

für G8



**MEHR  
ERFAHREN**  
**KLASSENARBEITEN**

# **Mathematik 9. Klasse**

Hense • Lautenschlager

**STARK**

# Inhalt

## Vorwort

<b>Klassenarbeiten und Tests zum Themenbereich 1:</b>	
<b>Potenzschreibweise mit der Basis 10, Potenzen mit ganzzahligen Exponenten, exponentielle Funktionen beim Zinseszins, Sinusfunktionen</b>	1
Klassenarbeit 1 .....	2
Umformen von Zehnerpotenzen; Termvereinfachungen mit Potenzregeln; Zinseszins und Bestimmung einer Exponentialfunktion; Bestimmung von Sinuswerten am Einheitskreis; Graph der Sinusfunktion, Perioden	
Test 1 .....	9
Umformen in Zehnerpotenzen; Termvereinfachungen mit Potenzregeln; Zinseszins; Zinssatzbestimmung	
Klassenarbeit 2 .....	13
Darstellung großer Zahlen als Zehnerpotenzen; Erkennen von Fehlern bei Termumformungen; Potenzregeln; exponentielles Wachstum; gebrochene Exponenten; Winkelbestimmung über vorgegebene Sinuswerte	
Klassenarbeit 3 .....	20
Termvereinfachungen mit Potenzregeln; Vergleich von Wachstumsvorgängen beim Zinseszins; exponentielles Wachstum beim Zinseszins; Untersuchung einer komplexen Sinusfunktion; Skizzieren des Graphen einer Sinusfunktion	
Test 2 .....	26
Winkelbestimmung bei vorgegebenem Sinuswert; Zeichnen und Erläutern des Graphen einer komplexen Sinusfunktion; Zuordnung von Graphen zu Funktionsgleichungen	
Klassenarbeit 4 .....	30
Termvereinfachungen mit Potenzregeln; Potenzumformung mit möglichst kleiner Basis; exponentieller Zerfall; Kosinusfunktion und Werte am Einheitskreis	
<b>Klassenarbeiten und Tests zum Themenbereich 2:</b>	
<b>Darstellungsformen und Darstellungswechsel, quadratische Funktionen und quadratische Gleichungen</b>	37
Test 3 .....	38
Scheitelpunktbestimmung bei Parabeln; Lösen quadratischer Gleichungen; Bestimmen der Funktionsgleichung einer Parabel	
Klassenarbeit 5 .....	42
Beschreibung von Graphen quadratischer Funktionen; Bestimmung einer Funktionsgleichung der Form $f(x) = ax^2 + bx + c$ ; Zeichnen des Graphen einer quadratischen Funktion; Nullstellenbestimmung bei quadratischen Funktionen; Lösen einer quadratischen Gleichung	

