

2020 Training

Mittlerer Schulabschluss

**MEHR
ERFAHREN**

Hauptschule Typ B • Gesamtschule EK • Sekundarstufe I
Nordrhein-Westfalen

Mathematik 10. Klasse

- + Basiswissen mit Übungen
- + Formelsammlung
- + Aktuelle Original-Prüfung








STARK


Inhalt

Vorwort
Hinweise zur Zentralen Prüfung
Mathematische Formeln

Training Grundwissen

1 Grundlagen des Rechnens	3
Grundbegriffe und Rechenregeln	3
Runden und Überschlagen	4
Rechnen mit Brüchen	5
Rechnen mit Dezimalbrüchen	10
Rationale Zahlen	12
Potenzen	14
Tabellenkalkulation	16
 <i>Fit für die Zentrale Prüfung?</i>	17
2 Rechnen mit Größen	18
Umrechnungen von Größen	18
Rechnen mit Geschwindigkeiten	21
Maßstab	22
Schätzen	24
 <i>Fit für die Zentrale Prüfung?</i>	26
3 Gleichungen	27
Rechnen mit Termen	27
Lineare Gleichungen	30
Quadratische Gleichungen	34
 <i>Fit für die Zentrale Prüfung?</i>	36
4 Funktionaler Zusammenhang	37
Proportionale Zuordnungen	37
Antiproportionale Zuordnungen	39
Lineare Funktionen	41
Lineare Gleichungssysteme	45
Weg-Zeit-Diagramme	48
Quadratische Funktionen	50
Exponentielle Funktionen	58
 <i>Fit für die Zentrale Prüfung?</i>	60
5 Prozent- und Zinsrechnen	62
Prozentrechnen	62
Zinsrechnen	66
 <i>Fit für die Zentrale Prüfung?</i>	71

Fortsetzung nächste Seite

6	Stochastik	72
	Statistische Kennwerte	72
	Grafische Darstellungen und Diagramme	76
	Einfacher Zufallsversuch	82
	Mehrstufiger Zufallsversuch	84
	<i>Fit für die Zentrale Prüfung?</i>	87
7	Geometrie der Ebene	88
	Dreiecke	88
	Der Satz des Pythagoras	90
	Der Satz des Thales	93
	Trigonometrie am rechtwinkligen Dreieck	94
	Vierecke	96
	Kreis	101
	Berechnungen an zusammengesetzten Flächen	104
	<i>Fit für die Zentrale Prüfung?</i>	105
8	Körper	106
	Würfel	106
	Quader	107
	Prisma	110
	Zylinder	113
	Pyramide	115
	Kegel	117
	Kugel	119
	Berechnungen an zusammengesetzten Körpern	120
	<i>Fit für die Zentrale Prüfung?</i>	121

Original-Prüfungsaufgaben (Mittlerer Schulabschluss)

Zentrale Prüfung 2019	2019-1
Prüfungsteil 1	2019-1
Prüfungsteil 2	2019-3



Dieses Buch ist in zwei Versionen erhältlich: mit und ohne ActiveBook. Hast du die Ausgabe **mit ActiveBook** (53501ML) erworben, kannst du mit dem **Interaktiven Training** online mit vielen zusätzlichen interaktiven Aufgaben zu allen prüfungsrelevanten Kompetenzbereichen trainieren.

Die **interaktiven Aufgaben** sind im Buch mit diesem Button gekennzeichnet. Am besten gleich ausprobieren!



Ausführliche Infos inkl. Zugangscode findest du in der Ausgabe mit ActiveBook auf den **Farbseiten** vorne in diesem Buch.

Autoren:

Martin Fetzer, Walter Modschiedler, Walter Modschiedler jun.

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

mit dem vorliegenden Buch kannst du dich in Mathematik besonders nachhaltig **bereits ab Klasse 9** auf die **Zentrale Prüfung** zum **mittleren Schulabschluss** an **Hauptschulen (Klasse 10 Typ B)** und an **Gesamtschulen (Erweiterungskurs)** bzw. **Sekundarschulen** vorbereiten.

