2020

Abitur

Original-Prüf
mit Lösunger

MEHR
ERFAHREN

Hessen

Mathematik L

+ *Übungsaufgaben*
+ *Zusätzliche Aufgaben als PD*
+ *Online-Glossar*

ActiveBook
Interaktives
Training

STARK

Inhalt

Vorwort
Stichwortverzeichnis

Hinweise und Tipps zum Landesabitur 2020

Ablauf der Prüfung I
Inhalte und Schwerpunktthemen III
Leistungsanforderungen und Bewertung VIII
Operatoren und Anforderungsbereiche VIII
Methodische Hinweise und allgemeine Tipps zur schriftlichen Prüfung XII

Übungsaufgaben für den hilfsmittelfreien Prüfungsteil

Aufgabenserie 1 .... Ü-1
Aufgabenserie 2 .... Ü-6

Landesabitur 2016

A1: Analysis (GTR/CAS): $g(t) = a \cdot e^{k \cdot t}$, $f_1(t) = \frac{1}{at^2 + bt + c}$, $f_2(t) = e^{at^2 + bt + c}$ 2016-1
A2: Analysis (WTR): $g(x) = 0{,}16x^3 + 0{,}34x + 1$ 2016-8
B1: Analytische Geometrie (WTR/GTR/CAS) 2016-15
B2: Analytische Geometrie (WTR/GTR/CAS) 2016-22
C: Stochastik (WTR/GTR/CAS) 2016-30

Landesabitur 2017

A1: Analysis (WTR): $f(t) = r \cdot e^{k \cdot t}$, $g(t) = (-0{,}5t^2 + t + 2) \cdot e^{-0{,}5 \cdot t}$,
$h(t) = \frac{0{,}35}{0{,}1 + 3{,}4 \cdot e^{-2{,}66 \cdot t}}$ 2017-1
A2: Analysis (WTR/GTR): $g_a(x) = \sqrt{a \cdot x \cdot e^{-x} + 0{,}1 \cdot a}$ 2017-8
A2: Analysis (CAS): $f(t) = a \cdot b^t$, $g(t) = 8 - 326{,}817 \cdot 0{,}63^t$, $h(t) = \frac{8}{1 + 100 \cdot e^{-0{,}5 \cdot t}}$ 2017-14
B1: Analytische Geometrie (WTR/GTR/CAS) 2017-21
B2: Analytische Geometrie (WTR/GTR/CAS) 2017-29
C: Stochastik (WTR/GTR/CAS) 2017-36

Fortsetzung siehe nächste Seite

Landesabitur 2018

A1: Analysis (WTR/GTR): $f_a(t) = \frac{a}{1+4\cdot e^{-0,5\cdot t}}$, $f_b(t) = \frac{10}{1+b\cdot e^{-0,5\cdot t}}$,
$f_c(t) = 10\cdot t\cdot e^{-c\cdot t} + 10$ 2018-1
A1: Analysis (CAS): $f_{a,\,b}(t) = 0{,}05\cdot a\cdot e^{-\frac{2\cdot t}{b}}\cdot(t-20)$ 2018-9
A2: Analysis (WTR): $g(t) = \frac{19{,}4}{1+5{,}72\cdot e^{-0{,}12\cdot t}}$ 2018-16
A2: Analysis (GTR/CAS): $f_1(x) = 0{,}6675\cdot e^{0{,}5x} + 0{,}2325\cdot e^{-0{,}5x}$ 2018-23
B1: Analytische Geometrie (WTR/GTR/CAS) 2018-31
B2: Analytische Geometrie (WTR) 2018-38
B2: Analytische Geometrie (GTR/CAS) 2018-43
C: Stochastik (WTR/GTR/CAS) 2018-48

Landesabitur 2019

A: Hilfsmittelfreier Teil 2019-1
B1: Analysis (WTR): $w(t) = T_R - (T_R - T_0)\cdot e^{-kt}$, $f_n(x) = (x+1)^n\cdot e^x$ 2019-5
B1: Analysis (CAS): $f(t) = \frac{4\cdot 10^6}{1+1000\cdot e^{-2t}}$, $h_{a,\,S,\,k}(t) = \frac{S\cdot e^{kt}}{a+e^{kt}}$ 2019-12
B2: Analysis (WTR): $f_k(t) = k\cdot t\cdot e^{-0{,}4\cdot t}$, $g_k(t) = k^2\cdot t\cdot e^{-0{,}6\cdot t}$ 2019-20
B2: Analysis (CAS): $s(x) = A\cdot \sin(k\cdot x - b) + c$ 2019-28
C1: Analytische Geometrie (WTR/CAS) 2019-35
C2: Stochastik (WTR/CAS) 2019-44

