# 2020 MSA

Mittlerer Schulabschluss

MEHR ERFAHREN

Schleswig-Holstein

## Mathematik

+ *Ausführliche Lösungen*
+ *Hinweise und Tipps*

LÖSUNGEN

STARK

# Inhalt



# Vorwort

**Liebe Schülerin, lieber Schüler,**

dies ist das Lösungsheft zu dem Band **MSA 2020 – Mathematik – Schleswig-Holstein** (Best.-Nr. 11500ML) mit **Interaktivem Training**. Es enthält zu allen Aufgaben von unseren Autoren ausgearbeitete Lösungen, die jeden Rechenschritt ausführlich erklären. Dabei wird besonderer Wert auf die Lösungsansätze und Vorüberlegungen gelegt. Zur Veranschaulichung und dem besseren Verständnis der Lösungen helfen dir zahlreiche Skizzen.

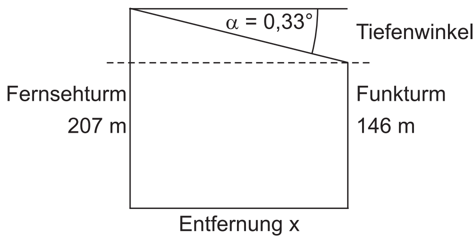
Versuche stets, jede Aufgabe zunächst selbstständig zu lösen, und dann deine Lösung mit den Lösungen im Buch zu vergleichen. Nur was du dir selbst erarbeitet hast, bleibt im Gedächtnis und du lernst dazu. Halte dich deswegen daran, konsequent jede Aufgabe zunächst selbst zu rechnen. Hast du eine Aufgabe nicht richtig gelöst, ist es ganz wichtig, diese zu einem späteren Zeitpunkt noch einmal durchzurechnen.

Durch das Üben wirst du dich sicher fühlen und kannst beruhigt in die Prüfung gehen.

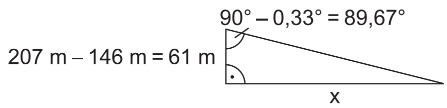
Wir wünschen dir viel Erfolg!


**Autorinnen und Autoren:**
Jörg Collenburg, Doris Cremer, Heike Ohrt, Dietmar Steiner

**126** Planskizze:




Berechnung von x mit dem Tangens:




$$\tan 89{,}67° = \frac{x}{61} \qquad \Big| \cdot 61$$

$$\tan 89{,}67° \cdot 61 = x$$

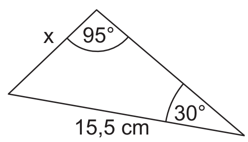
$$x \approx 10\,590{,}92$$

Der Funkturm ist ungefähr 10,59 km vom Fernsehturm entfernt.

---

**127** a) Gegeben: WWS $\rightarrow$ Sinussatz

Berechnung der Länge der Strecke x:




$$\frac{15{,}5}{\sin 95°} = \frac{x}{\sin 30°} \qquad \Big| \cdot \sin 30°$$

$$x = \frac{15{,}5 \cdot \sin 30°}{\sin 95°}$$

$$x \approx 7{,}78$$

Berechnung des fehlenden Winkels mit der Winkelsumme:

$$\alpha = 180° - 95° - 30°$$

$$\alpha = 55°$$

Flächeninhalt des Dreiecks:

$$A = \frac{1}{2} \cdot 15{,}5 \cdot x \cdot \sin\alpha$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot 15{,}5 \cdot 7{,}78 \cdot \sin 55°$$

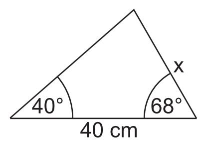
$$A \approx 49{,}39$$

b) Gegeben: WSW $\rightarrow$ Sinussatz

Berechnung des fehlenden Winkels mit der Winkelsumme:

$$\gamma = 180° - 40° - 68°$$

$$\gamma = 72°$$




Berechnung der Länge der Strecke x:

$$\frac{40}{\sin 72°} = \frac{x}{\sin 40°} \qquad \Big| \cdot \sin 40°$$

$$x = \frac{40 \cdot \sin 40°}{\sin 72°}$$

$$x \approx 27{,}03$$

Flächeninhalt des Dreiecks:

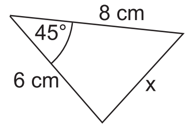
$$A = \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot x \cdot \sin 68°$$

$$A = \frac{1}{2} \cdot 40 \cdot 27{,}03 \cdot \sin 68°$$

$$A \approx 501{,}24$$

c) Gegeben: SWS $\rightarrow$ Kosinussatz

Berechnung der Länge der Strecke x:




$$x^2 = 6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \sin 45° \quad \left| \sqrt{\phantom{x}} \right.$$

$$x = \sqrt{6^2 + 8^2 - 2 \cdot 6 \cdot 8 \cdot \sin 45°}$$

$$x \approx 5{,}67$$

Flächeninhalt des Dreiecks:

$$A = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 \cdot \sin 45°$$

$$A \approx 16{,}97$$

---

**128**

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos\alpha \quad \left| -b^2 - c^2 \right.$$

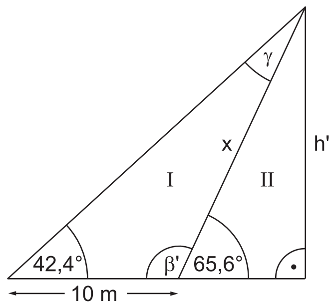
$$a^2 - b^2 - c^2 = -2 \cdot b \cdot c \cdot \cos\alpha \quad \left| : (-2 \cdot b \cdot c) \right.$$

$$\frac{a^2 - b^2 - c^2}{-2 \cdot b \cdot c} = \cos\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{a^2 - b^2 - c^2}{-2 \cdot b \cdot c}$$

---

**129** Bestimmung aller Winkel im Teildreieck I:




Berechnung von β' als Nebenwinkel von β:

$\beta' = 180° - \beta$

$\beta' = 180° - 65{,}6°$

$\beta' = 114{,}4°$

Berechnung von γ mit der Winkelsumme:

$\gamma = 180° - \alpha - \beta'$

$\gamma = 180° - 42{,}4° - 114{,}4°$

$\gamma = 23{,}2°$

Berechnung von x im Teildreieck I:

Gegeben: WSW $\rightarrow$ Sinussatz

$$\frac{\overline{AB}}{\sin\gamma} = \frac{x}{\sin\alpha} \quad \left| \cdot \sin\alpha \right.$$

$$x = \frac{\overline{AB} \cdot \sin\alpha}{\sin\gamma}$$

$$x = \frac{10 \cdot \sin 42{,}4°}{\sin 23{,}2°}$$

$$x \approx 17{,}12$$

Berechnung von h' im rechtwinkligen Teildreieck II:

$$\sin\beta = \frac{h'}{x} \quad \left| \cdot x \right.$$

$$h' = \sin\beta \cdot x$$

$$h' = \sin 65{,}6° \cdot 17{,}12$$

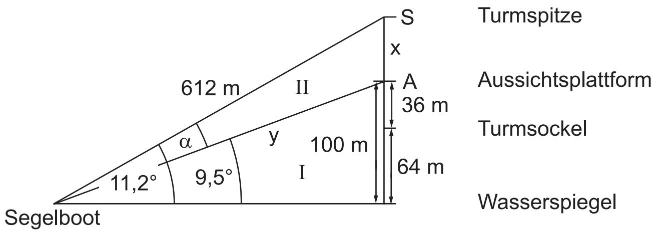
$$h' \approx 15{,}59$$

Berechnung von h:

$h = 15{,}59 + 1{,}60 = 17{,}19$

Die Kletterwand ist 17,19 m hoch.