Gerade bei einer zentral gestellten Prüfung ist das **Grundlagenwissen** besonders wichtig, da die Aufgaben auf möglichst breiten Kenntnissen auch aus früheren Jahrgangsstufen aufbauen. Die Prüfungsvorbereitung sollte deshalb eine Gesamtwiederholung darstellen.

- ▶ In diesem Buch beginnen wir daher mit einem ausführlichen **Trainingsteil**, in dem du sowohl den grundlegenden Stoff der früheren Klassen wiederholen als auch die Inhalte der 9. und 10. Jahrgangsstufe festigen kannst.

Die einzelnen Kapitel bieten dir die Möglichkeit, dich auf sämtliche prüfungsrelevanten Bereiche intensiv vorzubereiten. In allen acht Kapiteln findest du insgesamt über **380 Aufgaben**, anhand derer du deine Fähigkeiten ganz gezielt auf Prüfungsniveau trainieren kannst. Übe am besten parallel zu dem Thema, das ihr gerade im Unterricht behandelt mit den Aufgaben aus diesem Buch und bereite dich so **frühzeitig** auf die Anforderungen in der Prüfung vor.



Die Aufgaben mit einer Glühbirne sind anspruchsvollere **Anwendungsaufgaben**, für die du mehr Zeit einplanen solltest. Oft musst du zur Lösung dieser Aufgaben nicht nur die Inhalte des aktuellen Kapitels anwenden, sondern auch Stoff, der darüber hinausgeht, beherrschen.

- ▶ Mit dem Vorwissen aus dem Trainingsteil kannst du dich an die **Original-Prüfungsaufgabe** wagen, die im letzten Schuljahr vom Kultusministerium in Nordrhein-Westfalen gestellt wurde. Sie soll dir einen Eindruck vermitteln, welche Anforderungen dich in der Zentralen Prüfung erwarten.

Versuche deshalb, unter echten Prüfungsbedingungen zu üben und die Aufgaben in der vorgegebenen Zeit von 130 Minuten zu lösen. Weitere Original-Prüfungsaufgaben zum Üben findest du in unserem **Band „Mittlerer Schulabschluss NRW“** (Titelnummer 515001).

- ▶ Zu diesem Buch ist ein separates **Lösungsbuch** (Titelnummer 53501L) erhältlich. Es enthält **ausführliche Lösungen**, in denen jeder Rechenschritt erklärt ist, sowie hilfreiche Hinweise und Tipps zur Bearbeitung der Prüfungsaufgaben.
- ▶ Sollten nach Erscheinen dieses Bandes noch **wichtige Änderungen** für die nächste Abschlussprüfung bekannt gegeben werden, erhältst du **aktuelle Informationen** dazu im **Internet** unter: www.stark-verlag.de/pruefung-aktuell

Wenn du den Inhalt dieses Buches beherrschst, bist du bestens auf die Prüfung vorbereitet. Du wirst sehen: Übung macht den Meister!

Autoren und Verlag wünschen dir viel Erfolg in der Prüfung!

Hinweise zur Zentralen Prüfung

In Nordrhein-Westfalen kannst du am Ende der 10. Klasse an der Zentralen Prüfung zum Erwerb des Hauptschulabschlusses nach Klasse 10 oder des mittleren Schulabschlusses (Fachoberschulreife) teilnehmen. Die Prüfung umfasst je eine schriftliche Arbeit in den Fächern Deutsch, Mathematik und einer Fremdsprache (Englisch oder auf Wunsch des Schülers eine andere Fremdsprache, die ab Klasse 5 unterrichtet wurde).