ActiveBook: Aufgaben zum Download

Übungsaufgaben im Stil des Landesabiturs
Analysis
Analytische Geometrie
Stochastik

Landesabitur 2016
A1: Analysis (WTR): $f(t) = \frac{4}{1+20e^{-0{,}05\cdot t}}$
A2: Analysis (GTR/CAS): $g(x) = 0{,}16x^3 + 0{,}34x + 1$, $f_t(x) = \frac{e^{tx} - e^{-tx}}{5t} + 1$

Landesabitur 2017
A1: Analysis (CAS): $V_s(r) = \frac{1}{3}\cdot\pi\cdot r^2\cdot\sqrt{s^2 - r^2}$, $k(x) = A\cdot\sin\left(\frac{2\cdot\pi}{L}\cdot(x+b)\right) + d$

ActiveBook
Interaktives Training

Ihr Coach zum Erfolg: Mit dem **interaktiven Training zum hilfsmittelfreien Teil des Abiturs** lösen Sie online Aufgaben, die speziell auf diesen Prüfungsteil zugeschnitten sind. Am besten gleich ausprobieren!
Ausführliche Infos inkl. Zugangscode finden Sie auf den Farbseiten vorne in diesem Buch.

Jeweils zu Beginn des neuen Schuljahres erscheinen die neuen Ausgaben der Abiturprüfungsaufgaben mit Lösungen.

Autoren:

Viola Dengler:
Übungsaufgaben für den hilfsmittelfreien Prüfungsteil: Serie 1, Aufgabe 3; Serie 2, Aufgabe 3;
Lösungen zum Landesabitur 2016: Aufgaben B2 (WTR/GTR/CAS), C (WTR/GTR/CAS);
Lösungen zum Landesabitur 2017: Aufgabe C (WTR/GTR/CAS);
Lösungen zum Landesabitur 2018: Aufgaben A2 (GTR/CAS), C (WTR/GTR/CAS);
Lösungen zum Landesabitur 2019: Aufgaben A (Stochastik 2), C2 (WTR/CAS);
Download: Übungsaufgaben Analysis 5, 7; Stochastik 1, 2, 6; 2016 – A1 (WTR)

Werner Neidhardt:
Übungsaufgaben für den hilfsmittelfreien Prüfungsteil: Serie 1, Aufgabe 1; Serie 2, Aufgaben 1, 4;
Lösungen zum Landesabitur 2016: Aufgabe A2 (WTR);
Lösungen zum Landesabitur 2017: Aufgaben A1 (WTR), A2 (WTR);
Lösungen zum Landesabitur 2018: Aufgaben A1 (WTR/GTR), A2 (WTR);
Lösungen zum Landesabitur 2019: Aufgaben A (Analysis 1), B1 (WTR), B2 (WTR);
Download: Übungsaufgaben Analysis 1, 4; Analytische Geometrie 5; Stochastik 3

Ernst Payerl:
Übungsaufgaben für den hilfsmittelfreien Prüfungsteil: Serie 1, Aufgabe 4;
Lösungen zum Landesabitur 2016: Aufgabe A1 (GTR/CAS);
Lösungen zum Landesabitur 2017: Aufgabe A2 (CAS);
Lösungen zum Landesabitur 2018: Aufgaben A1 (CAS), B2 (GTR/CAS);
Lösungen zum Landesabitur 2019: Aufgaben A (Stochastik 1), B1 (CAS), B2 (CAS);
Download: Übungsaufgaben Analysis 2; Analytische Geometrie 2, 4, Stochastik 5;
2016 – A2 (GTR/CAS); 2017 – A1 (CAS)

