

SCHULAUF

**MEHR
ERFAHREN**

Mathematik 7.

Wahlpflichtfächergruppe I · Bayern

STEPHAN BAUMGARTNER



STARK

Stegreifaufgabe 1

■ Inhalte: Potenzen

■ Zeitbedarf: 18 Minuten

1. Schreibe

a) 0,0081 als Potenz mit Basis 0,3.

b) 0,0081 als Quadratzahl.

____ von 2

$$0,0081 = \boxed{}$$

2. Belege anhand eines selbst gewählten Zahlenbeispiels, dass für das Potenzieren von Potenzen das Potenzgesetz $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$ gilt.

— von 2

3. Vereinfache unter Verwendung der Potenzgesetze.

$$\text{a)} \left(\frac{(x^3)^2 \cdot x^6}{x^9 \cdot x^{12}} \right)^{-1}$$

b) $3^5 : 3^2 - (2^2)^3 + 5^3 \cdot 2^3 + 20^4 : 10^4$

von 7

A 10x10 grid of 100 empty squares, used for drawing or writing.

A blank 10x10 grid for drawing or plotting. The grid consists of 100 small squares arranged in a single row and column.

4. Entscheide, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind, und korrigiere falsche Aussagen.

a) Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert, indem man die Basen addiert.

von 1

b) Die fünfte Potenz von $\frac{1}{2}$ ist kleiner als 5^{-2} .

von 3

Notenschlüssel

1	2	3	4	5	6
15–14	13–11	10–9	8–7	6–4	3–0

So lange habe ich gebraucht:

So viele Punkte habe ich erreicht:

Schulaufgabe 1

■ Inhalte: Potenzgesetze, Winkel an parallelen Geraden, Vektorrechnung, Parallelverschiebung

■ Zeitbedarf: 45 Minuten

1. Markiere die Fehler in folgender Rechnung und korrigiere sie.

— von 2

$$2^{51} \cdot 0,5^{51} + 3^8 : 3^4 - (2^2)^3 = 1^{51} + 3^2 - 2^5 \\ = 51 + 9 - 32 \\ = 28$$

2. Vereinfache unter Verwendung der Potenzgesetze.

a) $10^5 : 10^3 - 25^4 \cdot 0,2^4 + \left(\frac{1}{6}\right)^{-2} - (2^3)^2$

____ von 3

b) $\left(\frac{1}{5}\right)^3 \cdot 2,5 \cdot 100 + \left(\frac{1}{10}\right)^{-3} + 2^3 \cdot 2^4 + 0,75^3 : 0,25^3$

— von 4

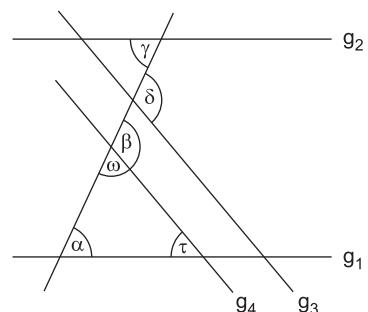
3. Bestimme die fehlenden Winkelmaße aus nebenstehender Zeichnung und gib jeweils eine Begründung an.

Es gilt: $g_1 \parallel g_2$

$$g_3 \parallel g_4$$

$$\alpha = 80^\circ$$

$\tau = 40^\circ$



von 4

4 4. Ergänze die Tabelle um die fehlenden Elemente:

$$\vec{V} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} = \overrightarrow{PP'} \quad \vec{V^*} = \begin{pmatrix} v_x^* \\ v_y^* \end{pmatrix} = \overrightarrow{P'P} \quad P(x|y) \quad P'(x'|y')$$

a)		(2 -3)	(-4 2)	___ von 1,5
b)	$\begin{pmatrix} -5 \\ 4 \end{pmatrix}$		(8 -7)	___ von 2
c)	$\begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$	(2)	(-7)	___ von 2,5

Platz für Berechnungen:

