden.

Die skRp in Mathematik

Die skRp in Mathematik ist zweigeteilt. Die **Teil-1-Aufgaben** prüfen Ihr Grundwissen und Ihre Grundfertigkeiten in Mathematik. In den **Teil-2-Aufgaben** werden die Grundkompetenzen (GK) vernetzt sowie in neuartigen Kontexten geprüft. Zur Vorbereitung auf diese zwei Teile dient Ihnen der **Grundkompetenzenkatalog**, welcher im Internet unter dem Link

https://www.srdp.at/fileadmin/user_upload/downloads/Begleitmaterial/MA/srdp_ma_konzept_neuaufage_2018_2015-10-19.pdf

zu finden ist. Hier sind u. a. alle Inhaltsbereiche (Seiten 6 bis 18) und die Rahmenbedingungen für die Durchführung der Prüfung (Seiten 23 bis 25) erläutert. Verschaffen Sie sich so zeitig wie möglich einen Überblick über die GK aus diesem Katalog. Ab der 5. Klasse werden Sie diese im Unterricht mit Ihren Lehrerinnen und Lehrern erarbeiten und festigen.

Folgende Inhaltsbereiche sind Prüfungsstoff:

- **Grundkompetenzenkatalog**
 - **Algebra und Geometrie mit den GK:**
 - Grundbegriffe der Algebra
 - (Un-)Gleichungen und Gleichungssysteme
 - Vektoren
 - Trigonometrie
 - **Funktionale Abhängigkeiten mit den GK:**
 - Funktionsbegriff, reelle Funktion, Darstellungsformen und Eigenschaften
 - Lineare Funktion

- Potenzfunktion
 - Polynomfunktion
 - Exponentialfunktion
 - Sinusfunktion, Cosinusfunktion
- **Analysis mit den GK:**
 - Änderungsmaße
 - Regeln für das Differenzieren
 - Ableitungsfunktion/Stammfunktion
 - Summation und Integral
 - **Wahrscheinlichkeit und Statistik mit den GK:**
 - Beschreibende Statistik
 - Wahrscheinlichkeitsrechnung
 - Wahrscheinlichkeitsverteilung(en)
 - Schließende/Beurteilende Statistik

Auf den ersten Blick erscheint der Prüfungsstoff sehr umfangreich. Bedenken Sie, dass die genannten Inhalte auf die gesamte Oberstufe aufgeteilt gelehrt werden, was eine große Zeitspanne umfasst. Mathematik ist ein aufbauendes Fach. Es wird z.B. die Wahrscheinlichkeitsrechnung in der 6. Klasse unterrichtet, die Wahrscheinlichkeitsverteilungen, welche auf dem Wissen der Wahrscheinlichkeitsrechnung aufbauen, sind dann Stoff der 7. und 8. Klasse. Durch ständiges Wiederholen im Unterricht, bei Schularbeiten und beim eigenständigen Lernen zu Hause werden Sie das nötige Grundwissen und die nötigen Grundfertigkeiten für die skRp in Mathematik erlangen.

*zweigeteilte
Klausur*

Der erste Teil der Mathematikklausur besteht aus **24 Teil-1-Aufgaben**, der zweite Teil setzt sich aus **vier bis sechs Teil-2-Aufgaben** mit jeweils zwei bis sechs Teilaufgaben zusammen.

Teil-1-Aufgaben sind kurze Beispiele, bei denen jeweils eine Grundkompetenz aus dem GK-Katalog im Vordergrund steht. Ihr Grundwissen sowie Ihre mathematischen Grundfertigkeiten werden geprüft.

Teil-2-Aufgaben sind umfangreichere Beispiele in unterschiedlichen Kontexten, welche die GK aus dem Katalog vernetzen. Hier sollen Sie zeigen, dass Sie Ihr Grundwissen und Ihre Grundfertigkeiten selbstständig in neuartigen bzw. weniger vertrauten Kontexten anwenden können. Eigenständigkeit sowie die Anwendung, Vernetzung und Reflexion von Wissen sind hier gefragt. In dem bereits genannten Dokument „Die standardisierte schriftliche Reifeprüfung in Mathematik“ finden Sie ebenfalls den **Kontextkatalog** (Seiten 19 bis 22). Hier sind die für die Teil-2-Aufgaben relevanten Kontexte (finanzmathematische Grundlagen, Kosten- und Preistheorie, Einheiten und Größen sowie physikalische Größen und Definitionen) angegeben. Ihre Kenntnis dieser Kontexte wird vorausgesetzt bzw. bei den Aufgabenstellungen nicht näher erläutert. Verschaffen Sie sich rechtzeitig einen Überblick über diese Kontexte! Sollte bei einer Aufgabe ein „neuer“ Kontext vorkommen, so wird dieser ausführlich beschrieben sein.

