

Mittlere Reife

Original-Prüfung

**MEHR
ERFAHREN**

Mecklenburg-Vorpommern

Mathematik

- + *Ausführliche Lösungen*
- + *Hinweise und Tipps*

LÖSUNGEN

STARK

Mittlere Reife

Original-Prüfung

**MEHR
ERFAHREN**

Mecklenburg-Vorpommern

Mathematik

- + Ausführliche Lösungen
- + Hinweise und Tipps

LÖSUNGEN

STARK



Inhalt

Training Grundwissen

1	Wiederholung Grundlagen	1
2	Lineare Funktionen und lineare Gleichungssysteme	35
3	Quadratische Funktionen und Gleichungen	43
4	Ähnlichkeit und Strahlensätze	53
5	Sätze am rechtwinkligen Dreieck	59
6	Trigonometrie	64
7	Winkelfunktionen	73
8	Körper	77
9	Daten und Zufall	88
10	Potenz- und Exponentialfunktionen	103

Aufgaben im Stil der Prüfung

Arbeitsblatt (Pflichtaufgabe 1)	108
Pflichtaufgaben 2–4	109
Wahlaufgaben	115

Original-Abschlussprüfung 2014

Arbeitsblatt (Pflichtaufgabe 1)	2014-1
Pflichtaufgaben 2–4	2014-2
Wahlaufgaben	2014-5

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

dies ist das Lösungsheft zu dem Band **Mittlere Reife – Mathematik – Mecklenburg-Vorpommern** (Best.-Nr. 13150ML) mit interaktivem Training. Es enthält zu allen Aufgaben von unseren Autoren ausgearbeitete Lösungen, die jeden Rechenschritt ausführlich erklären. Dabei wird besonderer Wert auf die Lösungsansätze und Vorüberlegungen gelegt. Zur Veranschaulichung und dem besseren Verständnis der Lösungen helfen dir zahlreiche Skizzen.

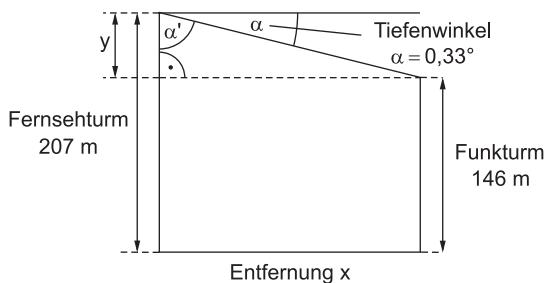
Versuche stets, jede Aufgabe zunächst selbstständig zu lösen, und dann deine Lösung mit den Lösungen im Buch zu vergleichen. Nur was du dir selbst erarbeitet hast, bleibt im Gedächtnis und du lernst dazu. Halte dich deswegen daran, konsequent jede Aufgabe zunächst selbst zu rechnen. Hast du eine Aufgabe nicht richtig gelöst, ist es wichtig, diese zu einem späteren Zeitpunkt noch einmal durchzurechnen.

Durch das Üben wirst du dich sicher fühlen und kannst beruhigt in die Prüfung gehen.

Wir wünschen dir viel Erfolg!

Autorinnen und Autoren:

Jörg Collenburg, Doris Cremer, Margot Feiste, Ingeborg Goller, Hans Joachim Grueter, Heike Ohrt, Dietmar Steiner, Franz Wieand

142 Planskizze:Berechnung von α' :

$$\alpha' = 90^\circ - \alpha$$

$$\alpha' = 90^\circ - 0,33^\circ$$

$$\alpha' = 89,67^\circ$$

Berechnung des Höhenunterschieds:

$$y = 207 \text{ m} - 146 \text{ m}$$

$$y = 61 \text{ m}$$

Berechnung der Entfernung x mit dem Tangens:

$$\tan \alpha' = \frac{x}{y}$$

$$\tan 89,67^\circ = \frac{x}{61 \text{ m}} \quad | \cdot 61 \text{ m}$$

$$61 \text{ m} \cdot \tan 89,67^\circ = x$$

$$x \approx 10\,590,92 \text{ m}$$

Die beiden Gebäude sind ungefähr 10,59 km voneinander entfernt.