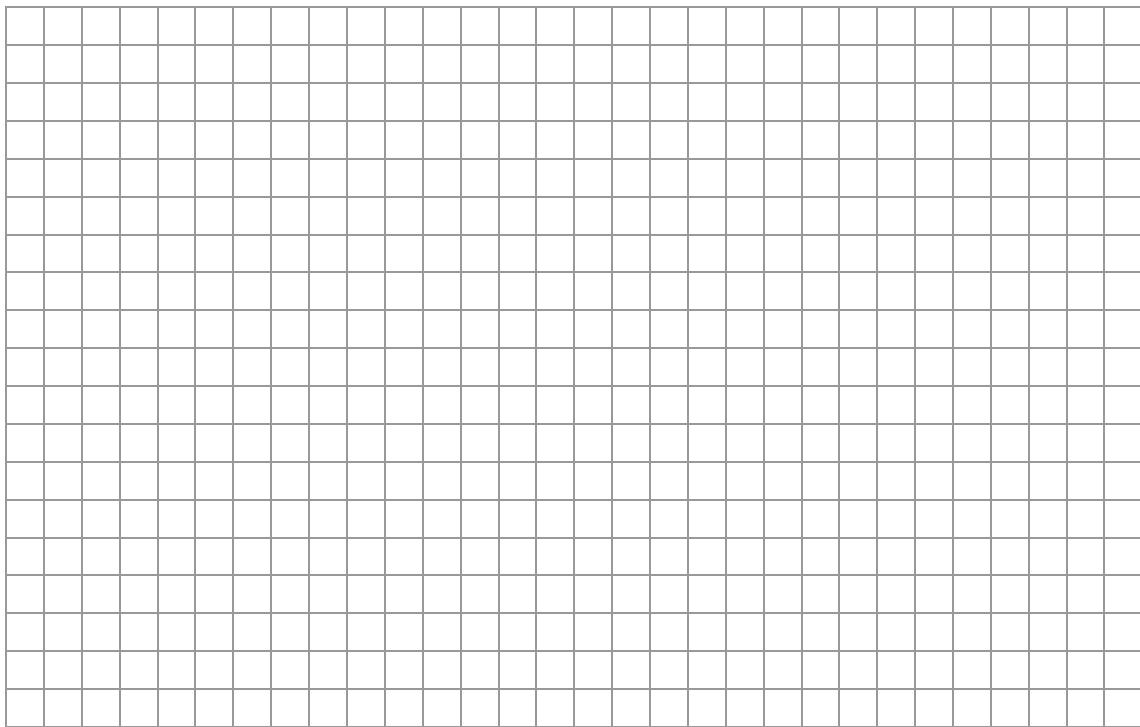
5. Der Punkt $P(2 | 1)$ wird durch den Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ auf den Punkt Q verschoben. Anschließend wird Q durch den Vektor $\vec{w} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$ auf den Punkt R verschoben. Bestimme die Koordinaten von Q und R zeichnerisch und berechne dann die Koordinaten von \overrightarrow{PR} . [Platzbedarf: $0 \leq x \leq 4; 0 \leq y \leq 4$]