Aufgabe 1

Zusammenhang zweier Variablen

Für $a, b \in \mathbb{R}$ gilt der Zusammenhang $a \cdot b = 1$.

Aufgabenstellung: Zwei der fünf nachstehenden Aussagen treffen in jedem Fall zu. Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an!

- Wenn a kleiner als null ist, dann ist auch b kleiner als null.
 - Die Vorzeichen von a und b können unterschiedlich sein.
 - Für jedes $n \in \mathbb{N}$ gilt: $(a - n) \cdot (b + n) = 1$.
 - Für jedes $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ gilt: $(a \cdot n) \cdot \left(\frac{b}{n}\right) = 1$.
 - Es gilt: $a \neq b$.

Aufgabe 2

Solaranlagen

Eine Gemeinde unterstützt den Neubau von Solaranlagen in h Haushalten mit jeweils p % der Anschaffungskosten, wobei das arithmetische Mittel der Anschaffungskosten für eine Solaranlage für einen Haushalt in dieser Gemeinde e Euro beträgt.

Aufgabenstellung:

Aufgabenstellung:
Interpretieren Sie den Term $h \cdot e \cdot \frac{p}{100}$ im angegebenen Kontext!

Aufgabe 3

Lösungsfälle quadratischer Gleichungen

Gegeben ist eine quadratische Gleichung der Form $r \cdot x^2 + s \cdot x + t = 0$ in der Variablen x mit den Koeffizienten $r, s, t \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

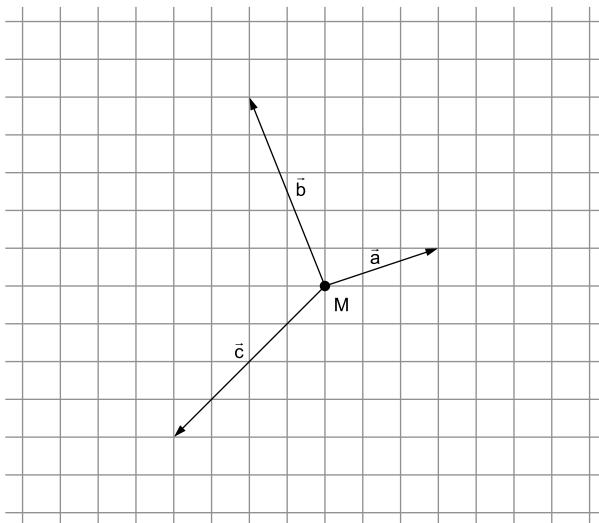
Die Anzahl der reellen Lösungen der Gleichung hängt von r, s und t ab.

Aufgabenstellung: Geben Sie die Anzahl der reellen Lösungen der gegebenen Gleichung an, wenn r und t verschiedene Vorzeichen haben, und begründen Sie Ihre Antwort allgemein!

Aufgabe 4

An einem Massenpunkt M greifen drei Kräfte an. Diese sind durch die Vektoren \vec{a} , \vec{b} und \vec{c} gegeben.

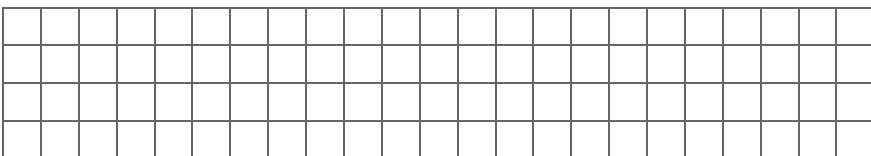
Aufgabenstellung: Zeichnen Sie in der nachstehenden Abbildung einen Kraftvektor \vec{d} so ein, dass die Summe aller vier Kräfte (in jeder Komponente) gleich null ist!

**Aufgabe 5**

Rechter
Winkel

Gegeben ist eine Strecke AB im \mathbb{R}^2 mit $A = (3 | 4)$ und $B = (-2 | 1)$.

Aufgabenstellung: Geben Sie einen möglichen Vektor $\vec{n} \in \mathbb{R}^2$ mit $\vec{n} \neq \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ an, der mit der Strecke AB einen rechten Winkel einschließt!



