
Interaktive Lehrerausgabe
innovativ
unterrichten
Active
MEHR
ERFAHREN
REALSCHULE
MATHE Skri
Das musst du können!
Abschlussprüfung
Bayern
Wahlpflichtfächergruppe II/III
STARK
STARK

Inhalt

Grundlagen

Gleichungen, Ungleichungen und Gleichungssysteme

Funktionen

Ebene Geometrie

Trigonometrie

Raumgeometrie

Funktionale Abhängigkeiten und Extremwerte

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

dieses handliche Buch bietet dir einen Leitfaden zu allen wesentlichen Inhalten, die du bei der Realschulabschlussprüfung benötigst. Durch seinen klar strukturierten Aufbau eignet sich dieses Buch besonders zur Auffrischung und Wiederholung des Prüfungsstoffes kurz vor der Prüfung.

- **Definitionen** und **Regeln** sind durch einen grauen Balken am Rand gekennzeichnet, wichtige **Begriffe** sind durch Fettdruck hervorgehoben.
- Zahlreiche **Abbildungen** veranschaulichen den jeweiligen Lerninhalt.
- Passgenaue **Beispiele** verdeutlichen die Theorie. Sie sind durch das Symbol  gekennzeichnet.
- Zu typischen Grundaufgaben wird die **Vorgehensweise** schrittweise beschrieben.
- Das **Stichwortverzeichnis** führt schnell und treffsicher zum jeweiligen Stoffinhalt.

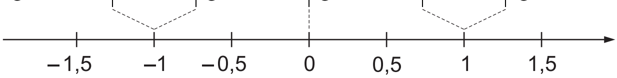
Viel Erfolg bei der Abschlussprüfung!

Die Prüfungsaufgaben des letzten Jahres sowie einen umfangreichen Trainingsteil zur Wiederholung des Grundwissens enthält das Buch „Training Abschlussprüfung Realschule, Bayern, Mathematik II/III" (Bestell-Nr. 915111). Dieses Buch gibt es auch mit einem interaktiven Online-Prüfungstraining (Bestell-Nr. 91511ML). Der zugehörige Lösungsband ist separat erhältlich (Bestell-Nr. 915111L).
Die offiziellen Prüfungsaufgaben der letzten Jahre mit vollständigen Lösungen sowie zahlreichen Übungsaufgaben enthält das Buch „Abschlussprüfung Realschule, Bayern, Mathematik II/III" (Bestell-Nr. 91511).

2.1 Parabelgleichungen der Form $y = ax^2$

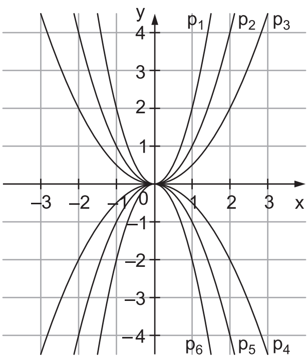
Die Parabeln mit Gleichungen der Form $y = ax^2$ ($a \in \mathbb{R}\setminus\{0\}$) haben den Scheitelpunkt $S(0\,|\,0)$ und sind symmetrisch zur y-Achse. Sie gehen (für $|a| \neq 1$) aus der Normalparabel durch Stauchung/Streckung und ggf. durch Spiegelung an der x-Achse hervor.
Der **Formfaktor a** bestimmt **Öffnung** und **Form** der Parabel im Vergleich zur Normalparabel (NP):

Öffnung	$a < 0$			$a > 0$		
	nach unten			nach oben		
Form	$a < -1$	$a = -1$	$-1 < a < 0$	$0 < a < 1$	$a = 1$	$a > 1$
	gestreckt	NP	gestaucht	gestaucht	NP	gestreckt



Kurz: Für $\begin{array}{l} |a| > 1 \\ |a| < 1 \end{array}$ ist die Parabel $\begin{array}{c} \text{gestreckt} \\ \text{gestaucht} \end{array}$, d. h. $\begin{array}{c} \text{schmaler} \\ \text{breiter} \end{array}$ als die NP.

p_1: $y = 2x^2$	$a = 2$	$\Rightarrow$ nach oben geöffnet; gestreckt
p_2: $y = x^2$	$a = 1$	$\Rightarrow$ nach oben geöffnete Normalparabel
p_3: $y = 0{,}5x^2$	$a = 0{,}5$	$\Rightarrow$ nach oben geöffnet; gestaucht
p_4: $y = -0{,}5x^2$	$a = -0{,}5$	$\Rightarrow$ nach unten geöffnet; gestaucht
p_5: $y = -x^2$	$a = -1$	$\Rightarrow$ nach unten geöffnete Normalparabel
p_6: $y = -2x^2$	$a = -2$	$\Rightarrow$ nach unten geöffnet; gestreckt



Aufstellen der Parabelgleichung mithilfe des Scheitelpunkts S(0 | 0) und eines weiteren Punkts

Beachte, dass auf diese Weise nur Gleichungen von Parabeln aufgestellt werden können, die ihren Scheitelpunkt im Ursprung haben.

Vorgehensweise:
- Einsetzen der Punktkoordinaten in $y = ax^2$
- Auflösen nach a $\rightarrow$ Variable a
- Angabe der Gleichung

Die Parabel p hat ihren Scheitel im Ursprung und geht durch den Punkt A(–2 | –1).
Ermittle die Gleichung von p.