6. Die Punkte A(-2| -1), B(2| 1) und C(0| 3) legen ein Dreieck ABC fest.

5

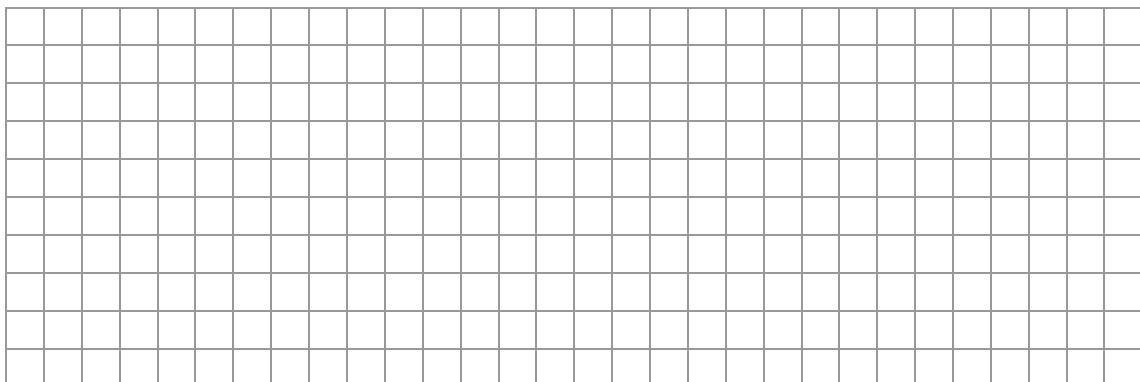
- a) Zeichne das Dreieck ABC in ein Koordinatensystem und berechne sodann den Flächeninhalt des Dreiecks mithilfe einer zweireihigen Determinante. [Platzbedarf: $-4 \leq x \leq 2$; $-1 \leq y \leq 3$]

___ von 5



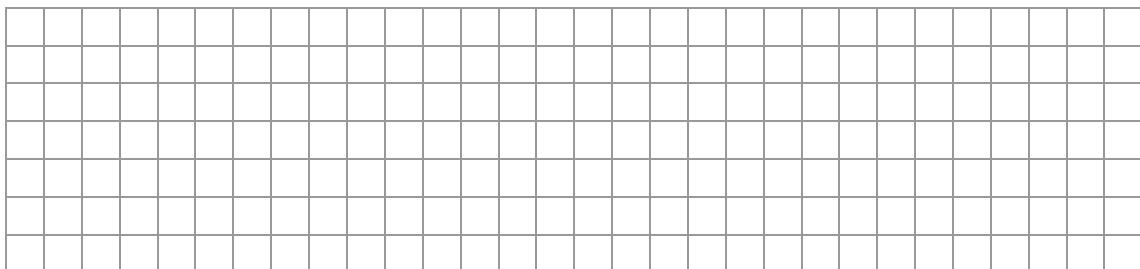
- b) Ergänze deine Zeichnung aus Teilaufgabe a um einen Punkt D so, dass ein Parallelogramm ABCD entsteht. Berechne die Koordinaten von D mit einem geeigneten Vektoransatz.

___ von 4



- c) Welchen Flächeninhalt hat das Parallelogramm ABCD?

___ von 2



Notenschlüssel

1	2	3	4	5	6	So lange habe ich gebraucht:
32–28	27–24	23–19	18–14	13–7	6–0	So viele Punkte habe ich erreicht:

Lösungen

Stegreifaufgabe 1

1. a) ⏰ 1 Minute,  
 $0,0081 = 0,3^4$

b) ⏰ 2 Minuten,  
 $0,0081 = 0,09^2$

2. ⏰ 2 Minuten,  

Mögliche Zahlenbeispiel:

$$(2^3)^2 = 2^3 \cdot 2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^6 = 2^3 \cdot 2$$

3. a) ⏰ 4 Minuten,  

$$\left(\frac{(x^3)^2 \cdot x^6}{x^9 \cdot x^{12}} \right)^{-1} = \left(\frac{x^6 \cdot x^6}{x^{21}} \right)^{-1} = \left(\frac{x^{12}}{x^{21}} \right)^{-1} = (x^{-9})^{-1} = x^9$$

b) ⏰ 5 Minuten,  

$$\begin{aligned} 3^5 : 3^2 - (2^2)^3 + 5^3 \cdot 2^3 + 20^4 : 10^4 &= 3^5 - 2 - 2^2 \cdot 3 + (5 \cdot 2)^3 + (20 : 10)^4 \\ &= 3^3 - 2^6 + 10^3 + 2^4 \\ &= 27 - 64 + 1000 + 16 \\ &= 1000 - 64 + 43 \\ &= 1000 - 21 \\ &= 979 \end{aligned}$$

4. a) ⏰ 2 Minuten, 

Die Aussage ist falsch. Richtig muss es heißen:

Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert, indem man die **Exponenten addiert**.

b) ⏰ 2 Minuten,  

5. Potenz von $\frac{1}{2}$: $\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}$

Außerdem gilt: $5^{-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{1}{25}$

Wegen $\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32} < \frac{1}{25} = 5^{-2}$ ist die Aussage wahr.