Test 4 .....	48
Aufstellen von Funktionsgleichungen bei Vorgabe als Graphen; Bestimmung von Nullstellen und Scheitelpunkt von quadratischen Funktionen im Anwendungskontext; Ermittlung der Schnittpunkte von Parabeln	
Klassenarbeit 6 .....	53
Lösen quadratischer Gleichungen mit Lösungsformel; Produktform quadratischer Gleichungen; Modellieren eines Brückenverlaufs; Scheitelform der Parabelgleichung; Wertemenge einer quadratischen Funktion; Zeichnen des Graphen einer quadratischen Funktion; Tangente an eine Parabel; Optimierungsaufgabe	
Klassenarbeit 7 .....	60
Gleichung einer Parabel, auf der vorgegebene Punkte liegen; grafisches Lösen einer quadratischen Gleichung und rechnerische Überprüfung; Aufstellen quadratischer Gleichungen zu vorgegebenen Lösungsmengen; Lösen einer Bruchgleichung; Optimierungsaufgabe	
Klassenarbeit 8 .....	66
Zuordnung zwischen Graph und Funktionsgleichung bei quadratischen Funktionen; Lösen quadratischer Gleichungen mit und ohne Lösungsformel; Schnittpunktbestimmung quadratischer Funktionen; Aufstellen einer Geradengleichung; Bestimmung des größten und des kleinsten Werts einer quadratischen Funktion und Begründung des Ansatzes; Ermittlung des Maximalwerts einer Zielfunktion	
<b>Klassenarbeiten und Tests zum Themenbereich 3: Pyramide, Zylinder, Kegel und Kugel, Bestimmung geometrischer Größen, Satz des Pythagoras .....</b>	<b>73</b>
Test 5 .....	74
Volumen- und Oberflächenberechnungen beim Kegel; Nachweis rechtwinkliger Dreiecke bei Vorgabe der Kantenlängen	
Klassenarbeit 9 .....	78
Oberfläche und Volumen einer Kugel; Berechnung der Abmessungen eines Kegelmantels; Oberfläche, Höhe und Volumen einer speziellen Pyramide gegebener Seitenlängen berechnen; Materialbestimmung mittels Volumenberechnung eines Hohlzylinders bzw. Würfels	
Klassenarbeit 10 .....	85
Berechnungen am rechtwinkligen Dreieck; Nachweise an rechtwinkligen Dreiecken; Flächeninhalt rechtwinkliger Dreiecke; Satz des Pythagoras und Höhensatz in Anwendungsaufgaben	
Test 6 .....	92
Berechnungen am rechtwinkligen Dreieck; Entfernungsbestimmungen im Koordinatensystem; Volumen- und Oberflächenberechnungen bei Kugeln	
Klassenarbeit 11 .....	97
Berechnung des Mantelflächeninhalts, des Grundkreisradius, der Höhe und des Neigungswinkels eines Kegels; Winkelbestimmung bei Pyramiden; Satz des Pythagoras und Höhensatz; Streckenkonstruktion mithilfe des Satzes des Pythagoras; Volumenberechnungen bei Kugeln; Radiusbestimmung einer Kugel bei vorgegebenem Volumen	

Klassenarbeit 12 .....	104
Erkennen des Höhen-, Katheten-, Pythagoras- und Strahlensatzes an einfachen Figuren; Satz des Pythagoras und Kathetensatz in einer Vermessungsaufgabe; Volumenberechnung bei einem Kreiszylinder, einem Kreiskegel und einem Prisma; Berechnung der Mantelflächen eines Kreiszylinders und eines Kegels	
<b>Klassenarbeiten und Tests zum Themenbereich 4:</b>	
<b>Grafische Darstellungen analysieren, Chancen und Risiken beurteilen, Ähnlichkeit und Strahlensatz, Sinus, Kosinus und Tangens .....</b>	<b>109</b>
Klassenarbeit 13 .....	110
Zentrische Streckung im Koordinatensystem; zentrische Streckung von Dreiecken; Beschreibung der zentralen Streckung bei verschiedenen Streckfaktoren; Berechnungen am rechtwinkligen Dreieck mit Pythagoras und Sinus; Zeichnen eines Kreisdiagramms einer Verteilung; Bestimmung absoluter Werte; Ermittlung des Prozentsatzes bei neuer Grundmenge; Berechnung von Wahrscheinlichkeiten am Glücksrad	
Test 7 .....	118
Analyse und kritische Beurteilung eines Säulendiagramms; Streckenlängenbestimmung mit dem Strahlensatz; Streckenlängenbestimmung bei einer Anwendungsaufgabe; Peilwinkel und Abstand eines Peilgeräts	
Klassenarbeit 14 .....	122
Streckenlängenbestimmung mit dem Strahlensatz; Berechnung von Wahrscheinlichkeiten bei Mikrochips; Bestimmung durchschnittlicher Preise bei Übertragungsrechten; Analyse und kritische Bewertung einer Darstellung; Berechnungen mit dem Sinus und genaue Darstellung der Werte	
Klassenarbeit 15 .....	129
kritische Bewertung einer Darstellung und Entwicklung einer Verbesserung; Zeichnen eines Baumdiagramms für ein Würfelspiel; Berechnen und Bewerten von Wahrscheinlichkeiten; Analyse eines mehrstufigen Zufallsexperiments; Anordnung von Kosinuswerten; Entwicklung einer Zeichnung aus einer Textaufgabe; Winkelfunktionen zur Höhenbestimmung	
Klassenarbeit 16 .....	135
Streckfaktorenbestimmung bei der zentralen Streckung; Strahlensätze zur Flussbreitenbestimmung; Erläuterung der Nachteile eines Verfahrens; Berechnung von Wahrscheinlichkeiten beim Würfelwurf; Anwenden der Formeln und der Definition von Sinus und Tangens; Kreisberechnungen bei einer Anwendungsaufgabe	
Test 8 .....	142
Berechnung von Wahrscheinlichkeiten eines gezinkten Würfels aus absoluten Zahlen; Vergleich und Analyse von Diagrammdarstellungen verschiedener Würfel; Rechtecksberechnungen mithilfe der zentralen Streckung; Bestimmung von Größen an rechtwinkligen Dreiecken mithilfe des Satzes des Pythagoras und mittels Sinus, Kosinus oder Tangens	