Ullrich Rauch:
Übungsaufgaben für den hilfsmittelfreien Prüfungsteil: Serie 1, Aufgabe 2; Serie 2, Aufgabe 2;
Lösungen zum Landesabitur 2016: Aufgabe B1 (WTR/GTR/CAS);
Lösungen zum Landesabitur 2017: Aufgaben B1 (WTR/GTR/CAS), B2 (WTR/GTR/CAS);
Lösungen zum Landesabitur 2018: Aufgaben B1 (WTR/GTR/CAS), B2 (WTR);
Lösungen zum Landesabitur 2019: Aufgaben A (Analytische Geometrie 1), C1 (WTR/CAS);
Download: Übungsaufgaben Analysis 3, 6, 8; Analytische Geometrie 1, 3; Stochastik 4

Vorwort

Liebe Schülerinnen und Schüler,

dieses Übungsbuch ist die ideale Hilfe bei der Vorbereitung auf das **Landesabitur 2020 im Fach Mathematik in Hessen**.

- Sie erhalten im ersten Teil des Buches zahlreiche **Informationen zum Abitur**, deren Kenntnis für die gezielte Vorbereitung auf die Abiturklausur hilfreich und wichtig ist. Dazu gehören u. a. eine komplette Aufstellung der für die Prüfung 2020 relevanten Themen, Hinweise zum genauen Ablauf der Prüfung sowie alles Wissenswerte zur Struktur und zu den Anforderungen der Prüfungsaufgaben.

- Sie finden darüber hinaus viele **praktische Hinweise**, die Ihnen sowohl in der Vorbereitung auf das Abitur als auch während der Prüfung dazu verhelfen, Prüfungsaufgaben gut zu lösen.

- Im Jahr 2020, also im Jahr Ihres Abiturs, wird es in Hessen zum zweiten Mal zum Einsatz eines **Pflichtteils ohne Hilfsmittel** kommen. Man darf also in diesem Teil der Prüfung keinen WTR bzw. kein CAS benutzen und auch keine Formelsammlung. Zur Vorbereitung finden Sie in diesem Band zwei Aufgabenserien, die in Format und Inhalt diesem Teil entsprechen.

- Außerdem enthält dieser Band die offiziellen, vom hessischen Kultusministerium gestellten **Original-Abituraufgaben** der Jahre **2016 bis 2019**. Das Aufgabenformat aus den Jahren 2016 bis 2018 wird Ihnen in dem Teil Ihrer Abiturprüfung begegnen, in dem Hilfsmittel erlaubt sind. Die Prüfung aus dem Jahr 2019 hat bereits das Format, das Ihnen vorgelegt werden wird. Zu all diesen Aufgaben sind **vollständige und ausführlich kommentierte Lösungsvorschläge** von unseren Autoren vorhanden. Sie ermöglichen Ihnen, Ihre Lösungen eigenständig zu kontrollieren und die Rechenwege Schritt für Schritt nachzuvollziehen.

- Bei allen Original-Abituraufgaben, bei denen Hilfsmittel erlaubt sind, wurden von unseren Autoren **Hinweise und Tipps** ergänzt, die Ihnen Hilfestellungen für die Lösung der Aufgabe geben. Wenn Sie mit einer solchen Aufgabe nicht zurechtkommen, schauen Sie deshalb nicht gleich in die Lösungen, sondern nutzen Sie schrittweise die Lösungstipps, um selbst die Lösung zu finden.

Sollten nach Erscheinen dieses Bandes noch wichtige Änderungen in der Abitur-Prüfung 2020 vom Kultusministerium bekannt gegeben werden, finden Sie aktuelle Informationen dazu im Internet unter www.stark-verlag.de/pruefung-aktuell.

Die Autoren wünschen Ihnen für die Prüfungsvorbereitung und für das Abitur viel Erfolg!

Hinweise und Tipps zum Landesabitur 2020

Ablauf der Prüfung

Die zentrale schriftliche Abiturprüfung

Seit dem Schuljahr 2006/2007 gibt es in Hessen im Fach Mathematik zentrale schriftliche Abiturprüfungen. Die Aufgaben werden im Auftrag des hessischen Kultusministeriums von einer Fachkommission erstellt. Die Beurteilung der Lösungen der Schüler/innen wird von zwei Fachlehrkräften durchgeführt. Es kann auch im Abitur 2020 möglich sein, dass die Zweitkorrektur durch Lehrkräfte anderer Schulen erfolgt. Die verbindlichen curricularen Vorgaben (Kerncurriculum Mathematik Hessen), nach denen in den drei ersten Schulhalbjahren der Qualifikationsphase der gymnasialen Oberstufe unterrichtet wird, bestimmen Inhalte und Anforderungen der Abituraufgaben. Hinzu kommt, dass die Bildungsstandards Mathematik verstärkt in den hessischen Abschlussarbeiten, also auch beim Landesabitur, in den Materialvorgaben und Fragestellungen der Aufgaben berücksichtigt werden.