**130** Berechnung von y im rechtwinkligen Teildreieck I:




$$\sin 9{,}5° = \frac{100}{y} \qquad |\cdot y \quad |:\sin 9{,}5°$$

$$y = \frac{100}{\sin 9{,}5°}$$

$$y \approx 605{,}89$$

Berechnung von α:

$\alpha = 11{,}2° - 9{,}5°$

$\alpha = 1{,}7°$

Berechnung von x im Teildreieck II:

Gegeben: SWS $\rightarrow$ Kosinussatz

$$x^2 = 612^2 + 605{,}89^2 - 2\cdot 612\cdot 605{,}89\cdot\cos 1{,}7° \qquad |\sqrt{\phantom{x}}$$

$$x = \sqrt{612^2 + 605{,}89^2 - 2\cdot 612\cdot 605{,}89\cdot\cos 1{,}7°}$$

$$x \approx 19{,}07$$

**oder**

Berechnung von x im rechtwinkligen Teildreieck II:

$$\sin 11{,}2° = \frac{100+x}{612} \qquad |\cdot 612$$

$$\sin 11{,}2°\cdot 612 = 100 + x \qquad |-100$$

$$x = \sin 11{,}2°\cdot 612 - 100$$

$$x \approx 18{,}87$$

*Hinweis:* Die unterschiedlichen Ergebnisse für x sind die Folge von Rundungen.

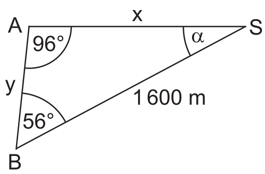
Höhe des Turmes:

$x + 36 = 19 + 36 = 55$

Der Grunewaldturm ist 55 m hoch.

---

**131** Berechnung von x:




Gegeben: WWS $\rightarrow$ Sinussatz

$$\frac{1\,600}{\sin 96°} = \frac{x}{\sin 56°} \qquad |\cdot \sin 56°$$

$$x = \frac{1\,600\cdot\sin 56°}{\sin 96°}$$

$$x \approx 1\,333{,}77$$

Berechnung von α mit Winkelsumme:

$\alpha = 180° - 96° - 56°$

$\alpha = 28°$

Berechnung von y:

Gegeben: WWS $\rightarrow$ Sinussatz

$$\frac{1\,600}{\sin 96°} = \frac{y}{\sin 28°} \qquad |\cdot \sin 28°$$

$$y = \frac{1\,600\cdot\sin 28°}{\sin 96°}$$

$$y \approx 755{,}29$$

Länge der Gesamtstrecke:

$1\,600 + 1\,333{,}77 + 755{,}29 = 3\,689{,}06$

Die Schwimmstrecke ist rund 111 m kürzer als die tatsächliche Wettkampfstrecke.

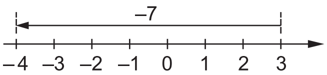
# Abschlussprüfung 2018

## Heft 1 – A: Kurzformaufgaben

Hinweise und Tipps

**A1** Zahl, die man zu 3 addieren muss, um –4 zu erhalten:
**–7**

Zeichne eine Zahlengerade von +3 bis –4 und zähle ab:




Da du 7 Schritte nach links gehen musst, ist die Lösung –7.

---

**A2** *Achtung:* Es kommt hier auf die Schriftart an!
Gehe von Druckbuchstaben ohne Serifen aus.

a) achsensymmetrisch:
**A B C D E H I K M O T U V W X Y**

Ein Buchstabe ist achsensymmetrisch, wenn sich auf beiden Seiten seiner Spiegelachse dieselbe Form befindet. Die Spiegelachse kann horizontal **oder** vertikal verlaufen.

b) punktsymmetrisch:
**H I N O S X Z**

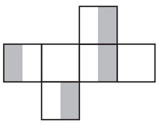
Ein Buchstabe ist punktsymmetrisch, wenn er durch die Spiegelung am Symmetriepunkt auf sich selbst abgebildet wird.