**Autoren:** Sebastian Hense; Horst Lautenschlager

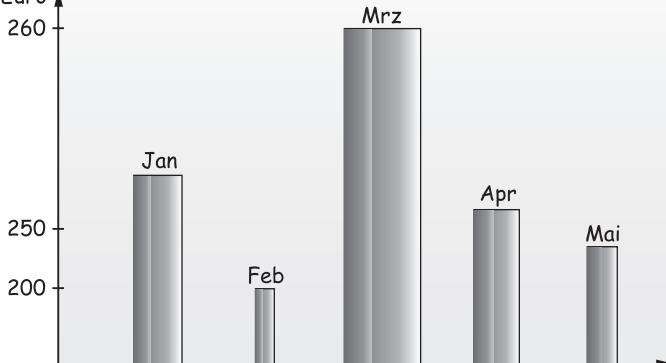


## Test 7

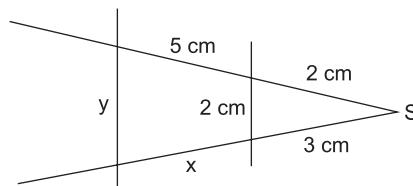
BE

- 1 „Du hast im März aber viel Geld ausgegeben“, meint Noah zu seinem Bruder.

in Euro



- 2 Berechne die Längen der mit x und y gekennzeichneten Strecken.



5

4

- 3 Die Spitze eines Turmes wird aus einer Entfernung von 20 m vom Boden aus unter einem Winkel von  $40^\circ$  angepeilt.
- Fertige eine passende Skizze an und berechne die Höhe des Turmes.
  - Wie weit muss das Peilgerät entfernt stehen, damit der Peilwinkel  $45^\circ$  beträgt?

4

2

So lange habe ich gebraucht: \_\_\_\_\_ / 15 min

So viele BE habe ich erreicht: \_\_\_\_\_ / 15 BE

Note	1	2	3	4	5	6
BE	15 – 14	13 – 11	10 – 9	8 – 7	6 – 3	2 – 0

## Hinweise und Tipps

- 1**
  - Achte auf die Skalierung der Hochachse.
  - Beziehe in deine Argumentation die Säulenbreite ein.
- 2** Wende die Strahlensätze an.
- 3**
  - In deiner Skizze sollte ein rechtwinkliges Dreieck zu sehen sein.
  - Wende in deinem Dreieck die Tangensfunktion an.

