2020 Training

Abschlussprüfung

MEHR ERFAHREN

Realschule Baden-Württemb

Mathematik

+ *Ausführliche Lösungen*
+ *Hinweise und Tipps*

LÖSUNGEN

STARK

Inhalt

Training Grundwissen ... **1**
1 Leitidee Zahl ... 1
2 Leitidee Messen ... 6
3 Leitidee Daten und Zufall ... 14
4 Leitidee Funktionaler Zusammenhang/Modellieren ... 24
5 Leitidee Form ... 35
6 Leitidee Raum ... 42

Komplexe Aufgaben und Modellierungsaufgaben ... **49**

Original-Abschlussprüfungen
Realschulabschluss Mathematik 2018 ... 2018-1
Realschulabschluss Mathematik 2019 ... 2019-1

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

dies ist das Lösungsheft zu dem Band **Training Abschlussprüfung Realschule 2020 – Mathematik – Baden-Württemberg** (Bestell-Nr. 815001). Es enthält zu allen Aufgaben von unseren Autoren ausgearbeitete Lösungen, die jeden Rechenschritt ausführlich erklären. Zahlreiche Skizzen zur Veranschaulichung helfen dir beim Nachvollziehen von Sachverhalten.

Versuche stets, jede Aufgabe zunächst selbstständig zu lösen, und dann deine Lösung mit den Lösungen im Buch zu vergleichen. Nur was du dir selbst erarbeitet hast, bleibt im Gedächtnis und du lernst dazu. Halte dich deswegen daran, konsequent jede Aufgabe zunächst selbst zu rechnen. Hast du eine Aufgabe nicht richtig gelöst, ist es besonders wichtig, diese zu einem späteren Zeitpunkt noch einmal durchzurechnen.

Durch das Üben wirst du dich sicher fühlen und kannst beruhigt in die Prüfung gehen.

Wir wünschen dir viel Erfolg!

Autoren:
Dieter Gauß
Thomas Dreher (Lösungen zu den Original-Abschlussprüfungen 2018 und 2019)

Hinweise und Tipps

Berechnung von h_1:

$\sin\beta' = \dfrac{h_1}{b}$

Sinus im Dreieck BH_1C.

$h_1 = b \cdot \sin\beta' = 3{,}1 \cdot \sin 47{,}4° \approx 2{,}28$ cm

Berechnung von a':

$\cos\beta' = \dfrac{a'}{b}$

Kosinus im Dreieck BH_1C.

$a' = b \cdot \cos\beta' = 3{,}1 \cdot \cos 47{,}4° \approx 2{,}10$ cm

Berechnung von $\overline{AC} = e$:

$e^2 = (a + a')^2 + h_1{}^2 = 9{,}90^2 + 2{,}28^2$

Satz des Pythagoras im Dreieck AH_1C.

$\Rightarrow \quad e \approx 10{,}16$ cm

Berechnung von α_1:

$\tan\alpha_1 = \dfrac{h_1}{a + a'} = \dfrac{2{,}28}{9{,}90}$

Tangens im Dreieck AH_1C.

$\Rightarrow \quad \alpha_1 = 13{,}0°$

Berechnung von α_2:

$\alpha_2 = \alpha - \alpha_1 = 51{,}8° - 13{,}0° = 38{,}8°$

Berechnung von $\overline{AD} = d$:

$\cos\alpha_2 = \dfrac{d}{e}$

Kosinus im Dreieck ACD.

$d = e \cdot \cos\alpha_2 = 10{,}16 \cdot \cos 38{,}8° \approx 7{,}92$ cm

Berechnung von h_2:

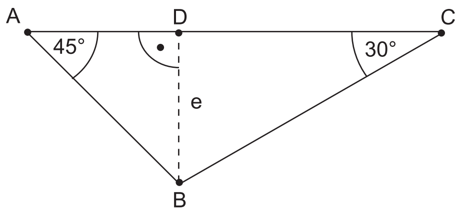
$\sin\alpha = \dfrac{h_2}{d}$

Sinus im Dreieck AH_2D.

$h_2 = d \cdot \sin\alpha = 7{,}92 \cdot \sin 51{,}8° \approx 6{,}2$ cm

Abstand entspricht der Höhe.