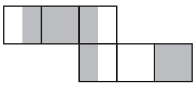
c) punktsymmetrisch und achsensymmetrisch:
**H I O X**

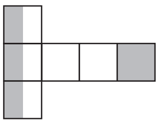
Gesucht sind alle Buchstaben, die sowohl punkt- als auch achsensymmetrisch sind.

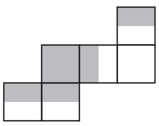
---

**A3**

☐ 

☐ 

☐ 

☒ 

Überlege dir, welche Flächen im Netz wie gefärbt sein müssen, und schließe der Reihe nach die gegebenen Netze aus:

- Es muss **genau eine** Fläche vollständig gefärbt sein, nämlich die Seite des Würfels, die beim Eintauchen unten ist.
  ⇒ Netz 1 fällt weg (keine vollständig gefärbte Fläche) und Netz 2 fällt weg (2 vollständig gefärbte Flächen).
- Die 4 Seitenflächen, die im Würfel an die Grundfläche stoßen, müssen zur Hälfte gefärbt sein.
  ⇒ Netz 3 fällt weg (nur 3 zur Hälfte gefärbte Flächen).

---

**A4** *Erklärung:*
Gauß ordnet die hundert Summanden in „2er-Paare“ an, deren Summenwert jeweils 101 ergibt:
$1+100=101;\ 2+99=101;\ 3+98=101;\ \ldots;\ 50+51=101$
Da es sich um 50 solcher Paare handelt, beträgt der Summenwert der ersten 100 natürlichen Zahlen $101 \cdot 50$.

Berechne die (Teil)Summen, in die Gauß die hundert Summanden aufteilt. Wie viele solcher Summen erhält er?

---

**A5**

☒ 1 h 20 min

☐ 1 h 27 min

☐ 1 h 40 min

☐ 1 h 50 min

Da Herr Evers mit 75 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ fährt, benötigt er für 75 km 60 min.
Berechne mit dem Dreisatz, wie lang er für 100 km benötigt:

$$\begin{array}{l|rcl|l} :75 & 75\text{ km} & \mathrel{\hat{=}} & 60\text{ min} & :75 \\ & 1\text{ km} & \mathrel{\hat{=}} & 0{,}8\text{ min} & \\ \cdot 100 & 100\text{ km} & \mathrel{\hat{=}} & 80\text{ min} & \cdot 100 \end{array}$$

Es gilt: 80 min = 60 min + 20 min = 1 h 20 min

Alternativ kannst du mit einer Verhältnisgleichung rechnen:

$$\frac{x}{100}=\frac{60}{75} \quad |\cdot 100 \quad \Rightarrow \quad x=\frac{60\cdot 100}{75}=80$$

Hinweise und Tipps

**A6**

- [ ] 32 cm × 18 cm
- [ ] 32 cm × 25 cm
- [x] 48 cm × 27 cm
- [ ] 48 cm × 32 cm

Bei den Maßen muss es sich um Vielfache von 16 cm × 9 cm handeln. Bilde also zunächst das Doppelte, Dreifache etc.:
16 cm × 9 cm; **32 cm × 18 cm; 48 cm × 27 cm;** 64 cm × 36 cm
Es sind also nur die Maße vom 1. Vorschlag (32 cm × 18 cm) und vom 3. Vorschlag (48 cm × 27 cm) möglich.
Da Breite und Höhe zusammen mit der Diagonalen ein Dreieck bilden, muss die Summe von Breite und Höhe größer als die Diagonalenlänge sein (Dreiecksungleichung). Es gilt:
1. Vorschlag: $32\text{ cm} + 18\text{ cm} = 50\text{ cm} < 55\text{ cm}$
3. Vorschlag: $48\text{ cm} + 27\text{ cm} = 75\text{ cm} > 55\text{ cm}$
Beim 1. Vorschlag bilden Höhe, Breite und Diagonale kein Dreieck.
$\Rightarrow$ Vorschlag 3 ist richtig.