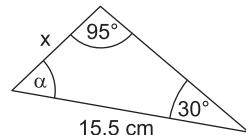
143 a) Gegeben: WWS \rightarrow Sinussatz

Berechnung von x mit dem Sinussatz:

$$\frac{15,5 \text{ cm}}{\sin 95^\circ} = \frac{x}{\sin 30^\circ} \quad | \cdot \sin 30^\circ$$

$$x = \frac{15,5 \text{ cm} \cdot \sin 30^\circ}{\sin 95^\circ}$$

$$x \approx 7,78 \text{ cm}$$

Berechnung von α mit der Winkelsumme:

$$\alpha = 180^\circ - 95^\circ - 30^\circ$$

$$\alpha = 55^\circ$$

Berechnung des Flächeninhaltes des Dreiecks:

$$A = \frac{1}{2} \cdot 15,5 \text{ cm} \cdot x \cdot \sin \alpha$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot 15,5 \text{ cm} \cdot 7,78 \text{ cm} \cdot \sin 55^\circ$$

$$A \approx 49,39 \text{ cm}^2$$

b) Gegeben: WSW → Sinussatz

Berechnung von γ mit der Winkelsumme:

$$\gamma = 180^\circ - 40^\circ - 68^\circ$$

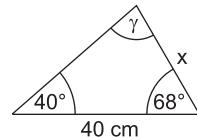
$$\gamma = 72^\circ$$

Berechnung von x mit dem Sinussatz:

$$\frac{40 \text{ cm}}{\sin 72^\circ} = \frac{x}{\sin 40^\circ} \quad | \cdot \sin 40^\circ$$

$$x = \frac{40 \text{ cm} \cdot \sin 40^\circ}{\sin 72^\circ}$$

$$x \approx 27,03 \text{ cm}$$



Berechnung des Flächeninhaltes des Dreiecks:

$$A = \frac{1}{2} \cdot 40 \text{ cm} \cdot x \cdot \sin 68^\circ$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot 40 \text{ cm} \cdot 27,03 \text{ cm} \cdot \sin 68^\circ$$

$$A \approx 501,24 \text{ cm}^2$$

c) Gegeben: SWS → Kosinussatz

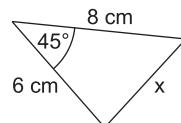
Berechnung von x mit dem Kosinussatz:

$$x^2 = (6 \text{ cm})^2 + (8 \text{ cm})^2 - 2 \cdot 6 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm} \cdot \cos 45^\circ$$

$$|\sqrt{ }$$

$$x = \sqrt{(6 \text{ cm})^2 + (8 \text{ cm})^2 - 2 \cdot 6 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm} \cdot \cos 45^\circ}$$

$$x \approx 5,67 \text{ cm}$$



Berechnung des Flächeninhaltes des Dreiecks:

$$A = \frac{1}{2} \cdot 6 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm} \cdot \sin 45^\circ$$

$$A \approx 16,97 \text{ cm}^2$$

144

$$\begin{aligned} a^2 &= b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha & | -b^2 -c^2 \\ a^2 - b^2 - c^2 &= -2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \alpha & | : (-2 \cdot b \cdot c) \\ \frac{a^2 - b^2 - c^2}{-2 \cdot b \cdot c} &= \cos \alpha \\ \cos \alpha &= \frac{a^2 - b^2 - c^2}{-2 \cdot b \cdot c} \end{aligned}$$

145 Gegeben: SSW → Sinussatz

Berechnung von γ mit dem Sinussatz:

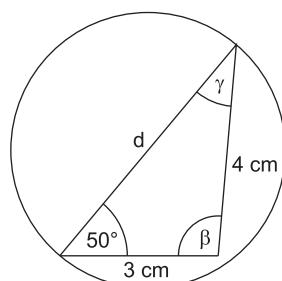
$$\frac{4 \text{ cm}}{\sin 50^\circ} = \frac{3 \text{ cm}}{\sin \gamma} \quad | \cdot \sin \gamma \quad | \cdot \sin 50^\circ$$

$$4 \text{ cm} \cdot \sin \gamma = 3 \text{ cm} \cdot \sin 50^\circ \quad | : 4 \text{ cm}$$