83



Berechnung von $\overline{AD}$:

$\overline{AD} = \overline{BD} = e$

Berechnung von $\overline{AB}$:

$\overline{AB} = \overline{BD}\sqrt{2} = e\sqrt{2}$

$\overline{AB}$ entspricht der Diagonalen, daher: $\cdot\sqrt{2}$.

Berechnung von $\overline{CD}$:

$\overline{CD} = \overline{BD}\sqrt{3} = e\sqrt{3}$

$\overline{CD}$ entspricht der Höhe, daher: $\cdot\sqrt{3}$.

Berechnung von $\overline{BC}$:

$\overline{BC} = 2\overline{BD} = 2e$

Berechnung von u:

$u = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{AD}$

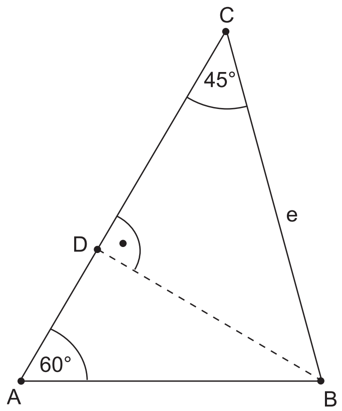
Addition der Teilstrecken.

$= e\sqrt{2} + 2e + e\sqrt{3} + e = 3e + e\sqrt{2} + e\sqrt{3} = e(3 + \sqrt{2} + \sqrt{3})$

Zusammenfassen und ausklammern.

Hinweise und Tipps

84



Berechnung von $\overline{BD}$:

$$\overline{BD} = \frac{\overline{BC}}{\sqrt{2}} = \frac{e \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{e}{2}\sqrt{2}$$

Von der Hypotenuse „zurück" auf die Seite, daher $:\sqrt{2}$. Erweitern mit $\sqrt{2}$. Multiplikation im Nenner.

Berechnung von $\overline{AD}$:

$$\overline{AD} = \frac{\overline{BD}}{\sqrt{3}} = \frac{\frac{e}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{e}{6}\sqrt{6}$$

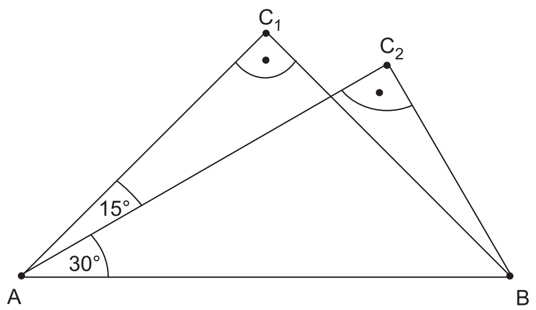
Von der längeren Kathete „zurück" auf die kürzere, daher $:\sqrt{3}$. Erweitern mit $\sqrt{3}$.
Multiplikation im Zähler und Nenner. Entfernen des Doppelbruchs.

Berechnung von A:

$$A = \frac{1}{2}\overline{AD} \cdot \overline{BD} = \frac{1}{2} \cdot \frac{e}{6}\sqrt{6} \cdot \frac{e}{2}\sqrt{2} = \frac{e^2}{24}\sqrt{12} = \frac{e^2}{12}\sqrt{3}$$

Flächenformel im rechtwinkligen Dreieck.
Teilweise Wurzelziehen: $\sqrt{12} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = 2 \cdot \sqrt{3}$. Gekürztes Ergebnis.

85



Berechnung von $\overline{AC_1} = \overline{BC_1} = x$:

$$A_1 = \frac{1}{2} x \cdot x = 2e^2 \quad \Big| \cdot 2$$

$$x^2 = 4e^2 \quad \Rightarrow \quad x = 2e$$

Flächenformel mit bekannter Fläche gleichsetzen und umformen.

Berechnung von $\overline{AB}$:

$$\overline{AB} = x\sqrt{2} = 2e\sqrt{2}$$

$\overline{AB}$ entspricht Diagonale, daher: $\cdot\sqrt{2}$.

Berechnung von $\overline{BC_2}$:

$$\overline{BC_2} = \frac{\overline{AB}}{2} = \frac{2e\sqrt{2}}{2} = e\sqrt{2}$$

$\overline{BC_2}$ entspricht kürzerer Kathete, daher: :2.