Aufbau der Prüfung

Im Fach Mathematik besteht die schriftliche Prüfung aus zwei Teilen:

- ▶ Im **ersten Prüfungsteil** werden deine **Basiskompetenzen** in den verschiedenen Themenbereichen geprüft, die du im Laufe der Klassen 5 bis 10 erworben hast. Dieser Teil enthält mehrere, voneinander unabhängige Teilaufgaben zu grundlegenden mathematischen Sachverhalten, darunter auch Aufgaben mit Auswahlcharakter (Multiple-Choice-Aufgaben). Zur Bearbeitung des ersten Teils sind **30 Minuten** vorgesehen.
- ▶ Im **zweiten Prüfungsteil** werden **komplexere Aufgaben** aus allen vier Themengebieten (Arithmetik/Algebra, Funktionen, Geometrie und Stochastik) gestellt. Die Aufgaben umfassen jeweils mehrere Teilaufgaben zu einem Kontext und beziehen sich auf den Unterricht in den **Jahrgangsstufen 9 und 10**. Die Aufgaben des zweiten Teils sind im Vergleich zum ersten Teil anspruchsvoller. Du musst hier oft länger nachdenken. Aber lass dich nicht entmutigen, auch wenn die Aufgabe anfangs schwer erscheint. Bleib ruhig und überlege, dann wirst du Zusammenhänge erkennen und auch knifflige Aufgaben lösen können. Der Arbeitszeitanteil umfasst im zweiten Teil **90 Minuten**.
- ▶ Zu den oben genannten Bearbeitungszeiten stehen zusätzlich **10 Minuten Bonuszeit** zur ersten Orientierung zur Verfügung.

Inhalte und Kompetenzen

Grundlage für die zentral gestellten Aufgaben der schriftlichen Prüfung sind die Vorgaben des Kernlehrplans. Nachfolgend sind Beispiele von Aufgaben aufgelistet, anhand derer die geforderten Kompetenzen geübt werden können:

Basiskompetenzen	Beispielaufgaben im Buch
▶ Bestimmung von Längen, Flächen und Volumina sowie Winkeln bei Grundfiguren und -körpern	▶ Training: 270–272, 297, 299, 300, 303, 314, 330, 333, 344, 346, 360
▶ Erkennen einfacher proportionaler und antiproportionaler Zuordnungen	▶ Training: 112–133
▶ Entnahme mathematischer Informationen aus einfachen Texten, Grafiken und Diagrammen	▶ Training: 123, 124, 205–209, 216–218, 242–247, 249–252
▶ Bestimmung von elementaren Wahrscheinlichkeiten	▶ Training: 253–258
▶ Umgang mit Variablen, Termen, Gleichungen und Gleichungssystemen (auch mit Tabellenkalkulation)	▶ Training: 42, 73–101, 147–153
▶ Wechseln der Darstellung (Situation, Tabelle, Graph, Term) bei funktionalen Zusammenhängen	▶ Training: 112, 113, 116, 123, 125, 135–137, 157, 162–165
▶ Erstellen und Vergleichen von Netzen zu vorgegebenen Körpern	▶ Training: 331, 335, 342, 346
▶ Beurteilen mathematischer Aussagen und Angeben von Beispielen oder Gegenbeispielen	▶ Training: 137, 139, 157, 200

Themenspezifische Kompetenzen	Beispielaufgaben im Buch
Arithmetik/Algebra <ul style="list-style-type: none"> ▶ Erläuterung mathematischer Zusammenhänge mit eigenen Worten und geeigneten Fachbegriffen beim Umgang mit linearen Gleichungen oder Gleichungssystemen bzw. quadratischen Gleichungen ▶ Vergleich, Überprüfung und ggf. Verbesserung von vorgegebenen Aufgabenlösungen 	<ul style="list-style-type: none"> ▶ Training: 94–96, 102–104, 147–156 ▶ Training: 137, 139, 165, 182, 184
Funktionen <ul style="list-style-type: none"> ▶ Analyse und Bewertung funktionaler Zusammenhänge in authentischen Texten ▶ Interpretation von grafischen Darstellungen funktionaler Zusammenhänge ▶ Erstellung, Nutzung und Interpretation von Modellen aus den Bereichen: <ul style="list-style-type: none"> – Weg-Zeit-Zusammenhänge – Wachstumsprozesse – Prozent-, Zins- und Zinseszinsrechnung ▶ Erkundung funktionaler Zusammenhänge (z. B. mithilfe eines Taschenrechners oder einer Tabellenkalkulation) 	<ul style="list-style-type: none"> ▶ Training: 145, 146, 155, 156 ▶ Training: 136, 137, 140, 162, 168, 182–184 ▶ Training: 145, 146, 157–160, 185, 186–189, 195–224 ▶ Training: 224, 287
Geometrie <ul style="list-style-type: none"> ▶ Bestimmung unbekannter Größen durch Zerlegen von Figuren oder mithilfe von Sinus, Cosinus und Tangens ▶ Erstellung, Nutzung und Interpretation von Modellen aus den Bereichen Architektur und Verpackungen ▶ Nutzung verfügbarer Werkzeuge zur Bearbeitung geometrischer Situationen (z. B. Zirkel und Geodreieck) 	<ul style="list-style-type: none"> ▶ Training: 280, 288–293, 295, 307, 319–324 ▶ Training: 332, 338, 339, 341, 348, 358, 367, 377, 379 ▶ Training: 284–286, 331, 346, 349, 377
Stochastik <ul style="list-style-type: none"> ▶ Analyse von grafischen Darstellungen statistischer Daten und deren Manipulation ▶ Nutzung von Baumdiagrammen zur Beurteilung von Chancen und Risiken ▶ Simulation von Zufallsexperimenten sowie die Auswertung und Darstellung von Daten (z. B. mithilfe einer Tabellenkalkulation) 	<ul style="list-style-type: none"> ▶ Training: 242–252 ▶ Training: 259–264 ▶ Training: 253–258

