

2020 Training

Abschlussprüfung

ActiveBook
• Interaktives
Training

**MEHR
ERFAHREN**

Realschule Niedersachsen

Mathematik

- + Basiswissen mit Übungen
- + Formelsammlung
- + Aktuelle Original-Prüfung



STARK

Inhalt

Vorwort
Hinweise zur Prüfung

Hinweise und Tipps	I
1 Wie man für die Prüfung lernen kann	I
2 Das Lösen einer mathematischen Aufgabe	III
3 Formelsammlung	IX
Training Grundwissen	1
1 Wiederholung Grundlagen	2
1.1 Terme	2
Termumformungen	3
Zerlegung von Termen in Produkte – Faktorisieren	8
1.2 Lösen von linearen Gleichungen und Ungleichungen	8
Textaufgaben mithilfe von Gleichungen lösen	9
1.3 Proportionale und antiproportionale Zuordnungen	12
Proportionale Zuordnungen	12
Nicht-proportionale Zuordnungen	12
Antiproportionale Zuordnungen	12
1.4 Prozent- und Zinsrechnung	14
1.5 Umrechnungen von Größen	17
1.6 Ebene Figuren	19
1.7 Potenzen und Wurzeln	21
Gesetze für das Rechnen mit Potenzen	22
Sehr große und sehr kleine Zahlen	23
Gleichungen mit Potenzen der Form $x^n = a$	24
2 Lineare Funktionen – Lineare Gleichungssysteme	25
2.1 Die lineare Funktion	25
Lineare Funktionen der Form $f: y = m \cdot x$	26
Allgemeine lineare Funktionen $f: y = m \cdot x + t$	28
2.2 Lineare Gleichungssysteme	30
Grafische Lösungsverfahren	30
Rechnerische Lösungsverfahren	31

3	Quadratische Funktionen und Gleichungen	35
3.1	Quadratische Funktionen	35
	Die quadratische Funktion $f: y = x^2$	35
	Quadratische Funktionen der Form $f: y = ax^2$	36
	Quadratische Funktionen der Form $f: y = x^2 + q$	38
	Quadratische Funktionen der Form $f: y = (x - m)^2$	39
	Quadratische Funktionen der Form $f: y = (x - m)^2 + n$	41
3.2	Quadratische Gleichungen	44
	Reinquadratische Gleichungen $x^2 + q = 0$	44
	Quadratische Gleichungen $x^2 + px = 0$	45
	Die allgemeine quadratische Gleichung $x^2 + px + q = 0$	46
	Der Satz von Vieta	47
3.3	Bestimmung der Nullstellen einer Parabel	48
	Schnittpunkte zwischen Parabel und Gerade	51
4	Lineares und exponentielles Wachstum	54
4.1	Exponentialfunktionen	55
	Exponentialfunktionen der Form $y = q^x$	55
	Exponentialfunktionen der Form $y = a \cdot q^x$	56
4.2	Exponentielles Wachstum	56
4.3	Prozentuale Wachstumsrate	57
4.4	Zinseszins	58
4.5	Exponentielle Abnahme – Zerfall	60
5	Ähnlichkeit	63
5.1	Vergrößern und Verkleinern von Figuren – Ähnliche Figuren	63
5.2	Strahlensätze	69
6	Sätze am rechtwinkligen Dreieck	73
6.1	Der Satz des Pythagoras	73
6.2	Der Kathetensatz	75
6.3	Der Höhensatz	77
6.4	Der Satz des Thales	78
7	Trigonometrie	80
7.1	Trigonometrische Funktionen am rechtwinkligen Dreieck	80
7.2	Sinus- und Kosinussatz – Berechnungen an beliebigen Dreiecken	87
7.3	Graphen der trigonometrischen Funktionen	89
8	Kreis	93
8.1	Kreisfläche und Kreisumfang, Kreisring	93
8.2	Kreisbogen und Kreissektor, Berechnungen am Kreis und an Kreisteilen	96