Lösung:
Berechnung von a:

$$A(-2 \mid -1) \in p\colon y = ax^2$$
$$\Leftrightarrow \quad -1 = a \cdot (-2)^2 \quad |:4$$
$$\Leftrightarrow \quad a = -\frac{1}{4}$$

also: $p\colon y = -\frac{1}{4}x^2$

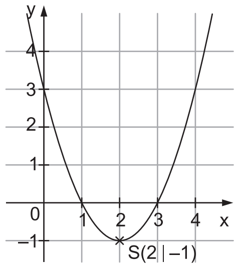
Liegt der Scheitel im Ursprung, hat die Parabelgleichung die Form $y = ax^2$.

2.2 Parabelgleichungen der Form $y = ax^2 + bx + c$

Die Parabeln mit Gleichungen der Form $y = ax^2 + bx + c$ gehen aus den Parabeln mit Gleichung $y = ax^2$ durch Parallelverschiebung mit einem Vektor hervor. Die Koordinaten des Verschiebungsvektors stimmen dabei mit denen des Scheitelpunkts $S(x_S \mid y_S)$ der verschobenen Parabel überein. Es gilt:

$$y = ax^2 \xmapsto{\vec{v} = \begin{pmatrix} x_S \\ y_S \end{pmatrix}} y = a \cdot (x - x_S)^2 + y_S$$

Die Form $y = a \cdot (x - x_S)^2 + y_S$ heißt **Scheitelform** der Parabelgleichung.



Aufstellen der Parabelgleichung:

$S(2|-1) \in p$: $y = (x - x_S)^2 + y_S$

$y = (x-2)^2 - 1$

$y = x^2 - 2x + 4 - 1$

$y = x^2 - 2x + 3$

Es handelt sich um eine verschobene Normalparabel mit Formfaktor $a = 1$.

Aus einer Parabelgleichung in der allgemeinen Form $y = ax^2 + bx + c$ erhält man die Koordinaten des Scheitelpunkts $S(x_S | y_S)$ entweder mithilfe der Scheitelform oder über $x_S = -\frac{b}{2a}$.

Berechnung des Scheitelpunkts S einer Parabel

Vorgehensweise 1:

- Formfaktor a ausklammern
- Quadratisch ergänzen
- Binomische Formel anwenden und vereinfachen → Scheitelform
- Angabe von $S(x_S | y_S)$

Vorgehensweise 2:

- a und b in $x_S = -\frac{b}{2a}$ einsetzen
- Vereinfachen → x_S
- Einsetzen von x_S → y_S
- Angabe von $S(x_S | y_S)$

Bestimme die Koordinaten des Scheitelpunkts S der Parabel p mit der Gleichung $y = 2x^2 - 8x + 6$.

Lösung:

Vorgehensweise 1:

p: $y = 2x^2 - 8x + 6$

$y = 2 \cdot [x^2 - 4x + 3]$ — Immer zuerst Formfaktor a ausklammern!

$y = 2 \cdot [x^2 - 4x \mathbf{+ 2^2 - 2^2} + 3]$ — Quadratisch ergänzen mit $\left(\frac{4}{2}\right)^2 = 2^2$

$y = 2 \cdot [(x-2)^2 - 1]$ — Eckige Klammer auflösen

$y = 2(x-2)^2 - 2$

$S(2|-2)$

Vorgehensweise 2:

$$x_S = -\frac{b}{2a} = -\frac{-8}{2 \cdot 2} = 2$$

Einsetzen in p:

$x_S = 2$: $\quad y = 2x^2 - 8x + 6$

$$y_S = 2 \cdot 2^2 - 8 \cdot 2 + 6$$
$$y_S = 8 - 16 + 6$$
$$y_S = -2$$

$S(2|-2)$

Berechnung der Schnittpunkte N_1 und N_2 mit der x-Achse

Vorgehensweise:

- Funktionsterm gleich 0 setzen
- Lösungsformel anwenden → x-Koordinaten (Nullstellen)
- Angabe von $N_1(x_1|0)$ und $N_2(x_2|0)$

Berechne die Koordinaten der Schnittpunkte N_1 und N_2 von Parabel p: $y = -\frac{1}{4}x^2 + x + 3$ mit der x-Achse.

Lösung:

$$-\frac{1}{4}x^2 + x + 3 = 0$$
Funktionsterm gleich null setzen

$$D = b^2 - 4ac$$
Hier: $a = -\frac{1}{4}$; $b = 1$; $c = 3$

$$D = 1^2 - 4 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) \cdot 3$$
Diskriminante D berechnen

$$D = 1 + 3$$
$$D = 4$$
$D > 0 \Rightarrow$ 2 Lösungen x_1; x_2

$$\Leftrightarrow \quad x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$
$$\Leftrightarrow \quad x_{1/2} = \frac{-1 \pm \sqrt{4}}{2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)}$$
$$\Leftrightarrow \quad x_{1/2} = \frac{-1 \pm 2}{-\frac{1}{2}}$$
$$\Leftrightarrow \quad x_{1/2} = 2 \mp 4$$

$x_1 = -2 \quad \vee \quad x_2 = 6$

$\mathbb{L} = \{-2; 6\}$

$N_1(-2|0)$; $N_2(6|0)$