## Lösung

BE

- 1 5 Minuten,

Die Abbildung weist zwei absichtliche Verzerrungen auf:

- Die Skalierung der y-Achse ist ganz individuell, der Abstand von der 200 zur 250 ist viel kleiner als der Abstand von der 250 zur 260, obwohl die Differenz der beiden Werte größer ist.
- Die Säulen sind unterschiedlich breit, obwohl sie alle von der Höhe her die jeweils ausgegebene Geldmenge symbolisieren.

2

2

Auf den ersten Blick erscheint es, als ob im März wesentlich mehr Geld ausgegeben wurde, wie Noah feststellt. Tatsächlich handelt es sich aber nicht einmal um 10 € mehr als beispielsweise im Januar, was bei Ausgaben von 260 € bzw. etwa 253 € fast unbedeutend ist.

1

- 2 4 Minuten, /

### Berechnung von x:

Mit dem 1. Strahlensatz gilt:

$$\frac{x}{3 \text{ cm}} = \frac{5 \text{ cm}}{2 \text{ cm}}$$

1. Strahlensatz

1

$$x = 7,5 \text{ cm}$$

mit 3 cm multiplizieren

1

oder:

$$\frac{x+3 \text{ cm}}{3 \text{ cm}} = \frac{5 \text{ cm} + 2 \text{ cm}}{2 \text{ cm}}$$

1. Strahlensatz

$$x + 3 \text{ cm} = 10,5 \text{ cm}$$

mit 3 cm multiplizieren

$$x = 7,5 \text{ cm}$$

### Berechnung von y:

Mit dem 2. Strahlensatz gilt:

$$\frac{y}{2 \text{ cm}} = \frac{5 \text{ cm} + 2 \text{ cm}}{2 \text{ cm}}$$

2. Strahlensatz

1

$$\frac{y}{2 \text{ cm}} = \frac{7 \text{ cm}}{2 \text{ cm}}$$

Zusammenfassen

$$y = 7 \text{ cm}$$

mit 2 cm multiplizieren

1

oder:

$$\frac{y}{2 \text{ cm}} = \frac{x + 3 \text{ cm}}{3 \text{ cm}}$$

2. Strahlensatz

$$\frac{y}{2 \text{ cm}} = \frac{10,5 \text{ cm}}{3 \text{ cm}}$$

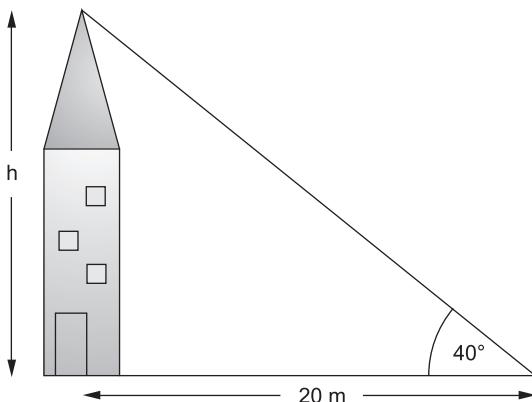
$x = 7,5 \text{ cm}$  einsetzen

$$y = 7 \text{ cm}$$

mit 2 cm multiplizieren

- 3 a) ⏳ 4 Minuten, 🎯 / 🎯

Skizze:



2

Gesucht ist die Höhe  $h$ . Anwendung des Tangens liefert:

$$\tan 40^\circ = \frac{h}{20 \text{ m}} \Leftrightarrow h = \tan 40^\circ \cdot 20 \text{ m} \approx 16,78 \text{ m}$$

2

Der Turm ist ca. 16,78 m hoch.