---

**A7**

- [x] Wenn x negativ ist, dann ist y auch negativ.
- [ ] Wenn x größer als 1 ist, dann ist auch y größer als 1.
- [ ] Weder x noch y können negativ sein.
- [ ] Wenn x kleiner als 1 ist, dann ist y negativ.

Die Vorzeichenregeln bei der Multiplikation lauten:
$+ \cdot + = +$ $\quad + \cdot - = -$ $\quad - \cdot + = -$ $\quad - \cdot - = +$
Überprüfe damit die Aussagen zur Gleichung $x \cdot y = 1$:

- Aussage 1 ist korrekt. Da das Ergebnis von $x \cdot y$ mit +1 positiv ist, muss y negativ sein, wenn x negativ ist.
- Aussage 2 ist falsch. Wenn x größer als 1 ist, muss y **kleiner** als 1 sein. *Beispiel:* $5 \cdot y = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{5} < 1$
- Aussage 3 ist falsch, da beide Variablen negativ sein können. *Beispiel:* $x = -1;\ y = -1 \Rightarrow x \cdot y = -1 \cdot (-1) = 1$
- Aussage 4 ist falsch. Wenn x kleiner als 1 aber größer als 0 ist, ist y positiv. *Beispiel:* $0{,}5 \cdot y = 1 \Rightarrow y = 2 > 0$

---

**A8**

- [ ] $400\text{ €} = 130\text{ €} \cdot x + 30\text{ €}$
- [x] $400\text{ €} = 130\text{ €} + 30\text{ €} \cdot x$
- [ ] $30\text{ €} \cdot x - 130\text{ €} = 400\text{ €}$
- [ ] $130\text{ €} \cdot x = 400\text{ €} - 30\text{ €}$

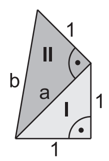
In der Gleichung steht x für die Anzahl der Monate, die Helen spart. Den Betrag, den Helen spart, erhältst du, wenn du ihren monatlichen Sparbetrag (30 €) mit x multiplizierst. Der Preis für die Konsole (400 €) ergibt sich als **Summe** aus dem Zuschuss der Tante (130 €) und Helens Erspartem:
$400\text{ €} = 130\text{ €} + 30\text{ €} \cdot x$
Damit ist die 2. Gleichung richtig.

---

**A9**

- [ ] $\sqrt{2}$
- [x] $\sqrt{3}$
- [ ] $\sqrt{4}$
- [ ] $\sqrt{5}$

Betrachte die beiden Teildreiecke in der Figur. Beide Teildreiecke sind rechtwinklig:




- Teildreieck I hat Katheten der Länge 1 und die Hypotenuse a.
- Teildreieck II hat Katheten der Länge 1 und a und die Hypotenuse b.

Berechne a mit dem Satz des Pythagoras im Teildreieck I:
$a^2 = 1^2 + 1^2 \ |\sqrt{\ } \Rightarrow a = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$
Berechne b mit dem Satz des Pythagoras im Teildreieck II:
$b^2 = a^2 + 1^2 \ |\sqrt{\ } \Rightarrow b = \sqrt{a^2 + 1^2} = \sqrt{\sqrt{2}^2 + 1^2} = \sqrt{2+1} = \sqrt{3}$

---

**A10**

- [ ] Satz des Thales
- [ ] Satz des Pythagoras
- [x] binomische Formel
- [ ] Kommutativgesetz

Bei der Aufgabe werden zwei Summen multipliziert. Dafür wird die **3. binomische Formel** genutzt:
$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$
Der Satz des Thales und der Satz des Pythagoras stammen aus der ebenen Geometrie und behandeln Zusammenhänge am Kreis und rechtwinkligem Dreieck, das Kommutativgesetz ist das Gesetz zum Vertauschen von Summanden bzw. Faktoren.