Aufbau der Prüfungsaufgaben

Das hessische Landesabitur Mathematik in Hessen besteht seit dem Jahr 2019 aus zwei unterschiedlichen Abschnitten im Bereich der schriftlichen Prüfungen.

Prüfungsteil 1: Vorschlag A
Dies ist der „hilfsmittelfreie" Teil der Prüfung, d. h., die Aufgaben sind ohne Formelsammlung und ohne Taschenrechner zu lösen. Es werden vier Aufgaben gestellt, die mindestens zwei Kurshalbjahre der Q-Phase abdecken. Dabei beinhaltet ein Aufgabenset drei Aufgaben mit dem Niveau I und eine Aufgabe mit dem Niveau II (Niveau I beinhaltet die Anforderungsbereiche I und II und Niveau II den Anforderungsbereich III, siehe die Seiten VIII bis X). Die Bearbeitungszeit für diesen Teil der Prüfung beträgt 45 Minuten.

Prüfungsteil 2: Vorschläge B und C
Der Prüfungsteil 2 besteht aus den Vorschlägen B1 und B2 zur Analysis sowie C1 zur Linearen Algebra/Analytischen Geometrie und C2 zur Stochastik. Für diesen Teil werden zwei Rechnertechnologien angeboten, WTR und CAS. Sie bekommen aber nur die Aufgaben für die Rechnertechnologie, welche in Ihrem Kurs vereinbart und angewendet wurde. Sie müssen aus B und C jeweils einen Vorschlag auswählen. Die Formate dieser Aufgaben entsprechen den bisher verwendeten Fragestellungen.

Bearbeitungszeiten

Die Auswahlzeit wird im Sinne der Angleichung an die Prüfungsrealität in die Bearbeitungszeit integriert. Die Gesamtbearbeitungszeit beträgt im Leistungskurs 300 Minuten. Dabei entfallen auf den Vorschlag A (Prüfungsteil 1) 45 Minuten. Für den Prüfungsteil 2 stehen im Leistungskurs 255 Minuten zur Verfügung.

Ablauf der Prüfung

Die Prüfung im Leistungskurs beginnt mit der Ausgabe von Vorschlag A (Prüfungsteil 1), der nach spätestens 45 Minuten an die Aufsicht führende Lehrkraft abzugeben ist. Nach Beendigung von Prüfungsteil 1 werden von der Aufsicht führenden Lehrkraft die Vorschläge für den Prüfungsteil 2 (B1 und B2 sowie C1 und C2) ausgegeben. Nach 60 Minuten müssen die nicht ausgewählten Vorschläge der Aufgabengruppen B und C an die Aufsicht führende Lehrkraft zurückgegeben werden.

Bewertungseinheiten (BE)

Prüfungsteil 1: Hier werden im Leistungskurs 20 BE vergeben.
Prüfungsteil 2: Hier werden im Leistungskurs 100 BE vergeben.

Zugelassene Hilfsmittel

Die für die schriftliche Abiturprüfung im Fach Mathematik (Prüfungsteil 2) zugelassenen Hilfsmittel sind **Wörterbücher der deutschen Rechtschreibung, die jeweilige Rechnertechnologie** (WTR oder CAS), die im Unterricht verwendete **Formelsammlung** (Tafelwerk) sowie die **Schreib- und Zeichengeräte**, die im Fach Mathematik Anwendung finden. Im Falle außergewöhnlicher n und p (Stochastik) werden die entsprechenden Tabellen zur Binomialverteilung zur Verfügung gestellt. Nicht zugelassen sind schulinterne Druckwerke, mathematische Fachbücher und mathematische Lexika.
Zur Bearbeitung der Aufgaben bekommen Sie Reinschrift- und Konzeptpapier von Ihrer Schule (versehen mit dem Stempel Ihrer Schule) zur Verfügung gestellt. Sämtliche Entwürfe und Aufzeichnungen gehören zur Abiturarbeit und dürfen nur auf diesem Papier angefertigt werden, das nach Beendigung der Bearbeitungszeit wieder komplett abgegeben werden muss.