- b) ⏳ 2 Minuten, 🎯 / 🎯

Nun ist die Entfernung zum Turm unbekannt. Bezeichnet man diese mit  $x$ , so gilt:

$$\tan 45^\circ = \frac{16,78 \text{ m}}{x} \Leftrightarrow x = \frac{16,78 \text{ m}}{\tan 45^\circ} = 16,78 \text{ m}$$

2

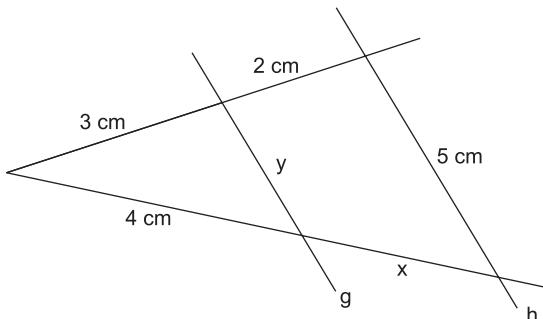
Bei einem Winkel von  $45^\circ$  muss das Peilgerät 16,78 m entfernt stehen.

## Klassenarbeit 14

BE

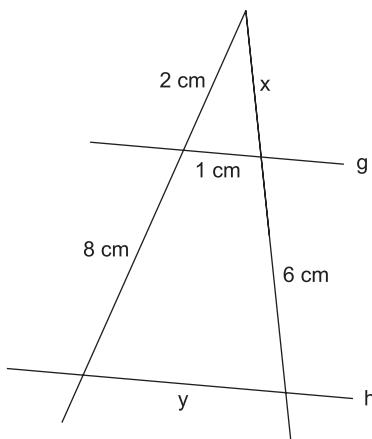
- 1 In den folgenden Skizzen sind die Geraden  $g$  und  $h$  jeweils parallel zu einander. Berechne die durch die Variablen  $x$  und  $y$  gekennzeichneten Längen.

a)



4

b)



4

- 2 Von 5 Mikrochips sind 2 defekt. Peter wählt einen Chip nach dem anderen zufällig aus und testet ihn, bis er die 2 schadhaften gefunden hat. Mit welcher Wahrscheinlichkeit kann er nach dem

a) zweiten

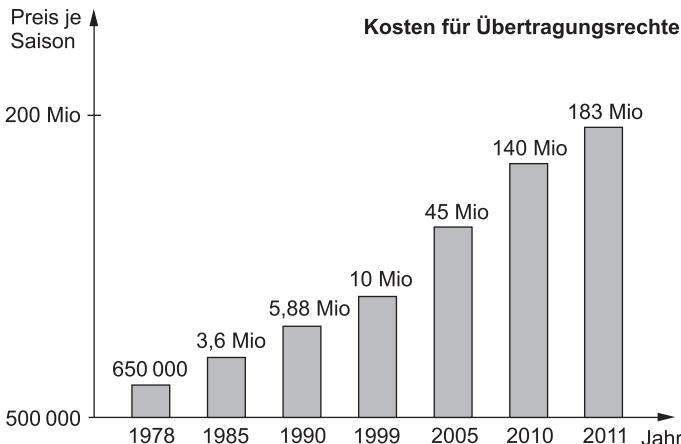
4

b) dritten

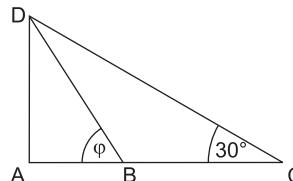
5

Chip aufhören?

- 3 Bearbeite die folgenden Teilaufgaben, die sich mit dem dargestellten Diagramm befassen.



- a) Berechne den durchschnittlichen Preis der Übertragungsrechte in den Jahren 1985 bis 1999. 2
- b) Um wie viel Prozent ist der Preis von 1999 zu 2005 gestiegen? 4
- c) Beschreibe das Wachstum des Preises von 1978 bis 2011. Ist diese Darstellung gut geeignet? Beschreibe die Probleme dieser Darstellung und mache Verbesserungsvorschläge. 7
- 4 Im rechtwinkligen Dreieck ACD ist  $\overline{AD} = 6$ ,  $\overline{BC} = 4\sqrt{3}$ . Berechne:
- $\varphi$
  - $\overline{CD}$
- Stelle deine Ergebnisse ohne Verwendung von Dezimalbrüchen dar.