Berechnung von $\overline{AC_2}$:

$$\overline{AC_2} = \overline{BC_2}\sqrt{3} = e\sqrt{2} \cdot \sqrt{3} = e\sqrt{6}$$

$\overline{AC_2}$ entspricht Höhe, daher: $\cdot\sqrt{3}$.

Berechnung von A_2:

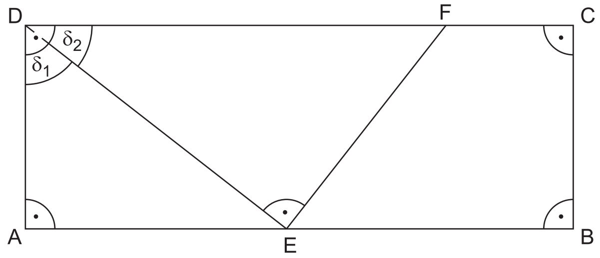
$$A_2 = \frac{1}{2}\overline{AC_2} \cdot \overline{BC_2} = \frac{1}{2}e\sqrt{6} \cdot e\sqrt{2} = e^2\sqrt{3}$$

Flächenformel im rechtwinkligen Dreieck. Teilweises Wurzelziehen: $\sqrt{12} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = 2 \cdot \sqrt{3}$

Original-Abschlussprüfung

Realschulabschluss Mathematik 2018

P 1 **Skizze:**



Berechnung von $\overline{AE}$:

$$\tan\delta_1 = \frac{\overline{AE}}{\overline{AD}} \qquad |\cdot \overline{AD}$$

$$\overline{AE} = \overline{AD}\cdot\tan\delta_1$$

$$\overline{AE} = 5{,}4\cdot\tan 52{,}0°$$

$$\overline{AE} = \underline{6{,}91\text{ cm}}$$

Berechnung von $\overline{EB}$:

$$\overline{EB} = \overline{AB} - \overline{AE}$$

$$\overline{EB} = 14{,}5 - 6{,}91$$

$$\overline{EB} = \underline{7{,}59\text{ cm}}$$

Berechnung von $\overline{ED}$:

$$\cos\delta_1 = \frac{\overline{AD}}{\overline{ED}} \qquad |\cdot \overline{ED}$$

$$\overline{ED}\cdot\cos\delta_1 = \overline{AD} \qquad |:\cos\delta_1$$

$$\overline{ED} = \frac{\overline{AD}}{\cos\delta_1}$$

$$\overline{ED} = \frac{5{,}4}{\cos 52{,}0°}$$

$$\overline{ED} = \underline{8{,}77\text{ cm}}$$

Berechnung von $\overline{FD}$:

$$\cos\delta_2 = \frac{\overline{ED}}{\overline{FD}} \qquad |\cdot \overline{FD}$$

$$\overline{FD}\cdot\cos\delta_2 = \overline{ED} \qquad |:\cos\delta_2$$

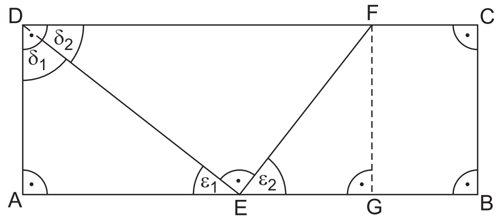
$$\overline{FD} = \frac{\overline{ED}}{\cos\delta_2}$$

$$\overline{FD} = \frac{8{,}77}{\cos 38{,}0°}$$

$$\overline{FD} = \underline{11{,}13\text{ cm}}$$

Hinweise und Tipps

Skizze:



Für die Berechnung des Flächeninhalts von Trapez EBCF stehen drei Lösungsansätze zur Verfügung. Bei Lösungsansatz 1 wird der Flächeninhalt von Trapez EBCF direkt mit der Flächeninhaltsformel für Trapeze berechnet. Bei den beiden anderen Lösungsansätzen wird der Flächeninhalt von Trapez EBCF indirekt ermittelt. Dazu wird bei Lösungsansatz 2 der Flächeninhalt des Trapezes AEFD vom Flächeninhalt des Rechtecks ABCD subtrahiert. Bei Lösungsansatz 3 werden zunächst die Flächeninhalte der Dreiecke AED und DEF ermittelt und anschließend vom Flächeninhalt des Rechtecks ABCD subtrahiert.