Bewertung Die Bewertung deiner schriftlichen Prüfung erfolgt durch die Vergabe von Punkten. Für formale Richtigkeit werden Zusatzpunkte vergeben. Achte deshalb auf die richtigen Maßeinheiten, zeichne sauber und genau und stelle den Lösungsweg nachvollziehbar dar. Vergiss auch nicht, einen Antwortsatz zu formulieren.

Hilfsmittel In Mathematik darfst du in der schriftlichen Prüfung folgende Hilfsmittel verwenden:

- ▶ Zirkel und Geodreieck,
- ▶ eine handelsübliche Formelsammlung oder die im Bildungsportal bereitgestellte Formelsammlung,
- ▶ wissenschaftliche Taschenrechner, d. h. alle für die Schule üblichen elektronischen Rechenhilfen.

Quadratische Funktionen

Merke

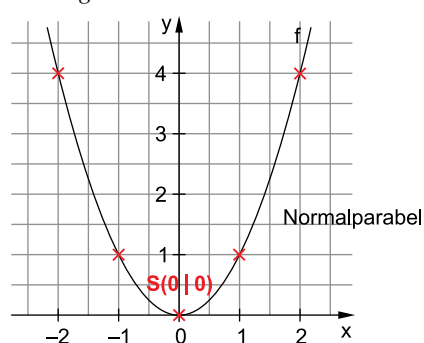
Quadratische Funktionen

- Funktionen mit der Funktionsgleichung $y = ax^2 + bx + c$ heißen (wegen des quadratischen Terms ax^2) **quadratische Funktionen**.
- Den (symmetrischen) Graphen einer quadratischen Funktion nennt man **Parabel**.
- Die einfachste Form einer quadratischen Funktion lautet **f: $y = x^2$** . Der Graph dieser Funktion ist eine **Normalparabel** und hat den **Scheitelpunkt S(0|0)** im Ursprung.

Beispiel

Zeichne die Parabel der Funktion $f: y = x^2$.

Lösung:



Wertetabelle:

x	-2	-1	0	1	2
y	4	1	0	1	4

Die Parabel ist nach oben geöffnet.

Aufgabe

161

Trage folgende Punkte in die Parabel des Beispiels ein.

a) $P_1(1,5|2,25)$

b) $P_2(-1,5|2,25)$

Merke

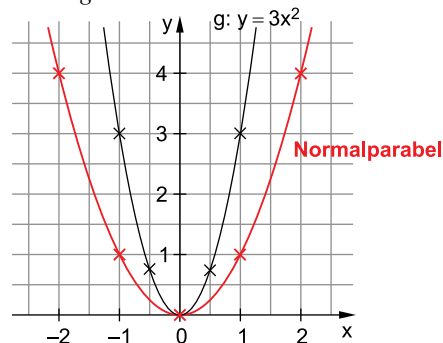
Quadratische Funktionen der Form $f: y = ax^2$

- Die Graphen der Funktionen $f: y = ax^2$ sind Parabeln mit dem Scheitel **S(0|0)**, die durch **Streckung** ($a > 1$ oder $a < -1$) oder **Stauchung** ($-1 < a < 1$) aus der **Normalparabel** entstehen.
- Für **negative Werte von a** ist die Parabel an der **x-Achse gespiegelt** und somit **nach unten geöffnet**.