Schulaufgabe 1

1. ⏳ 4 Minuten, 

Gegebene Rechnung:

$$\begin{aligned}2^{51} \cdot 0,5^{51} + 3^8 : 3^4 - (2^2)^3 &= 1^{51} + 3^2 - 2^5 \\&= 51 + 9 - 32 \\&= 28\end{aligned}$$

Fehler: $3^8 : 3^4 = 3^4$ und $(2^2)^3 = 2^6$
Fehler: $1^{51} = 1$

Richtige Lösung:

$$\begin{aligned}2^{51} \cdot 0,5^{51} + 3^8 : 3^4 - (2^2)^3 &= 1^{51} + 3^4 - 2^6 \\&= 1 + 81 - 64 \\&= 82 - 64 \\&= 18\end{aligned}$$

2. a) ⏳ 4 Minuten, 

$$\begin{aligned}10^5 \cdot 10^3 - 25^4 \cdot 0,2^4 + \left(\frac{1}{6}\right)^{-2} - (2^3)^2 &= 10^2 - 5^4 + 6^2 - 2^6 \\&= 100 - 625 + 36 - 64 \\&= -525 - 28 \\&= -553\end{aligned}$$

- b) ⏳ 5 Minuten, 

$$\begin{aligned}\left(\frac{1}{5}\right)^3 \cdot 2,5 \cdot 100 + \left(\frac{1}{10}\right)^{-3} + 2^3 \cdot 2^4 + 0,75^3 : 0,25^3 &= \frac{1}{125} \cdot 250 + 10^3 + 2^7 + 3^3 \\&= 2 + 1000 + 128 + 27 \\&= 1130 + 27 \\&= 1157\end{aligned}$$

3. ⏳ 5 Minuten, 

Berechnung von ω :

$$\begin{aligned}\omega &= 180^\circ - \alpha - \tau \\&= 180^\circ - 80^\circ - 40^\circ \\&= 60^\circ\end{aligned}$$

Innenwinkelsumme im Dreieck

Berechnung von β :

$$\beta = 180^\circ - \omega = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

Nebenwinkel zu ω

Berechnung von δ :

$$\delta = \beta = 120^\circ$$

Stufenwinkel zu β

Berechnung von γ :

$$\gamma = \alpha = 80^\circ$$

Wechselwinkel zu α

4 4 4. ④ 10 Minuten, 

Ausgefllte Tabelle:

	$\bar{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix} = \bar{P}\bar{P}'$	$\bar{v}^* = \begin{pmatrix} v_x^* \\ v_y^* \end{pmatrix} = \bar{P}'\bar{P}$	$P(x y)$	$P'(x' y')$
a)	$\begin{pmatrix} -6 \\ 5 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 6 \\ -5 \end{pmatrix}$	$(2 -3)$	$(-4 2)$
b)	$\begin{pmatrix} -5 \\ 4 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 5 \\ -4 \end{pmatrix}$	$(13 -11)$	$(8 -7)$
c)	$\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix}$	$(2 -4)$	$(6 -7)$

Durchgefhrte Berechnungen:

a) $\bar{v} = \bar{P}\bar{P}' = \begin{pmatrix} -4 & -2 \\ 2 & -(-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 5 \end{pmatrix}$ $\bar{v}^* = \begin{pmatrix} 6 \\ -5 \end{pmatrix}$

b) $\bar{v}^* = \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \end{pmatrix}$