$$\sin \gamma = \frac{3 \text{ cm} \cdot \sin 50^\circ}{4 \text{ cm}}$$

$$\sin \gamma \approx 0,5745$$

$$\gamma \approx 35,06^\circ$$



Berechnung von β mit der Winkelsumme:

$$\beta = 180^\circ - 50^\circ - 35,06^\circ$$

$$\beta \approx 94,94^\circ$$

Berechnung des Flächeninhaltes des Dreiecks:

$$A = \frac{1}{2} \cdot 3 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} \cdot \sin 94,94^\circ$$

$$A \approx 5,98 \text{ cm}^2$$

Berechnung von d mit dem Sinussatz:

$$\frac{4 \text{ cm}}{\sin 50^\circ} = \frac{d}{\sin 94,94^\circ} \quad | \cdot \sin 94,94^\circ$$

$$d = \frac{4 \text{ cm} \cdot \sin 94,94^\circ}{\sin 50^\circ}$$

$$d \approx 5,20 \text{ cm}$$

oder

Berechnung von d mit dem Kosinussatz:

$$d^2 = (3 \text{ cm})^2 + (4 \text{ cm})^2 - 2 \cdot 3 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} \cdot \cos 94,94^\circ \quad | \sqrt{ }$$

$$d = \sqrt{(3 \text{ cm})^2 + (4 \text{ cm})^2 - 2 \cdot 3 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} \cdot \cos 94,94^\circ}$$

$$d \approx 5,20 \text{ cm}$$

Berechnung des Flächeninhaltes des Kreises:

$$A_{\text{Kreis}} = \pi \cdot \left(\frac{d}{2} \right)^2$$

$$A_{\text{Kreis}} = \pi \cdot \left(\frac{5,20 \text{ cm}}{2} \right)^2$$

$$A_{\text{Kreis}} \approx 21,24 \text{ cm}^2$$

- 146** Da das Trapez gleichschenklig ist, gilt:

$$\overline{AB} = \overline{CD} = 4,3 \text{ cm}$$

$$\delta = \alpha = 70^\circ$$

$$\beta = \gamma = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$$

Berechnung von \overline{BD} im Teildreieck I:

Gegeben: SWS \rightarrow Kosinussatz

$$\overline{BD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AD}^2 - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{AD} \cdot \cos \alpha \quad | \sqrt{ }$$

$$\overline{BD} = \sqrt{\overline{AB}^2 + \overline{AD}^2 - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{AD} \cdot \cos \alpha}$$

$$\overline{BD} = \sqrt{(4,3 \text{ cm})^2 + (5 \text{ cm})^2 - 2 \cdot 4,3 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} \cdot \cos 70^\circ}$$

$$\overline{BD} \approx 5,36 \text{ cm}$$

Berechnung von β_1 im Teildreieck II:

Gegeben: SSW \rightarrow Sinussatz

$$\frac{\overline{BD}}{\sin \gamma} = \frac{\overline{CD}}{\sin \beta_1} \quad | \cdot \sin \gamma \quad | \cdot \sin \beta_1$$

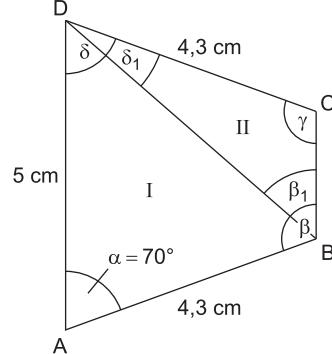
$$\overline{BD} \cdot \sin \beta_1 = \overline{CD} \cdot \sin \gamma \quad | : \overline{BD}$$

$$\sin \beta_1 = \frac{\overline{CD} \cdot \sin \gamma}{\overline{BD}}$$

$$\sin \beta_1 = \frac{4,3 \text{ cm} \cdot \sin 110^\circ}{5,36 \text{ cm}}$$

$$\sin \beta_1 \approx 0,7539$$

$$\beta_1 \approx 48,93^\circ$$



Berechnung von δ_1 im Teildreieck II mit der Winkelsumme:

$$\delta_1 = 180^\circ - \beta_1 - \gamma$$

$$\delta_1 = 180^\circ - 48,93^\circ - 110^\circ$$

$$\delta_1 = 21,07^\circ$$

Berechnung von \overline{BC} im Teildreieck I:

Berechnung mit dem Sinussatz:

$$\frac{\overline{BD}}{\sin \gamma} = \frac{\overline{BC}}{\sin \delta_1} \quad | \cdot \sin \delta_1$$

$$\overline{BC} = \frac{\overline{BD} \cdot \sin \delta_1}{\sin \gamma}$$

$$\overline{BC} = \frac{5,36 \text{ cm} \cdot \sin 21,07^\circ}{\sin 110^\circ}$$

$$\overline{BC} \approx 2,05 \text{ cm}$$

oder

Berechnung mit dem Kosinussatz:

$$\overline{BC}^2 = \overline{BD}^2 + \overline{CD}^2 - 2 \cdot \overline{BD} \cdot \overline{CD} \cdot \cos \delta_1 \quad | \sqrt{}$$

$$\overline{BD} = \sqrt{\overline{BD}^2 + \overline{CD}^2 - 2 \cdot \overline{BD} \cdot \overline{CD} \cdot \cos \delta_1}$$

$$\overline{BD} = \sqrt{(5,36 \text{ cm})^2 + (4,3 \text{ cm})^2 - 2 \cdot 5,36 \text{ cm} \cdot 4,3 \text{ cm} \cdot \cos 21,07^\circ}$$

$$\overline{BD} \approx 2,05 \text{ cm}$$

Berechnung des Umfangs des gleichschenkligen Trapezes ABCD:

$$u = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{AD}$$

$$u = 4,3 \text{ cm} + 2,05 \text{ cm} + 4,3 \text{ cm} + 5 \text{ cm}$$

$$u = 15,65 \text{ cm}$$

147 Bestimmung der Winkel im Teildreieck I:

Berechnung von β' als Nebenwinkel von β :

$$\beta' = 180^\circ - \beta$$

$$\beta' = 180^\circ - 65,6^\circ$$

$$\beta' = 114,4^\circ$$

Berechnung von γ mit der Winkelsumme:

$$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta'$$

$$\gamma = 180^\circ - 42,4^\circ - 114,4^\circ$$

$$\gamma = 23,2^\circ$$

Berechnung von x im Teildreieck I:

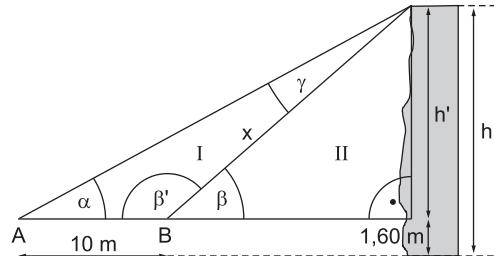
Gegeben: WSW \rightarrow Sinussatz

$$\frac{\overline{AB}}{\sin \gamma} = \frac{x}{\sin \alpha} \quad | \cdot \sin \alpha$$

$$x = \frac{\overline{AB} \cdot \sin \alpha}{\sin \gamma}$$

$$x = \frac{10 \text{ m} \cdot \sin 42,4^\circ}{\sin 23,2^\circ}$$

$$x \approx 17,12 \text{ m}$$



Berechnung von h' im rechtwinkligen Teildreieck II:

$$\sin \beta = \frac{h'}{x} \quad | \cdot x$$

$$h' = x \cdot \sin \beta$$

$$h' = 17,12 \text{ m} \cdot \sin 65,6^\circ$$

$$h' \approx 15,59 \text{ m}$$

Berechnung von h:

$$h = 15,59 \text{ m} + 1,60 \text{ m}$$

$$h = 17,19 \text{ m}$$

Die Kletterwand ist 17,19 m hoch.

Aufgaben im Stil der Abschlussprüfung

Hinweise und Tipps

Arbeitsblatt (Pflichtaufgabe 1)

Die Pflichtaufgabe 1 muss ohne Zuhilfenahme von Formelsammlung und Taschenrechner in maximal 15 Minuten bearbeitet werden. Schriftliche Rechnungen und Skizzen auf einem Extrazettel oder dem Aufgabenblatt sind jedoch erlaubt.