Die Musterlösung folgt Lösungsansatz 1.

Für die Nutzung der Flächeninhaltsformel für Trapeze sind zunächst $\overline{EB}$, $\overline{CF}$ und $\overline{BC}$ zu ermitteln.

$\overline{EB}$ gewinnen wir, nachdem wir $\overline{AE}$ in Dreieck AED berechnet haben.

Für die Berechnung von $\overline{CF}$ bieten sich zwei Varianten an. In der Musterlösung wird $\overline{CF}$ mithilfe von $\overline{FD}$ und $\overline{CD}$ ermittelt. $\overline{FD}$ lässt sich in Dreieck DEF berechnen, nachdem $\overline{ED}$ in Dreieck AED sowie Winkel δ_2 ermittelt worden sind. $\overline{CD}$ bestimmen wir mithilfe der Eigenschaften von Rechteck ABCD. Bei der zweiten Variante wird $\overline{CF}$ indirekt über $\overline{GB}$ ermittelt. Dazu benötigen wir neben der bekannten $\overline{EB}$ noch $\overline{EG}$. Wir gewinnen $\overline{EG}$ in Dreieck EGF, nachdem $\overline{GF}$ bestimmt und Winkel ε_2 ermittelt worden ist.

Auch $\overline{BC}$ gewinnen wir mithilfe der Eigenschaften von Rechteck ABCD.

Abschließend lässt sich der gesuchte Flächeninhalt von Trapez EBCF berechnen.

Alternativen:

Lösungsansatz 2:

Die für die Berechnung des Flächeninhalts von Rechteck ABCD notwendigen Größen werden in der Aufgabenstellung genannt. Für die Berechnung des Flächeninhalts von Trapez AEFD werden neben der bekannten $\overline{AD}$ noch $\overline{AE}$ und $\overline{FD}$ benötigt. Ihre Berechnung erfolgt analog zum Vorgehen in der Musterlösung.

Lösungsansatz 3:

Wie bei Lösungsansatz 2 liegen für die Berechnung des Flächeninhalts von Rechteck ABCD alle notwendigen Größen vor.

NR: **Berechnung von Winkel δ_2:**

$\delta_2 = \sphericalangle ADF - \delta_1$

$\delta_2 = 90{,}0° - 52{,}0°$

$\delta_2 = \underline{38{,}0°}$

Berechnung von $\overline{CF}$:

$\overline{CF} = \overline{CD} - \overline{FD}$ | $\overline{CD} = \overline{AB} = \underline{14{,}5\text{ cm}}$; Eigenschaften des Rechtecks ABCD

$\overline{CF} = 14{,}5 - 11{,}13$

$\overline{CF} = \underline{3{,}37\text{ cm}}$

Berechnung des Flächeninhalts A_{EBCF} von Trapez EBCF:

$A_{EBCF} = \frac{\overline{EB} + \overline{CF}}{2} \cdot \overline{BC}$ | $\overline{BC} = \overline{AD} = \underline{5{,}4\text{ cm}}$; Eigenschaften des Rechtecks ABCD

$A_{EBCF} = \frac{7{,}59 + 3{,}37}{2} \cdot 5{,}4$

$A_{EBCF} = 29{,}59\text{ cm}^2$

$A_{EBCF} = \underline{\underline{29{,}6\text{ cm}^2}}$

✎ Hinweise und Tipps

Für die Berechnung des Flächeninhalts von Dreieck AED mit der klassischen Flächeninhaltsformel für Dreiecke benötigen wir neben der bekannten $\overline{AD}$ noch $\overline{AE}$. Alternativ kann auch die trigonometrische Flächeninhaltsformel genutzt werden. Dafür benötigen wir neben den bekannten Größen $\overline{AD}$ und δ_1 noch $\overline{ED}$.
Für die Berechnung des Flächeninhalts von Dreieck DEF mit der klassischen Flächeninhaltsformel wird neben $\overline{AD}$ noch $\overline{FD}$ benötigt. Wird die trigonometrische Flächeninhaltsformel genutzt, benötigen wir dazu $\overline{ED}$, $\overline{FD}$ und δ_2.
Sämtliche benötigten Größen werden wie in der Musterlösung berechnet.