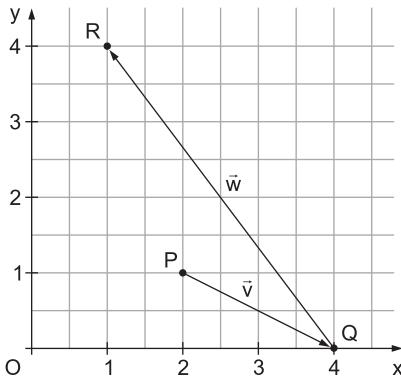
$$\bar{v}^* = \bar{P}'\bar{P} \Rightarrow \begin{pmatrix} 5 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-8 \\ y-(-7) \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} x = 5 + 8 = 13 \\ y = -4 - 7 = -11 \end{array} \Rightarrow P(13|-11)$$

c) $\bar{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$

$$\bar{v}^* = \bar{P}'\bar{P} \Rightarrow \begin{pmatrix} -4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-x' \\ y-(-7) \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} x' = 2 + 4 = 6 \\ y = 3 - 7 = -4 \end{array} \Rightarrow P(6|-7) \Rightarrow P(2|-4)$$

5. ④ 4 Minuten, 

Zeichnung:

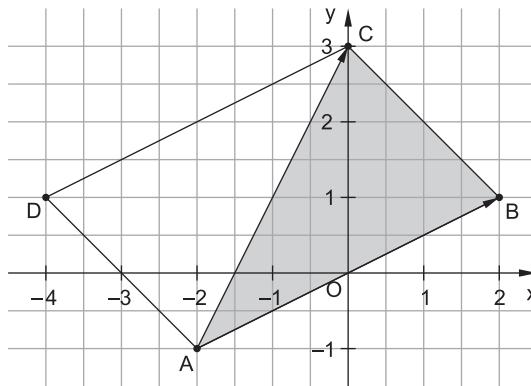


Aus der Zeichnung: $Q(4|0); R(1|4)$

$$\bar{P}\bar{R} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \text{oder} \quad \bar{P}\bar{R} = \bar{v} \oplus \bar{w} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

6. a) ③ 8 Minuten, ④ ⑤

Zeichnung:



Aufspannende Vektoren:

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 2 - (-2) \\ 1 - (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}; \quad \overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 0 - (-2) \\ 3 - (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

Flächeninhalt des Dreiecks ABC:

$$A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot \left| \begin{array}{cc} \overrightarrow{AB} & \overrightarrow{AC} \end{array} \right| \text{ FE} = \frac{1}{2} \cdot \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} \text{ FE} = \frac{1}{2} \cdot (4 \cdot 4 - 2 \cdot 2) \text{ FE} = 6 \text{ FE}$$

b) ③ 3 Minuten, ④ ⑤

Einzeichnen des Punktes D in die Zeichnung von Teilaufgabe a.

Berechnung der Koordinaten von D:

Im Parallelogramm ABCD gilt:

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$$

$$\begin{pmatrix} x_D - (-2) \\ y_D - (-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 - 2 \\ 3 - 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} x_D + 2 = -2 \\ y_D + 1 = 2 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{l} x_D = -4 \\ y_D = 1 \end{array} \Rightarrow D(-4|1)$$

oder

$$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} \oplus \overrightarrow{BC} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 0 - 2 \\ 3 - 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow D(-4|1)$$

c) ③ 2 Minuten, ④ ⑤

Flächeninhalt des Parallelogramms ABCD:

Da die Dreiecke ABC und ACD kongruent sind und den gleichen Flächeninhalt haben, gilt:

$$A_{ABCD} = 2 \cdot A_{ABC} = 2 \cdot 6 \text{ FE} = 12 \text{ FE}$$

Das Parallelogramm ABCD hat einen Flächeninhalt von 12 FE.

© **STARK Verlag**

www.stark-verlag.de

info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH
ist urheberrechtlich international geschützt.
Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung
des Rechteinhabers in irgendeiner Form
verwertet werden.

STARK