9	Körper	99
9.1	Schrägbild und Netz eines Körpers	99
9.2	Prisma	103
9.3	Kreiszylinder	109
9.4	Pyramide	112
9.5	Kegel	118
9.6	Kugel	122
9.7	Rotationskörper, zusammengesetzte Körper und Restkörper	125
10	Stochastik	131
10.1	Statistische Grundbegriffe	131
10.2	Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung	138
10.3	Die Wahrscheinlichkeit bei Zufallsexperimenten	138
10.4	Wahrscheinlichkeit und das Gesetz der großen Zahlen	141
10.5	Mehrstufige Zufallsexperimente	142
Aufgabe im Stil der Abschlussprüfung		145
Allgemeiner Teil		146
Hauptteil mit Wahlaufgaben		149
Abschlussprüfung		151
Abschlussprüfung 2019		2019-1
Allgemeiner Teil		2019-1
Hauptteil mit Wahlaufgaben		2019-5



Dieses Buch ist in zwei Versionen erhältlich: mit und ohne ActiveBook. Hast du die Ausgabe **mit ActiveBook (31500ML)** erworben, kannst du mit dem **Interaktiven Training** online mit vielen zusätzlichen interaktiven Aufgaben zu allen prüfungsrelevanten Kompetenzbereichen trainieren.

Die **interaktiven Aufgaben** sind im Buch mit diesem Button gekennzeichnet. Am besten gleich ausprobieren!



Ausführliche Infos inkl. Zugangscode findest du in der Ausgabe mit ActiveBook auf den **Farbseiten** vorne in diesem Buch.

Autoren:

Jan-Hinnerk Ahlers, Ursula Hollen, Olaf Klärner, Wolfgang Matschke, Marc Möllers, Dietmar Steiner, Henner Striedelmeyer

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

mit dem vorliegenden Buch kannst du dich langfristig und nachhaltig auf die zentrale Prüfung zum Realschulabschluss in Mathematik vorbereiten. Das Buch ist so konzipiert, dass es bereits zu Beginn der 9. Klasse zur Vorbereitung auf Klassenarbeiten und zur langfristigen Vorbereitung auf die Abschlussprüfung verwendet werden kann.

Gerade bei einer zentral gestellten Prüfung ist das Grundlagenwissen besonders wichtig. Denn in der Prüfung geht es nicht um irgendwelche Spezialkenntnisse, die du vielleicht gut beherrschst, sondern die Aufgaben werden auf einem möglichst breiten Grundlagenwissen aufbauen. Es geht vor der Prüfung also um eine Gesamtwiederholung.

- ▶ Daher beginnen wir in diesem Buch mit einem ausführlichen **Trainingsteil**. Im ersten Kapitel werden die wichtigsten Themen der 5. bis 9. Klasse so kurz wie möglich wiederholt, die Kapitel 2 bis 10 behandeln intensiv sämtliche prüfungsrelevanten Bereiche der 9. und 10. Klasse. In allen zehn Kapiteln findest du über 200 Aufgaben, anhand derer du überprüfen kannst, ob du den Stoff sicher beherrschst.
- ▶ Wenn die einzelnen Themen „sitzen“, du die Aufgaben also gut lösen kannst, geht es weiter mit der **Aufgabe im Stil der Abschlussprüfung**. Deren Aufgaben sind nicht mehr nach Themengebieten unterteilt, sondern – wie in der Prüfung – aus den verschiedensten Bereichen zusammengestellt. Es kommt also darauf an zu erkennen, *wie* die Aufgabe gelöst werden könnte und welchem Themengebiet sie zuzuordnen ist. Der Rest sollte mit deinem Vorwissen aus dem Trainingsteil ganz einfach gehen. Wenn du merkst, dass du immer wieder über dasselbe Problem stolperst, solltest du das entsprechende Trainingskapitel wiederholen.
- ▶ Jetzt kannst du dich an die **Original-Abschlussprüfung 2019** wagen. Schaffst du es, diese in der vorgegebenen Zeitspanne und nur mit den zulässigen Hilfsmitteln zu bearbeiten, bist du optimal vorbereitet.
Eine umfangreiche **Sammlung der Prüfungsaufgaben 2013 bis 2019** enthält übrigens das Buch „Realschule Mathematik Niedersachsen 2020“ (Bestell-Nr. 315001). Es ist insbesondere für die **Vorbereitungsphase unmittelbar vor der Abschlussprüfung** gedacht und hilft dir dabei, noch mehr Sicherheit im Umgang mit Prüfungsaufgaben zu gewinnen.

Zu allen Aufgaben gibt es in einem separaten Buch (Bestell-Nr. 31500L) **ausführliche Lösungen**, die von unseren Autoren ausgearbeitet wurden und in denen jeder Rechenschritt genau erklärt ist. Zahlreiche Skizzen zur Veranschaulichung dienen dem besseren Verständnis der Lösungen und helfen dir beim Nachvollziehen von Sachverhalten.