So lange habe ich gebraucht: \_\_\_\_\_ / 45 min

So viele BE habe ich erreicht: \_\_\_\_\_ / 40 BE

Note	1	2	3	4	5	6
BE	40 – 35	34 – 30	29 – 24	23 – 18	17 – 8	7 – 0

## Hinweise und Tipps

- 1 Benutze den 1. und den 2. Strahlensatz. Stelle zunächst die richtige Gleichung für zwei Verhältnisse auf und löse die Gleichung zur Variablen auf.
- 2 Die Tests stellen zwei- bzw. dreistufige Zufallsexperimente dar, in deren Baumdiagrammen ein bzw. zwei Pfade relevant sind.
- 3
  - Berechne bei Teilaufgabe b die absolute Änderung des Preises.
  - Wie viel Prozent ist dies von dem Preis im Jahr 1999?
  - Berechne bei Teilaufgabe c von Wert zu Wert den Änderungsfaktor. Beachte dabei aber auch die Abstände der Jahre.
  - Untersuche die Einteilung der Hochachse.
- 4
  - Berechne zunächst  $\overline{AC}$  und damit  $\overline{AB}$ .
  - $\overline{CD}$  kannst du mithilfe des Sinus im Dreieck ACD berechnen.
  - Merkwerte:  $\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ;  $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$ ;  $\sin 30^\circ = 0,5$

**Lösung**

BE

- 1 a) ⏳ 5 Minuten, ⚽

**Berechnung von x:**

$$\text{Ansatz: } \frac{x}{4 \text{ cm}} = \frac{2 \text{ cm}}{3 \text{ cm}}$$

1. Strahlensatz

1

Nach x auflösen:

$$x = \frac{2 \text{ cm}}{3 \text{ cm}} \cdot 4 \text{ cm}$$

$$x \approx 2,67 \text{ cm}$$

1

**Berechnung von y:**

$$\text{Ansatz: } \frac{y}{5 \text{ cm}} = \frac{3 \text{ cm}}{5 \text{ cm}}$$

2. Strahlensatz

1

Nach y auflösen:

$$y = \frac{3 \text{ cm}}{5 \text{ cm}} \cdot 5 \text{ cm}$$

$$y = 3 \text{ cm}$$

1

- b) ⏳ 5 Minuten, ⚽

**Berechnung von x:**

$$\frac{6 \text{ cm}}{x} = \frac{8 \text{ cm}}{2 \text{ cm}}$$

1. Strahlensatz

1

$$x = \frac{2 \text{ cm}}{8 \text{ cm}} \cdot 6 \text{ cm}$$

mit x multiplizieren und durch  
 $\frac{8 \text{ cm}}{2 \text{ cm}}$  dividieren

$$x = 1,5 \text{ cm}$$

1

**Berechnung von y:**

$$\frac{y}{1 \text{ cm}} = \frac{10 \text{ cm}}{2 \text{ cm}}$$

2. Strahlensatz

1

$$y = 5 \text{ cm}$$

1

**2** In beiden Teilaufgaben stehen

- D für: „Der gefestigte Chip ist defekt.“
- D für: „Der getestete Chip ist nicht defekt.“

a) 4 Minuten,

Peter kann nach dem 2. Chip aufhören, wenn er

beim 1. Zug ( $p_1 = \frac{2}{5}$ ) und

beim 2. Zug ( $p_2 = \frac{1}{4}$ )

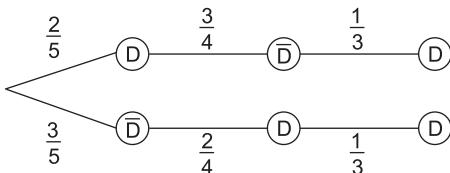
einen defekten Chip auswählt.