1. a) **450**

b) **72**

c) **1**

2. Umwandlung aller Werte in die Einheit kg:

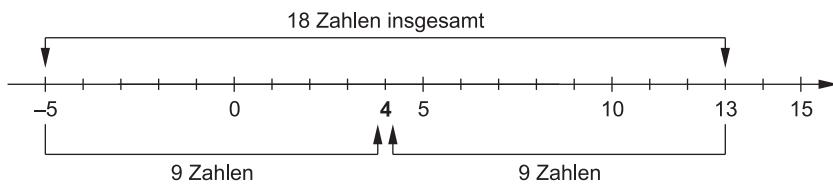
$$\begin{aligned}1005 \text{ g} &+ 2,4 \text{ kg} + 45 \text{ g} + 0,75 \text{ kg} \\&= 1,005 \text{ kg} + 2,4 \text{ kg} + 0,045 \text{ kg} + 0,75 \text{ kg} \\&= \mathbf{4,2 \text{ kg}}\end{aligned}$$

Es sind insgesamt 4,2 kg.

3. Bis 8.00 Uhr fehlen 18 min. 8.00 Uhr bis 12.03 Uhr sind
4 h 3 min.

Es sind 4 h 21 min vergangen, also **261 Minuten**.

4. Es wird der Zahlenstrahl betrachtet:



+4 liegt in der Mitte.

oder

Lösung über Mittelwertberechnung:

$$(-5 + 13) : 2 = 8 : 2 = 4$$

+4 liegt in der Mitte.

5. **48 €**

6. Die Klammer muss den Wert 50 haben, also **x = 26**.

7. **y = (x-2)² - 1**

8. Der Winkel bei C ist nach dem Satz des Thales $90^\circ \Rightarrow \alpha = 70^\circ$.

9. Wenn vier Arbeiter sechs Tage benötigen, braucht ein Arbeiter 24 Tage. Drei Arbeiter brauchen also **acht Tage**.

10. In der Lostrommel sind 3 000 Gewinnlose, daher ist die gesuchte Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{4}$ oder **0,25** oder **25 %**.

 Hinweise und Tipps

Pflichtaufgaben 2–4

Prozentrechnung

- a) Differenz der Preise:

$$89 \text{ €} - 69 \text{ €} = 20 \text{ €} \quad (\text{Prozentwert})$$

Berechnung des Prozentsatzes:

$$p = \frac{W}{G} \cdot 100$$

$$p = \frac{20 \text{ €}}{89 \text{ €}} \cdot 100$$

$$p \approx 22,5$$

$$\Rightarrow p \% \approx 22,5 \%$$

Der Preis ist um ca. 22,5 % gesunken.

Der reguläre Preis von 89 € ist der Grundwert.

Die Differenz der Preise ist der Prozentwert und gesucht ist der Prozentsatz.

- b) Preis ohne Mehrwertsteuer **vor** der Verkaufsaktion:

$$G = \frac{W}{p} \cdot 100$$

$$G = \frac{89 \text{ €}}{119} \cdot 100$$

$$G \approx 74,79 \text{ €}$$

Die Preise mit Mehrwertsteuer entsprechen 119 % (Prozentwerte).

Die Preise ohne Mehrwertsteuer entsprechen 100 % (Grundwerte) und sind gesucht.

Im Preis enthaltene Mehrwertsteuer **vor** der Verkaufsaktion:

$$89,00 \text{ €} - 74,79 \text{ €} = 14,21 \text{ €}$$

Preis ohne Mehrwertsteuer **nach** der Verkaufsaktion:

$$G = \frac{W}{p} \cdot 100$$

$$G = \frac{69 \text{ €}}{119} \cdot 100$$

$$G \approx 57,98 \text{ €}$$

Im Preis enthaltene Mehrwertsteuer **nach** der Verkaufsaktion:

$$69,00 \text{ €} - 57,98 \text{ €} = 11,02 \text{ €}$$

Differenz der Mehrwertsteuer-Beträge:

$$14,21 \text{ €} - 11,02 \text{ €} = 3,19 \text{ €}$$

Das Modegeschäft hat nach der Aktion 3,19 € weniger an

Mehrwertsteuer für die Jeans abzuführen.