Beachte: Du solltest immer versuchen, die Lösung selbst zu finden, und erst dann mit dem Lösungsbuch vergleichen. Nur wenn man sich selbst anstrengt, bleibt der Stoff auch im Gedächtnis und man „lernt“ dazu. Halte dich deswegen konsequent daran, jede Aufgabe zunächst selbst zu rechnen.

Sollten nach Erscheinen dieses Bandes noch wichtige Änderungen in der Abschluss-Prüfung vom Kultusministerium bekannt gegeben werden, findest du aktuelle Informationen dazu im Internet unter: **www.stark-verlag.de/pruefung-aktuell**

Die Autoren und der Stark Verlag wünschen dir für die Prüfung viel Erfolg!

Hinweise und Tipps

1 Wie man für die Prüfung lernen kann

Mit Tricks und Kniffen mag man vielleicht einmal einen Test oder gar eine Klassenarbeit hinbekommen, bei Abschlussprüfungen dürfte dieses „Verfahren“ aber wohl versagen. Gut: Ganz ohne Arbeit wird die Vorbereitung auf die Prüfung wohl keinem gelingen. Beherrzt man aber einige Grundregeln, dann fällt das Lernen leichter und es stellen sich rasch Erfolge ein – und Erfolg bringt meistens auch Spaß bei der Sache.

Vorbereitung auf die Abschlussprüfung

Wichtig ist die innere Einstellung: Betrachte die Mathematik nicht als deinen Gegner. Wer sich selbst etwas zutraut und mit gesundem Selbstvertrauen an eine Sache herangeht, wer sich positiv einer Aufgabe nähert, wer bereit ist zu lernen und sich anzustrengen, lernt leichter und erfolgreicher.

Wer immer an sich selbst zweifelt, lernt verunsichert, tut sich schwer und hat meistens weniger Erfolg.

Allerdings: Ein Überschätzen der Fähigkeiten – typische Aussage: „Alles kein Problem“ – und die späte Erkenntnis, dass doch nicht alles sitzt, führen zu dem Ergebnis, dass die Prüfungsvorbereitung zu spät beginnt.

Ein realistischer Blick auf das, was zu leisten ist, sowie langfristiges, systematisches Lernen und Arbeiten, gepaart mit einer positiven inneren Einstellung – „Ich werde das schaffen“ – führen am sichersten zum Erfolg.

Regeln zur Vorbereitung auf die Abschlussprüfung

- ▶ Rechtzeitig mit den Prüfungsvorbereitungen beginnen (ca. 12 Wochen vor dem Prüfungstermin)
 - Sichtung der Themengebiete
 - Persönliche Schwierigkeiten mit bestimmten Themengebieten selbstkritisch erkennen
 - Persönliches Zeitraster entwickeln – wann lerne ich was?

Strategien beim Lösen von Aufgaben – Vorbereitung auf die Prüfung

- ▶ Lerne nach dem „ICH-DU-WIR“-Prinzip
 - ICH: Beim Lösen von Aufgaben musst du dich immer zuerst selbst auf den Weg machen. Es gehört zu einer sicheren Prüfungsvorbereitung, Aufgaben und Problemstellungen alleine zu lösen. Versuche also immer, zuerst selbst ohne Hilfen das Problem bzw. die Aufgabe zu lösen, das stärkt mit der Zeit dein Selbstvertrauen. Hilfen – in diesem Buch sind es die Lösungen und die Lösungswege – sind sparsam einzusetzen. Also: Nur dann in der Lösung nachschauen, wenn du nicht mehr weiterkommst.

- DU: Um Fortschritte in den Themengebieten zu machen, ist es oft auch sinnvoll, mit einem Partner zu arbeiten. Ihr lernt dabei, über Aufgaben und Lösungswege zu diskutieren. Du kannst deine Lösungsideen mit den Ideen anderer vergleichen und merkst dabei, was man anders machen könnte.
- WIR: Erst wenn du ein Themengebiet richtig erkundet und deine persönlichen Lern- und Lösungswege gefunden hast, ist es sinnvoll, in Gruppen – nicht mehr als vier oder fünf Personen – noch einmal spezielle Fragen zu besprechen.
- ▶ Lege dir einen eigenen Ordner für die Prüfungsvorbereitung an.
- ▶ Ständiges Wiederholen ist notwendig.
 - Beim Üben und Vertiefen von Themengebieten musst du die bereits gelernten Themengebiete zwischendurch immer wiederholen. Hier helfen dir die fachspezifischen Übungsaufgaben zum Training Grundwissen.
 - Sinnvoll ist auch immer wieder das Üben über einzelne Themengebiete hinaus – vernetztes Üben. Hier helfen dir die Aufgaben im Stil einer Abschlussprüfung.
- ▶ Auswendig lernen?
 - Wichtige Definitionen, Regeln und Formeln zu den einzelnen Themengebieten solltest du auswendig lernen – auch hier gilt: in kleinen „Portionen“ speichern und immer wieder wiederholen.