Hinweise und Tipps

Aufgabe 1

- ❖ Sie sollen genau zwei Antwortmöglichkeiten ankreuzen, die auf jeden Fall zutreffen. Beachten Sie, dass diese Aussagen **für alle** $a, b \in \mathbb{R}$ zutreffen müssen.
- ❖ Denken Sie an die Vorzeichenregeln! Das Produkt zweier Faktoren mit unterschiedlichen Vorzeichen ist negativ. Das Produkt zweier Faktoren mit gleichen Vorzeichen ist positiv.
- ❖ Finden Sie bei der dritten Aussage ein Gegenbeispiel.

Aufgabe 2

- ❖ Notieren Sie zu jeder Variablen ihre Bedeutung im gegebenen Kontext.
h ... Anzahl jener Haushalte in der Gemeinde, die eine Solaranlage bauen werden
e... durchschnittliche Anschaffungskosten für einen dieser Haushalte
- ❖ Was bedeutet dann der Ausdruck $h \cdot e$ im Kontext?
 $h \cdot e$... Gesamtkosten der neugebauten Solaranlagen in der Gemeinde
- ❖ Statt $p\%$ können Sie auch $\frac{p}{100}$ schreiben.

Aufgabe 3

- ❖ Schreiben Sie mit den gegebenen Variablen die große Lösungsformel für quadratische Gleichungen an.
- ❖ Die Diskriminante gibt Auskunft über die Anzahl der reellen Lösungen.

Aufgabe 4

- ❖ Zwei Vektoren \vec{a} und \vec{b} werden grafisch addiert, indem man den Schaft des zweiten Vektors \vec{b} an die Spitze des ersten Vektors \vec{a} anhängt. Die Verbindung des Schaftes des ersten Vektors mit der Spitze des zweiten Vektors ist der Summenvektor $\vec{a} + \vec{b}$.
- ❖ Ein Vektor \vec{d} , addiert mit dem entgegengesetzten Vektor $-\vec{d}$, ergibt den Nullvektor.

Aufgabe 5

- ❖ Denken Sie an die Kippregel!
- ❖ Es gibt zwei mögliche Normalvektoren zur Strecke AB.

Aufgabe 6

- ❖ Der Punkt P liegt im 2. Quadranten. Der Wert des Winkels α liegt zwischen 90° und 180° .
- ❖ Der Wert $\sin \alpha$ ist positiv und an der y-Achse abzulesen.
- ❖ Der Wert $\cos \alpha$ ist negativ und an der x-Achse abzulesen.
- ❖ Sie können den Winkel β mit der Gleichung $\beta = 360^\circ - \alpha$ berechnen.

Lösungsvorschlag

Aufgabe 1

Zusammenhang zweier Variablen

- Wenn a kleiner als null ist, dann ist auch b kleiner als null.
- Die Vorzeichen von a und b können unterschiedlich sein.
- Für jedes $n \in \mathbb{N}$ gilt: $(a-n) \cdot (b+n) = 1$.
- Für jedes $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ gilt: $(a \cdot n) \cdot \left(\frac{b}{n}\right) = 1$.
- Es gilt: $a \neq b$.

- ─ Antwortmöglichkeit 1 ist **richtig**. Ist a kleiner als null (also negativ), dann ist ein Produkt mit a nur dann positiv, wenn der zweite Faktor b ebenfalls kleiner als null (also negativ) ist.
- ─ Antwortmöglichkeit 2 ist **falsch**. Das Produkt $a \cdot b = 1$ ist positiv. Daher müssen a und b das gleiche Vorzeichen haben. Es gilt:
 $(+a) \cdot (+b) = +ab; (-a) \cdot (-b) = +ab$
- ─ Antwortmöglichkeit 3 ist **falsch**. Für $n=0$ stimmt die Aussage. Finden Sie ein Gegenbeispiel um die Verallgemeinerung der Aussage zu widerlegen! Probieren Sie dazu ein einfaches Zahlenbeispiel aus. Laut Angabe muss $a = \frac{1}{b}$ gelten. Man wählt z. B. $a=3, b=\frac{1}{3}, n=4$:
 $(3-4) \cdot \left(\frac{1}{3}+4\right) = (-1) \cdot \frac{13}{3} = -\frac{13}{3} \neq 1$
- ─ Antwortmöglichkeit 4 ist **richtig**. Das Produkt $a \cdot b$ zweier reeller Zahlen bleibt unverändert, wenn der erste Faktor mit einer natürlichen Zahl n multipliziert und der zweite Faktor durch dieselbe natürliche Zahl n dividiert wird ($n \neq 0$). Kürzen Sie durch n:
 $(a \cdot n) \cdot \left(\frac{b}{n}\right) = a \cdot b = 1$
- ─ Antwortmöglichkeit 5 ist **falsch**, denn sie ist nicht allgemein gültig. Bei den beiden Faktoren $a=1$ und $b=1$ gilt ebenfalls $a \cdot b = 1$.