Rechnertechnologie

Zu Beginn der Jahrgangsstufe 12 geht es um die Wahl der zu verwendenden Rechnertechnologie, also:

- Wissenschaftlicher Taschenrechner WTR
- Taschenrechner mit einem Computeralgebrasystem CAS

Diese Entscheidung treffen die jeweiligen Schüler/innen eines Kurses in Abstimmung mit ihrem/ihrer Kurslehrer/in. In der Abiturprüfung werden dem Kurs nur die entsprechenden Aufgabenvorschläge vorgelegt.

Taschenrechner der Kategorie WTR müssen über erweiterte Funktionalitäten zur numerischen Berechnung

- von Nullstellen ganzrationaler Funktionen bis dritten Grades,
- der (näherungsweisen) Lösung von Gleichungen,
- der Lösung eindeutig lösbarer linearer Gleichungssysteme mit bis zu drei Unbekannten,
- der Ableitung an einer Stelle,
- bestimmter Integrale,
- von Mittelwert und Standardabweichung bei statistischen Verteilungen,
- des Produktes zweier Matrizen (bis 3×3) und
- der Inversen einer Matrix (bis 3×3)

verfügen.
Darüber hinaus müssen Taschenrechner der Kategorie WTR über Funktionalitäten zur (numerischen) Berechnung von Wahrscheinlichkeiten (Binomialverteilung und Standardnormalverteilung) verfügen.

Hessen – Leistungskurs Mathematik
2019 – B1: Analysis (WTR)

1 Eine Flasche Wasser wird in einem Kühlschrank auf 8 °C abgekühlt. An einem Sommertag wird diese entnommen und in ein Zimmer mit 30 °C Raumtemperatur gestellt. 10 Minuten später hat sich das Wasser bereits auf 21,9 °C erwärmt. Im Modell wird davon ausgegangen, dass sich die Raumtemperatur nicht verändert.

Der Temperaturverlauf der Erwärmung des Wassers kann durch die Funktion w beschrieben werden mit:

$w(t) = T_R - (T_R - T_0) \cdot e^{-kt}$

Dabei bedeutet:

t	Zeit in Minuten nach Entnahme aus dem Kühlschrank
$w(t)$	Temperatur des Wassers in °C zum Zeitpunkt t
T_0	Temperatur des Wassers in °C zum Zeitpunkt $t = 0$
T_R	Raumtemperatur in °C

1.1 Nennen Sie die Werte für die Parameter T_R und T_0.
Ermitteln Sie auf vier Nachkommastellen gerundet den Wert für den Parameter k und geben Sie die zugehörige Funktionsgleichung w(t) an.
[zur Kontrolle: $k \approx 0{,}1$] **(4 BE)**

Verwenden Sie im Folgenden die Funktionsgleichung $w(t) = 30 - 22 \cdot e^{-0{,}1t}$.

1.2 Berechnen Sie, um wieviel Prozent die Temperatur des Wassers in den ersten 10 Minuten nach Entnahme aus dem Kühlschrank zunimmt. **(2 BE)**

1.3 Berechnen Sie den Wert des Terms $\frac{1}{10} \cdot \int_0^{10} w(t)\,dt$ und deuten Sie das Ergebnis im Sachzusammenhang. **(4 BE)**

1.4 Begründen Sie mithilfe des Funktionsterms, dass gilt: $\lim\limits_{t \to \infty} w(t) = 30$
Erläutern Sie diesen Grenzwert im Sachzusammenhang. **(3 BE)**

1.5 Berechnen Sie, mit welcher Geschwindigkeit sich das Wasser zum Zeitpunkt der Entnahme aus dem Kühlschrank erwärmt, und berechnen Sie, wann sich diese Erwärmungsgeschwindigkeit halbiert hat.
Zeigen Sie, dass gemäß der Modellierung durch die Funktion w die Erwärmungsgeschwindigkeit im Zeitverlauf abnimmt, jedoch nie null wird. **(9 BE)**

1.6 Eine Funktion f beschreibt ein begrenztes Wachstum, wenn die Wachstumsgeschwindigkeit proportional zur Differenz aus der Sättigungsgrenze S und dem aktuellen Bestand ist, d. h., wenn $f'(t) = k \cdot (S - f(t))$ gilt.
Zeigen Sie unter Verwendung des Kontrollergebnisses für k aus Aufgabe 1.1, dass die Funktion w ein begrenztes Wachstum beschreibt.
Deuten Sie den Wert für k im Sachzusammenhang. **(4 BE)**

2 Gegeben ist die Funktionenschar f_n mit $f_n(x) = (x+1)^n \cdot e^x$, wobei $n \in \mathbb{N}$ und $n > 1$ gilt.
Im Material sind zwei ausgewählte Graphen der Schar abgebildet.