1 Wiederholung Grundlagen

1.1 Terme

Merke

Term

Jede sinnvolle Zusammenstellung aus Zahlen und Variablen mithilfe von Rechenzeichen nennt man **Term**.

Beispiele

Beispiele für Terme sind:

$$15; \quad x + 1; \quad 18 : 3 - (2 : 5) \cdot 1\frac{1}{3}; \quad \frac{2+b}{2 \cdot c}$$

Keine Terme sind:

Auto; 3+

Terme bezeichnen wir abkürzend mit einem T.

Treten in einem Term Variablen auf, geben wir diese nach dem T in runden Klammern an.

Beispiele

- | | |
|----------------------|--|
| 1. $T(x) = x + 1$ | 2. $T(x) = -7x^2 + 4x - 1$ |
| 3. $T(a) = a^2 - 1$ | 4. $T(c) = 25 - c - c^2$ |
| 5. $T(a; b) = a - b$ | 6. $T(x; y) = [x - (y - 3)] - [x^2 - y + 5]$ |

Werden für die Variablen eines Terms Zahlen eingesetzt, kann man den **Wert des Terms** berechnen. Dabei müssen gleiche Variablen durch gleiche Zahlen ersetzt werden.

Beispiele

1. Berechne den Wert des Terms $T(x) = 3x + 11$ für $x = 2$.

Lösung:

$$T(\mathbf{x}) = 3\mathbf{x} + 11$$

$$T(\mathbf{2}) = 3 \cdot \mathbf{2} + 11$$

$$T(2) = 6 + 11$$

$$T(2) = 17$$

2. Berechne den Wert des Terms $T(x) = 3x^2 - x + 7$ für die Werte

a) $x = -1$

b) $x = \frac{1}{3}$

c) $x = -2,5$

Lösung:

$$T(\mathbf{x}) = 3\mathbf{x}^2 - \mathbf{x} + 7$$

a) $T(\mathbf{-1}) = 3 \cdot (\mathbf{-1})^2 - (\mathbf{-1}) + 7$

$$T(-1) = 3 \cdot 1 + 1 + 7$$

$$T(-1) = 11$$

b) $T\left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}\right) = 3 \cdot \left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}\right)^2 - \left(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}}\right) + 7$

$$T\left(\frac{1}{3}\right) = 3 \cdot \frac{1}{9} - \frac{1}{3} + 7$$

$$T\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} + 7$$

$$T\left(\frac{1}{3}\right) = 7$$

c) $T(\mathbf{-2,5}) = 3 \cdot (\mathbf{-2,5})^2 - (\mathbf{-2,5}) + 7$

$$T(-2,5) = 3 \cdot 6,25 + 2,5 + 7$$

$$T(-2,5) = 28,25$$

Aufgaben

- 1** Gib einen Term an, mit dem man zu jeder möglichen Länge eines Rechtecks mit 30 cm Umfang die zugehörige Breite dieses Rechtecks ermitteln kann.
- 2** Stelle zu folgenden Vorschriften die Terme auf:
- Zu $1,5x$ ist $2y$ zu addieren.
 - Vom Produkt aus x und y ist die Differenz aus x und y zu subtrahieren.
 - Der Quotient aus $0,5x$ und $(x-y)$ ist von der Differenz aus $2y$ und x zu subtrahieren.
 - Vom Dreifachen einer Zahl ist der vierte Teil einer anderen Zahl zu subtrahieren.
- 3** Berechne für folgende Terme $T(2)$, $T(-1)$ und $T\left(\frac{1}{2}\right)$:
- $T(x) = 3x^2 - 2x + 5$
 - $T(x) = x^3 + 2x^2 - 7$
 - $T(x) = -2x^2 + 3x - 1$
- 4** Berechne für folgende Terme jeweils den Wert $T(1; -1)$:
- $T(x; y) = 3 \cdot x + \frac{y}{4} - 5 \cdot (x - 2,5)$
 - $T(x; y) = 2,7 \cdot x - (x + 1) : y - 1$
- 5** Berechne den Term $\frac{(2-w^2) \cdot 3w}{w^2}$ für $w=2$, $w=-1$ und $w=5$.