Beispiele

1. Zeichne die gestreckte Parabel der Funktion $g: y = 3x^2$.

Lösung:



$a > 1$

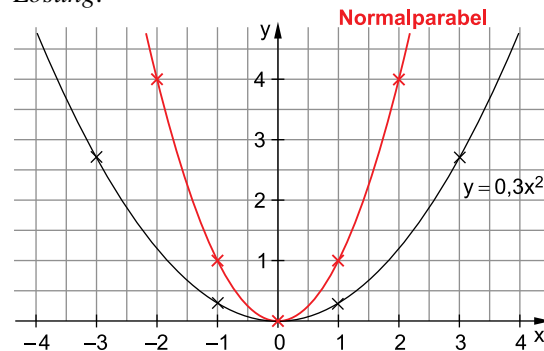
Die Parabel verengt sich.

Wertetabelle:

x	-1	-0,5	0	0,5	1
y	3	0,75	0	0,75	3

2. Zeichne die gestauchte Parabel der Funktion $h: y=0,3x^2$.

Lösung:



$$a < 1$$

Die Parabel öffnet sich.

Wertetabelle:

x	-3	-1	0	1	3
y	2,7	0,3	0	0,3	2,7

Aufgaben

162

- a) Entscheide für jede Parabel, ob sie gestreckt, gespiegelt oder gestaucht ist.

- b) Ordne den Funktionsgleichungen jeweils die entsprechende Parabel zu.

☐ $y = x^2$

☐ $y = -x^2$

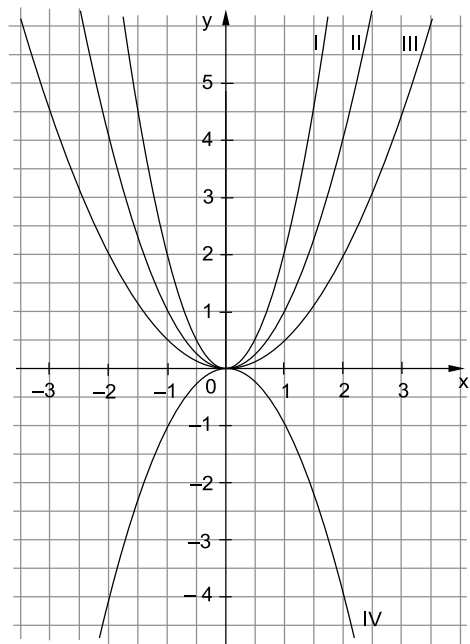
☐ $y = 2x^2$

☐ $y = 0,5x^2$

- c) Zeichne folgende Koordinatenpunkte ein:
A(-1|2); A'(1|2); B(-1,5|4,5); B'(1,5|4,5)
Auf welcher Parabel liegen die Punkte?

- d) Berechne jeweils die y-Werte und zeichne die Graphen in das Koordinatensystem ein.

x	-2	-1	0	1	2
$y = -2x^2$					
$y = -0,5x^2$					



163

Lege eine Wertetabelle an und zeichne die Graphen der folgenden Funktionen in ein Koordinatensystem.

a) $f: y = 1,5x^2$

b) $g: y = -1,5x^2$

c) $h: y = 3x^2$

d) $k: y = -3x^2$

164

Welchen Wert muss a jeweils annehmen, damit die Punkte auf einer Parabel der Form $y = ax^2$ liegen?

a) A(-1|2)

b) B(3|6)

c) C(2|-4)

d) D(3|-13,5)

165

Ordne jeder Funktionsgleichung den richtigen Buchstaben zu.