Alternative Berechnung:

Preisdifferenz mit Mehrwertsteuer:

$$89 \text{ €} - 69 \text{ €} = 20 \text{ €}$$

Preisdifferenz ohne Mehrwertsteuer:

$$G = \frac{W}{p} \cdot 100$$

$$G = \frac{20 \text{ €}}{119} \cdot 100$$

$$G \approx 16,81 \text{ €}$$

Für die Differenz der Preise in Höhe von

89 € – 69 € = 20 € (vgl. Teilaufgabe a) ist keine Mehrwertsteuer mehr abzuführen.

Berechnet man die Preisdifferenz, die ohne Mehrwertsteuer vorliegt, lässt sich die eingesparte Mehrwertsteuer ermitteln.

Eingesparte Mehrwertsteuer:

$$20 \text{ €} - 16,81 \text{ €} = 3,19 \text{ €}$$

Das Modegeschäft hat nach der Aktion 3,19 € weniger an Mehrwertsteuer für die Jeans abzuführen.

Hinweise und Tipps

c) Nettopreis des Kleides:

Zuerst wird der Nettopreis berechnet, anschließend der Bruttonpreis des Kleides.

$$G = \frac{W}{p} \cdot 100$$

$$G = \frac{18,60 \text{ €}}{20} \cdot 100$$

$$\mathbf{G = 93,00 \text{ €}}$$

Der Nettopreis des Kleides beträgt 93,00 €.

Bruttonpreis des Kleides:

Der Bruttonpreis des Kleides ist der Preis mit 19 % Mehrwertsteuer.

$$W = \frac{p}{100} \cdot G$$

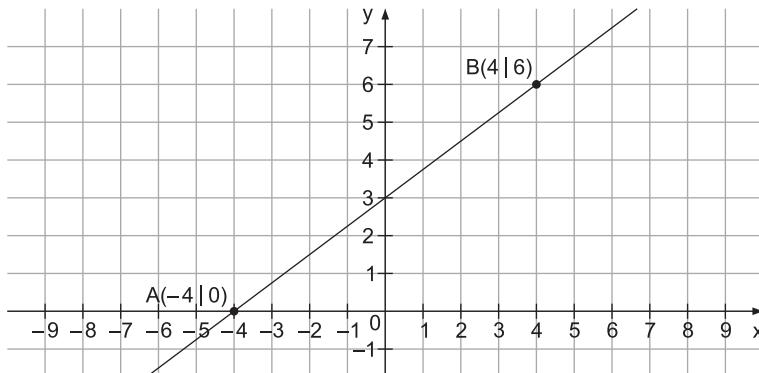
$$W = \frac{119}{100} \cdot 93,00 \text{ €}$$

$$\mathbf{W = 110,67 \text{ €}}$$

Der Bruttonpreis des Kleides beträgt 110,67 €.

Funktionen

a) Zeichnung im Maßstab 1:2:



b) Einsetzen von A(-4|0) und B(4|6) in die Geradengleichung

$$y = m \cdot x + b:$$

$$\text{I } 0 = -4m + b$$

$$\text{II } 6 = 4m + b$$

Additionsverfahren:

$$\text{I } 0 = -4m + b$$

$$\text{II } 6 = 4m + b \quad | \cdot (-1)$$

$$\text{I } 0 = -4m + b$$

$$\text{II } -6 = -4m - b$$

$$\left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} +$$

$$\text{I+II } -6 = -8m \quad | :(-8)$$

$$m = 0,75$$

$m = 0,75$ in I einsetzen:

$$0 = -4 \cdot 0,75 + b \quad | +3$$

$$b = 3$$

Funktionsgleichung von g_1 : $\mathbf{y = 0,75x + 3}$

© **STARK Verlag**

www.stark-verlag.de
info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH
ist urheberrechtlich international geschützt.
Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung
des Rechteinhabers in irgendeiner Form
verwertet werden.

STARK



© STARK Verlag

www.stark-verlag.de
info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH
ist urheberrechtlich international geschützt.
Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung
des Rechteinhabers in irgendeiner Form
verwertet werden.

STARK