Aufgabe 2

Solaranlagen

Der angegebene Term $h \cdot e \cdot \frac{p}{100}$ ist jener Teil der Anschaffungskosten, den die Gemeinde für alle in dieser Gemeinde neugebauten Solaranlagen übernimmt.

Aufgabe 3

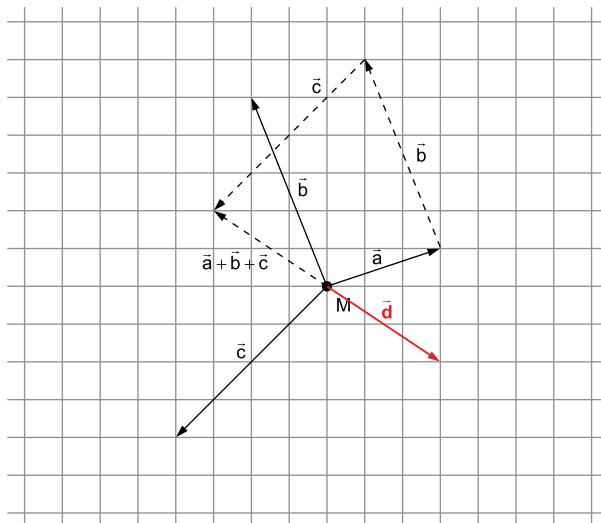
Lösungsfälle quadratischer Gleichungen

- ─ Die Lösung der Gleichung lautet:
- ─ $x_{1,2} = \frac{-s \pm \sqrt{s^2 - 4rt}}{2r}$
- ─ Die Diskriminante $s^2 - 4rt$ gibt Auskunft über die Anzahl der reellen Lösungen. Allgemein gilt:
 - ─ $s^2 - 4rt < 0 \dots$ Die Gleichung hat keine reelle Lösung, weil in \mathbb{R} die Wurzel aus negativen Zahlen nicht gezogen werden kann.
 - ─ $s^2 - 4rt = 0 \dots$ Die Gleichung hat genau eine reelle Lösung.
 - ─ $s^2 - 4rt > 0 \dots$ Die Gleichung hat zwei reelle Lösungen.

Für das gegebene Beispiel mit der Bedingung, dass r und t unterschiedliche Vorzeichen haben, gilt: Ein Produkt, bei dem die Faktoren unterschiedliche Vorzeichen haben, ist negativ. Daher ist der Ausdruck $4 \cdot r \cdot t$ auf jeden Fall negativ, wenn r und t unterschiedliche Vorzeichen haben. Der Ausdruck s^2 ist auf jeden Fall positiv, daher ist die Diskriminante $s^2 - 4rt$ ebenfalls positiv und **die Gleichung hat zwei reelle Lösungen.**

Aufgabe 4

Kräfte



- Hängen Sie an den gegebenen Vektor \vec{a} die Vektoren \vec{b} und \vec{c} an. Sie erhalten dann den Vektor $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. Der gesuchte Vektor \vec{d} ist der entgegengesetzte Vektor zum Vektor $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

Aufgabe 5

Rechter
Winkel

- Bilden Sie mit der Regel „Spitze-minus-Schaft“ den Vektor \overrightarrow{AB} :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AB} &= \vec{B} - \vec{A} \\ \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \end{pmatrix} \\ \overrightarrow{AB} &= \begin{pmatrix} -5 \\ -3 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

- Zur Bildung der Normalvektoren vertauschen Sie die Koordinaten und ändern ein Vorzeichen.

Rechts gekippter Normalvektor: $\vec{n}_r = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \end{pmatrix}$

Links gekippter Normalvektor: $\vec{n}_l = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix}$

- Hinweis: Die Angabe eines Normalvektors ist ausreichend.



© **STARK Verlag**

www.stark-verlag.de
info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH
ist urheberrechtlich international geschützt.
Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung
des Rechteinhabers in irgendeiner Form
verwertet werden.

STARK