☐ $y = 0,02x^2$

☐ $y = -1,75x^2$

☐ $y = 2,5x^2$

☐ $y = -0,025x^2$

A gestreckt,
oben offen

B gestaucht,
unten offen

C gestreckt,
unten offen

D gestaucht,
oben offen



Interaktive
Aufgaben

1. Parabel zuordnen
2. Reihenfolge

3. Parabel zeichnen

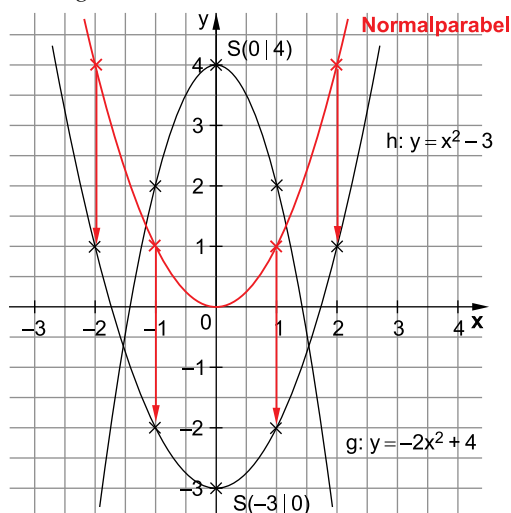
Merke**Quadratische Funktionen der Form $f: y = ax^2 + n$**

- Die Graphen der Funktion $f: y = ax^2 + n$ erhält man, indem man die Parabel der Funktion $y = ax^2$ **längs der y-Achse um n** verschiebt.
- Der Scheitelpunkt dieser Graphen liegt bei **$S(0|n)$** .

Beispiel

Zeichne die Graphen der Funktionen $g: y = -2x^2 + 4$ und $h: y = x^2 - 3$.

Lösung:



Funktion	Scheitelpunkt	a	Form
$g: y = -2x^2 + 4$	$S(0 4)$	-2	gestreckt, nach unten geöffnet
$h: y = x^2 - 3$	$S(0 -3)$	1	Normalparabel

Aufgaben**166**

Ergänze die Tabelle.

Funktion	Scheitelpunkt	a	Form
a) $y = 0,5x^2 + 4$			
b) $y = -4x^2 + 7$			
c)	$S(0 -5)$	-2	
d)	$S(0 -2,4)$	0,4	

167

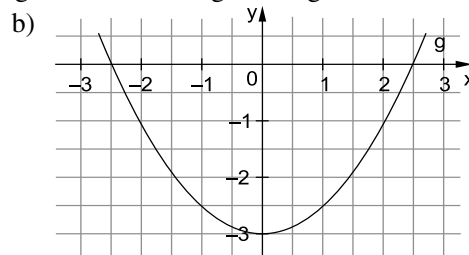
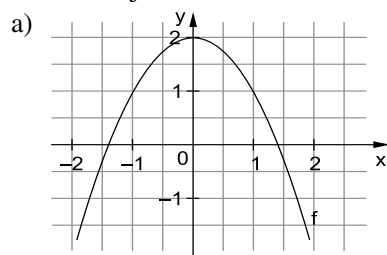
Zeichne die Graphen der Funktionen in ein Achsenkreuz. Erstelle dazu eine Wertetabelle.

a) $y = -x^2 + 3$

b) $y = 2x^2 - 3$

c) $y = -2x^2 + 5$

d) $y = -0,5x^2 + 2,5$

168Die beiden Bilder zeigen Graphen von Funktionen der Form $y = ax^2 + n$.Bestimme jeweils die Koeffizienten a und n und gib die Funktionsgleichung an.**Interaktive Aufgaben**

4. Parabel zuordnen
5. Vogel

6. Parabel zeichnen



Fit für die Zentrale Prüfung?