Interaktive Aufgaben

1. Satz wählen
2. Term aufstellen
3. Termtabelle

Termumformungen

Merke

Termumformungen

1. In einem Summenterm dürfen die einzelnen Glieder des Terms **unter Mitnahme ihres Vorzeichens** beliebig umgestellt werden.
2. In einem Summenterm dürfen **gleichartige Glieder zusammengefasst** werden. Der Wert des Terms bleibt dabei **unverändert**.

Beispiele

$$1. \quad T(x) = 2x - 6 + 12x + 17 - 5x$$

$$T(x) = \underbrace{2x + 12x - 5x}_{9x} - \underbrace{6 + 17}_{11}$$

$$T(x) = 9x + 11$$

Umstellung der einzelnen Glieder
unter Mitnahme des Vorzeichens
Gleichartige Glieder zusammenfassen

$$2. \quad T(a, b) = 10ab - 7a + 3a - 7ab$$

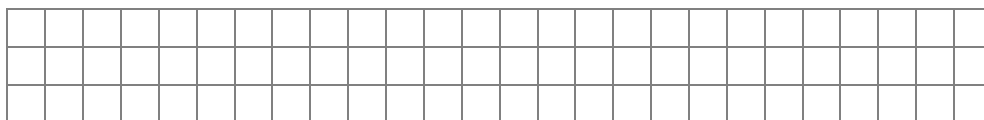
$$T(a, b) = 3ab - 4a$$

jeweils gleichartige Glieder sind:
 $10ab$ und $-7ab$; $-7a$ und $3a$

2 Punkte

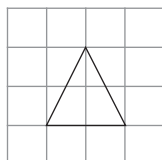
4. Löse die Gleichung.

$$2x + 5 = -4x + 17$$

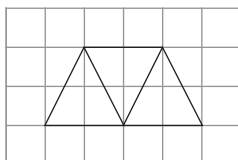


5. Abgebildet sind die ersten drei Figuren eines Musters.

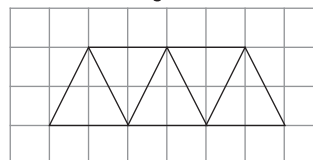
Figur 1



Figur 2



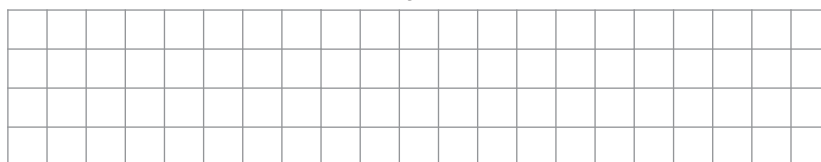
Figur 3



1 Punkt

a) Zeichne die Figur 4 des Musters.

Figur 4



1 Punkt

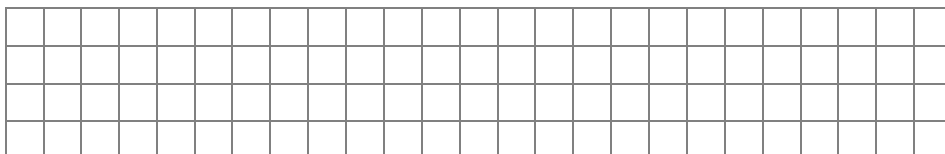
b) Gib die Anzahl der Dreiecke in der Figur 10 des Musters an.

Die Figur 10 besteht aus _____ Dreiecken.

Die Anzahl der Dreiecke einer beliebigen Figur x des Musters soll bestimmt werden.

1 Punkt

c) Stelle einen allgemeinen Term in Abhängigkeit von x auf.



2 Punkte

6. Ein Quadrat hat einen Umfang von 14 cm.

a) Zeichne das Quadrat.



© **STARK Verlag**

www.stark-verlag.de
info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH
ist urheberrechtlich international geschützt.
Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung
des Rechteinhabers in irgendeiner Form
verwertet werden.

STARK