Nach der 1. Pfadregel gilt:

$$P(\text{"Peter muss genau 2 Chips testen"}) = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = 0,1$$

b) 7 Minuten, /

Zu dem Ereignis: „Peter muss genau drei Chips testen“ gehören folgende Pfade:



Nach der 1. Pfadregel gilt für den

- oberen Pfad:  $p_1 = \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{10}$

- unteren Pfad:  $p_2 = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{10}$

Nach der 2. Pfadregel gilt daher:

$$P(\text{"Peter muss genau drei Chips testen"}) = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{1}{5} = 0,2$$

**3** a) 2 Minuten,

Durchschnittlicher Preis:

$$\frac{3,6 + 5,88 + 10}{3} = 6 \frac{37}{75} \approx 6,49$$

Antwort: Der durchschnittliche Preis in diesen Jahren beträgt ca. 6,49 Millionen.



2

2

2

2

2

1

1

2

b) ⏳ 4 Minuten, 🍎

Der Preis ist um 35 Millionen gestiegen.

1

$$p = \frac{35 \text{ Mio}}{10 \text{ Mio}} \cdot 100 \% = 350 \%$$

3

Der Preis ist in diesem Zeitraum um 350 % gestiegen.

c) ⏳ 8 Minuten, 🍎🍎 / 🍎🍏🍏

Der Wachstumsfaktor von 1978 zu 1985 beträgt 5,53. Der Abstand zwischen den Jahreszahlen ist 7 Jahre. Die Säulenhöhen zeigen schon hier kein passendes Verhältnis an.

1

Der Wachstumsfaktor von 1985 zu 1990 beträgt nur 1,63, der Jahresabstand allerdings nur 5 Jahre. Die Säulenhöhen unterscheiden sich auch hier nicht im richtigen Verhältnis.

1

In den Jahren 1999, 2005 und 2010 wächst der Preis sehr rasant an.

1

Die gewählte Darstellung hat zwei Hauptprobleme:

- Die Abstände auf der Rechtsachse sind nicht einheitlich.
- Die Einteilung auf der Hochachse ist unklar. Hieraus folgt, dass die Säulenhöhen keine richtige und passende Darstellung der Wachstumsverhältnisse sind.

2

Zumindest müsste die Einteilung der Hochachse einheitlich sein, um eine verhältnismäßige Darstellung zu gewährleisten.

1

4 a) ⏳ 7 Minuten, 🍎🍏🍏

#### Berechnung von $\overline{AC}$ :

$$\tan 30^\circ = \frac{\overline{AD}}{\overline{AC}}$$

Tangensfunktion im Dreieck  
ACD

1

$$\Rightarrow \overline{AC} = \frac{\overline{AD}}{\tan 30^\circ} = \frac{6}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = \frac{18}{\sqrt{3}} = 6 \cdot \sqrt{3}$$

2

#### Berechnung von $\overline{AB}$ :

$$\overline{AB} = \overline{AC} - \overline{BC} = 6\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$$

1

#### Berechnung von $\varphi$ :

$$\tan \varphi = \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}} = \frac{6}{2\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

Tangensfunktion im Dreieck  
ABD

1

$$\Rightarrow \varphi = 60^\circ$$

1

b) ⌂ 3 Minuten, 

$$\sin 30^\circ = \frac{\overline{AD}}{\overline{CD}}$$

Sinusfunktion im Dreieck ACD 2

$$\overline{CD} = \frac{\overline{AD}}{\sin 30^\circ}$$

durch  $\sin 30^\circ$  dividieren und mit  $\overline{CD}$  multiplizieren

$$\overline{CD} = \frac{6}{0,5} = 12$$

2



© **STARK Verlag**

[www.stark-verlag.de](http://www.stark-verlag.de)  
[info@stark-verlag.de](mailto:info@stark-verlag.de)

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH  
ist urheberrechtlich international geschützt.  
Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung  
des Rechteinhabers in irgendeiner Form  
verwertet werden.

**STARK**