190

Löse die beiden linearen Gleichungssysteme.

a) I $3x + 6y = 18$

II $x - y = 3$

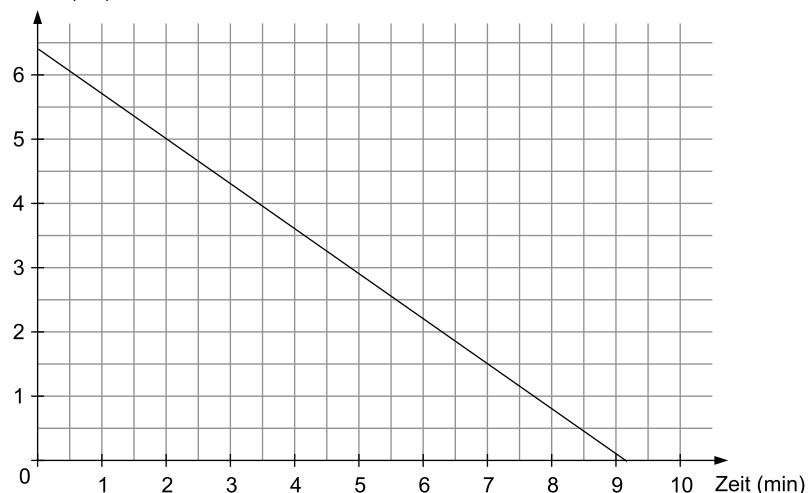
b) I $10x + 5y = 40$

II $-32 + 16y = 64$

191

Hier siehst du das Schaubild einer 6,4 cm hohen Geburtstagskerze, die sich in einer Minute Brennzeit um 0,7 cm verkürzt.

Höhe (cm)



- a) Mit welchem Term kann man die aktuelle Höhe der Kerze berechnen? Kreuze an und erkläre, wofür die Variablen x und y stehen.

☐ $y = 6,4 - x$

☐ $y = 6,4 + 0,7 \cdot x$

☐ $y = 0,7 \cdot x$

☐ $y = 6,4 - 0,7 \cdot x$

- b) Nach wie vielen Minuten ist die Kerze noch 5 cm hoch?

- c) Eine 5 cm hohe Kerze wird pro Minute Brennzeit um 0,5 cm kürzer.

Fülle die Tabelle aus und zeichne den Graphen in das abgebildete Koordinatensystem.

Zeit (min)	0	2	4	6	8	10
Höhe (cm)						

- d) Nach wie vielen Minuten sind beide Kerzen gleich hoch, wenn man sie zeitgleich anzündet? Berechne und überprüfe deine Lösung in der Zeichnung.

192

Bei einem Versuch wird die Vermehrung von Bakterien beobachtet. Nimm an, dass sich die Bakterien jede Stunde um 50 % vermehren. Begonnen wird mit 200 Bakterien.

- a) Welche Bedeutung haben die Variablen der Exponentialfunktion $y = c \cdot a^x$ in diesem Zusammenhang? Erkläre mit den unten stehenden Begriffen.

Anfangswert

Wachstumsfaktor

Anzahl der vergangenen Stunden

Endwert

- b) Zeige durch eine Rechnung, dass nach drei Stunden 675 Bakterien vorhanden sind.
 c) Lege eine Wertetabelle über einen Zeitraum von fünf Stunden an und stelle die Vermehrung der Bakterien in einem Koordinatensystem dar.
 d) Paul behauptet, dass die Population nach acht Stunden auf über 4 000 Bakterien angewachsen ist. Hat Paul recht? Begründe deine Antwort.

Zentrale Prüfung 2019 NRW – Mathematik

Prüfungsteil 1

Aufgabe 1

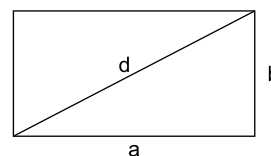
Ordne die Zahlen der Größe nach. Beginne mit der kleinsten Zahl.