Lösungsplan:

1 Berechnung von $\overline{AE}$
– Tangens in Dreieck AED

2 Berechnung von $\overline{EB}$
– Differenz aus $\overline{AB}$ und $\overline{AE}$

3 Berechnung von $\overline{ED}$
– Kosinus in Dreieck AED (alternativ: Sinus oder Satz des Pythagoras in Dreieck AED)

4 Berechnung von $\overline{FD}$
– Kosinus in Dreieck DEF

4.1 Dazu ist vorher Winkel δ_2 zu ermitteln
– Differenz aus dem rechten Winkel ADF und Winkel δ_1

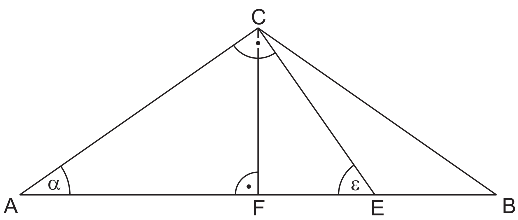
5 Berechnung von $\overline{CF}$
– Differenz aus $\overline{CD}$ und $\overline{FD}$

5.1 Dazu ist zunächst $\overline{CD}$ zu bestimmen
– Eigenschaften des Rechtecks ABCD

6 Berechnung des Flächeninhalts A_{EBCF} von Trapez EBCF
– Flächeninhaltsformel für Trapeze

6.1 Dazu ist zunächst $\overline{BC}$ zu bestimmen
– Eigenschaften des Rechtecks ABCD

P 2 **Skizze:**



Berechnung von $\overline{AC}$:

$\sin\varepsilon = \frac{\overline{AC}}{\overline{AE}}$ | $\cdot\, \overline{AE}$

$\overline{AC} = \overline{AE} \cdot \sin\varepsilon$

$\overline{AC} = 9{,}4 \cdot \sin 55{,}0°$

$\overline{AC} = \underline{7{,}7\text{ cm}}$

Berechnung von Winkel α:

$\alpha + \varepsilon + \sphericalangle ACE = 180°$ | $-(\varepsilon + \sphericalangle ACE)$

$\alpha = 180° - (\varepsilon + \sphericalangle ACE)$

$\alpha = 180° - (55{,}0° + 90{,}0°)$

$\alpha = \underline{35{,}0°}$

Die gesuchte Länge von Strecke BE lässt sich zum einen über die Differenz aus $\overline{AB}$ und $\overline{AE}$ berechnen, zum anderen über die Differenz aus $\overline{FB}$ und $\overline{FE}$.

Die Musterlösung folgt dem ersten Lösungsansatz über die Differenz aus $\overline{AB}$ und $\overline{AE}$.
$\overline{AE}$ ist bekannt.
Für die Berechnung von $\overline{AB}$ ermitteln wir in der Musterlösung in einem ersten Schritt $\overline{AF}$ in Dreieck AFC. Dazu sind zunächst $\overline{AC}$ und die Größe von Winkel α zu ermitteln. Um anschließend in einem zweiten Schritt mit $\overline{AF}$ die Länge von Strecke AB ermitteln zu können, ist in Dreieck ABC noch zu zeigen, dass $\overline{AF}$ und $\overline{FB}$ gleich lang sind.

Alternativ kann $\overline{AB}$ auch über $\overline{FB}$ gewonnen werden. $\overline{FB}$ erhalten wir in Dreieck FBC. Dafür benötigen wir $\overline{CF}$ und Winkel CBE. $\overline{CF}$ gewinnen wir in Dreieck FEC, nachdem wir $\overline{EC}$ in Dreieck AEC berechnet haben. Für die Bestimmung von Winkel CBE in Dreieck ABC ermitteln wir zunächst Winkel α in Dreieck AEC. Im Anschluss an die Berechnung von $\overline{FB}$ wird $\overline{AB}$ analog zur Musterlösung ermittelt, nachdem gezeigt wurde, dass $\overline{AF}$ und $\overline{FB}$ gleich lang sind. Abschließend erhalten wir die gesuchte Länge von Strecke BE über die Differenz aus $\overline{AB}$ und $\overline{AE}$.