2.1 Zeigen Sie, dass alle Graphen der Schar dieselbe Nullstelle und denselben y-Achsenabschnitt besitzen, und geben Sie die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen an. **(3 BE)**

2.2 Die Graphen von f_n nähern sich für $x \to -\infty$ der x-Achse an.
Begründen Sie dieses Verhalten anhand des Funktionsterms.

Die beiden im Material abgebildeten Graphen unterscheiden sich bei der Annäherung an die x-Achse.
Erklären Sie diesen Unterschied anhand des Funktionsterms. **(5 BE)**

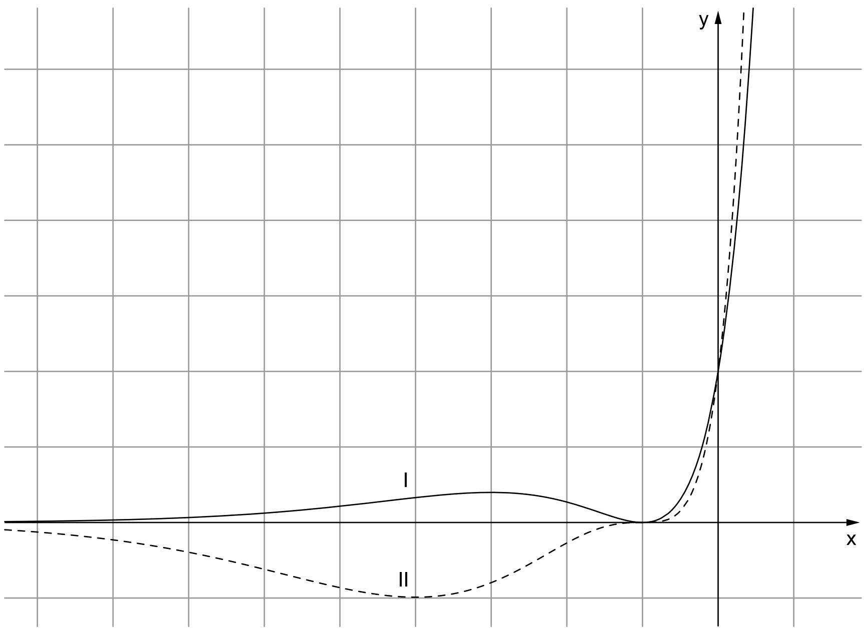
2.3 Ermitteln Sie die Gleichung der Ableitungsfunktion f_n' und zeigen Sie, dass gilt:
$f_n'(x) = (x+1+n) \cdot f_{n-1}(x)$ **(4 BE)**

2.4 Berechnen Sie die möglichen Extremstellen von f_n. Die Untersuchung der notwendigen Bedingung ist hierbei ausreichend.

Geben Sie die Skalierung der Achsen im Material an.
Bestimmen Sie für die beiden Graphen I und II im Material die zugehörigen Werte des Parameters n. **(6 BE)**

2.5 An der Stelle $x = -1$ besitzen die Graphen der Funktionenschar f_n für gerade Werte von n einen Extrempunkt und für ungerade Werte von n einen Sattelpunkt.
Begründen Sie diese Aussage. **(6 BE)**

Material



Hinweise und Tipps

Teilaufgabe 1.1

- Bestimmen Sie die Parameterwerte T_R und T_0 aus dem Text und setzen Sie diese Werte in die Funktionsgleichung ein.

Teilaufgabe 1.2

- Verwenden Sie die Prozentrechnung und den Dreisatz.

Teilaufgabe 1.3

- Es geht um ein Flächenintegral bzw. einen Mittelwert (arithmetisches Mittel).