$$\frac{6}{10} \quad -0,626 \quad -6,26 \quad \frac{1}{6}$$

Aufgabe 2

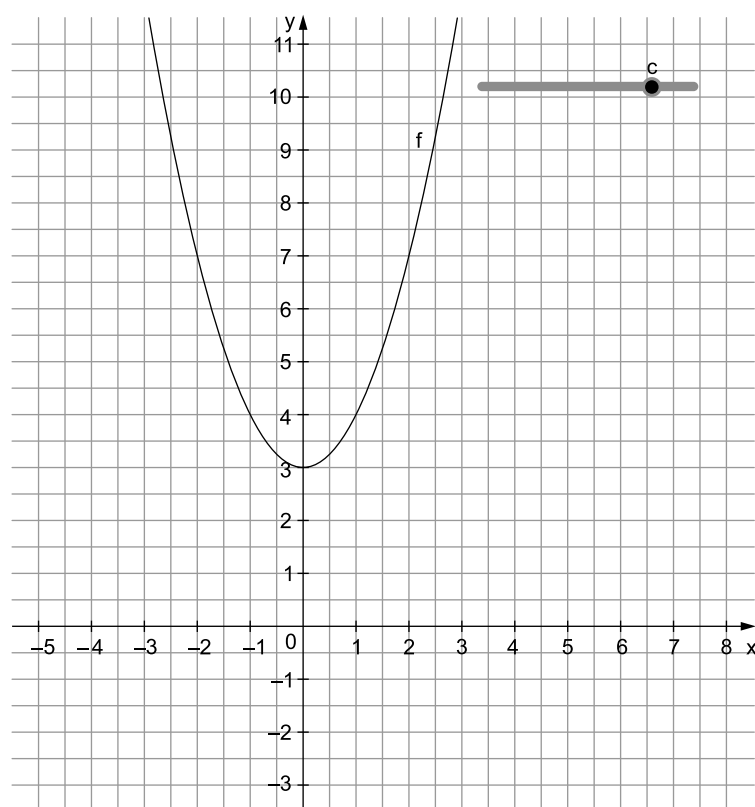
Ein Rechteck hat die Seitenlängen $a=5$ cm und $b=3$ cm.

- Berechne die Länge der Diagonale d .
- Wie verändert sich der Flächeninhalt dieses Rechtecks, wenn man jede Seitenlänge verdoppelt? Begründe.
- Ein anderes Rechteck hat einen Flächeninhalt von 24 cm^2 .
Wie lang könnten die Seiten sein? Gib zwei unterschiedliche Möglichkeiten an.



Aufgabe 3

Isabelle zeichnet mit einer Geometriesoftware den Graphen einer quadratischen Funktion mit: $f(x) = x^2 + c$. Sie erstellt einen Schieberegler, mit dem sie den Wert für c verändern kann.



- a) Der Schieberegler zeigt den Wert für c nicht an. Gib den Wert für c an.
- b) Für welche Werte von c verläuft der Graph f vollständig oberhalb der x -Achse? Gib den Bereich für c an.

Aufgabe 4

Tarek plant Urlaub in einer Jugendherberge. Mit einer Tabellenkalkulation berechnet er die Kosten für die Jugendherberge.

	A	B	C
1	Kosten für die Jugendherberge		
2	Anzahl der Nächte	7	
3			
4		<i>Preis pro Nacht in €</i>	<i>Preis für 7 Nächte €</i>
5	Übernachtung	18,00	126,00
6	Frühstück	4,00	28,00
7	Abendessen	6,00	42,00
8	Tourismussteuer (5 % vom Übernachtungspreis)	0,90	6,30
9			
10	Gesamtkosten in €		202,30

Abbildung: Tabellenblatt zur Berechnung der Kosten für die Jugendherberge

- a) Kreuze jeweils an, ob die Formel in diesem Zusammenhang geeignet ist, den Wert in Zelle C8 zu berechnen.

Formel	geeignet	nicht geeignet
= B5/3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
= B8 * B2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
= C10 – (C5 + C6 + C7)	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- b) Tarek möchte Geld sparen und deshalb kein Abendessen buchen. Berechne, wie viel Prozent von den Gesamtkosten er dann spart.

Aufgabe 5

Löse das lineare Gleichungssystem. Notiere deinen Lösungsweg.

I $4x + y = 16$

II $-2x - 2y = 4$



© **STARK Verlag**

www.stark-verlag.de
info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH
ist urheberrechtlich international geschützt.
Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung
des Rechteinhabers in irgendeiner Form
verwertet werden.

STARK