Teilaufgabe 1.4

- Nutzen Sie die Grenzwertsätze und Eigenschaften von e-Funktionen für $t \to \infty$.

Teilaufgabe 1.5

- Die Geschwindigkeitsfunktion ist die 1. Ableitungsfunktion.
- Auch hier benötigen Sie Eigenschaften von e-Funktionen für $t \to \infty$.

Teilaufgabe 1.6

- Berechnen Sie die rechte Seite der Differenzialgleichung mit der Funktion w anstelle von f.

Teilaufgabe 2.1

- Eine Bedingungsgleichung für die Existenz von Nullstellen lautet $f(x) = 0$.
- Eine Bedingungsgleichung für Schnittpunkte mit der y-Achse ist $x = 0$.

Teilaufgabe 2.2

- Es liegt ein Produktterm vor. Daher gilt es, die Grenzwertbetrachtung für die jeweiligen Faktorenterme zunächst getrennt vorzunehmen.

Teilaufgabe 2.3

- Wenden Sie die Ableitungsregeln an und verwenden Sie die Gleichheit $z^n = z^1 \cdot z^{n-1}$.

Teilaufgabe 2.4

- Es gilt, die notwendige Bedingung für die Existenz von Extremstellen anzuwenden.
- Mit den Resultaten und den Informationen des Materials können die Fragen nach der Skalierung und dem Parameterwert n beantwortet werden.

Teilaufgabe 2.5

- Die Lösungsidee folgt dem Modell des Vorzeichenwechsels der Steigung.

Lösung

1.1 Es sind die Parameter T_R und T_0 in der Funktionsgleichung $w(t) = T_R - (T_R - T_0) \cdot e^{-kt}$ zu bestimmen.

T_0 ist der Anfangswert der Wassertemperatur zu Beginn der Messung des Temperaturverlaufs: $T_0 = 8\ °C$

T_R ist die Raumtemperatur, die im Verlauf der Messung konstant bleibt: $T_R = 30\ °C$

Die Funktionsgleichung von w(t) enthält neben den beiden, schon bestimmten, Parametern T_R und T_0 auch noch den Parameter k. Für seine Berechnung bedarf es noch einer zusätzlichen Angabe. Dies erfolgt mit der Information:
Nach 10 Minuten gilt $w(10) = 21{,}9\ °C$.

Für die Berechnung von k ergibt sich damit folgende Gleichung:

$$21{,}9 = 30 - (30 - 8) \cdot e^{-k \cdot 10}$$
$$21{,}9 = 30 - 22 \cdot e^{-10 \cdot k}$$
$$-8{,}1 = -22 \cdot e^{-10 \cdot k}$$
$$\frac{8{,}1}{22} = e^{-10 \cdot k}$$
$$\ln\left(\frac{8{,}1}{22}\right) = -10 \cdot k$$
$$k \approx 0{,}0999$$

Die gesuchte Funktionsgleichung lautet:

$$w(t) = 30 - 22 \cdot e^{-0{,}0999 \cdot t}$$

1.2 Ansatz zur Prozentrechnung:

$$\frac{w(10) - w(0)}{w(0)} = \frac{x}{100}$$
$$\frac{13{,}9}{8} = \frac{x}{100}$$
$$1{,}7375 = \frac{x}{100}$$
$$x \approx 174$$

Die Temperatur des Wassers nimmt in den ersten 10 Minuten, nachdem das Wasser aus dem Kühlschrank entnommen wurde, um ca. 174 % zu.

1.3 Das Integral $\frac{1}{10} \cdot \int_0^{10} w(t)\,dt$ beschreibt das arithmetische Mittel der Temperatur im Intervall [0; 10] (das Integral „summiert“ alle Temperaturwerte und dieser Wert wird dann durch die „Anzahl“ der Messwerte (10) geteilt).

$$\frac{1}{10} \cdot \int_0^{10} (30 - 22 \cdot e^{-0{,}1t})\,dt = \frac{1}{10} \cdot \left[30t + 220 \cdot e^{-0{,}1t}\right]_0^{10} = \frac{1}{10} \cdot (300 + 220 \cdot e^{-1} - 220)$$
$$\approx 16{,}09$$

In den ersten 10 Minuten, nachdem das Wasser aus dem Kühlschrank entnommen wurde, beträgt die durchschnittliche Wassertemperatur etwa 16,1 °C.