

MATHE *Skrint*

**MEHR
ERFAHREN**

Das musst du wissen!

Abschlussprüfung

Bayern

Wahlpflichtfächergruppe II/III

STARK

Inhalt

Grundlagen

1	Prozentrechnung	1
2	Potenzen und Potenzgesetze	2
3	Binomische Formeln	4
4	Vektoren	5

Gleichungen, Ungleichungen und Gleichungssysteme

1	Lineare Gleichungen und Ungleichungen	9
2	Bruchgleichungen	11
3	Lineare Gleichungssysteme	12
4	Quadratische Gleichungen	15

Funktionen

1	Lineare Funktionen	17
2	Quadratische Funktionen	23
2.1	Parabelgleichungen der Form $y = ax^2$	24
2.2	Parabelgleichungen der Form $y = ax^2 + bx + c$	25
3	Weitere Funktionen	34
3.1	Funktionen der indirekten Proportionalität	34
3.2	Exponentialfunktionen	35

Ebene Geometrie

1	Ebene Figuren	38
2	Vierstreckensätze	43
3	Flächensätze am rechtwinkligen Dreieck	45
4	Berechnungen am Kreis	50

Trigonometrie

1	Berechnungen in rechtwinkligen Dreiecken	53
2	Berechnungen in beliebigen Dreiecken	55

Raumgeometrie

1	Prisma	59
2	Pyramide	60
3	Zylinder	61
4	Kegel	62
5	Kugel	63

Funktionale Abhängigkeiten und Extremwerte

1	Funktionale Abhängigkeiten	64
2	Extremwerte	67

	Stichwortverzeichnis	71
--	-----------------------------------	-----------

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

dieses handliche Buch bietet dir einen Leitfaden zu allen wesentlichen Inhalten, die du bei der Realschulabschlussprüfung benötigst. Durch seinen klar strukturierten Aufbau eignet sich dieses Buch besonders zur Auffrischung und Wiederholung des Prüfungsstoffes kurz vor der Prüfung.

- **Definitionen** und **Regeln** sind durch einen grauen Balken am Rand gekennzeichnet, wichtige **Begriffe** sind durch Fettdruck hervorgehoben.
- Zahlreiche **Abbildungen** veranschaulichen den jeweiligen Lerninhalt.
- Passgenaue **Beispiele** verdeutlichen die Theorie. Sie sind durch das Symbol  gekennzeichnet.
- Zu typischen Grundaufgaben wird die **Vorgehensweise** schrittweise beschrieben.
- Das **Stichwortverzeichnis** führt schnell und treffsicher zum jeweiligen Stoffinhalt.

Viel Erfolg bei der Abschlussprüfung!

Die Prüfungsaufgaben des letzten Jahres sowie einen umfangreichen Trainingsteil zur Wiederholung des Grundwissens enthält das Buch „Training Abschlussprüfung Realschule, Bayern, Mathematik II/III“ (Bestell-Nr. 915111). Dieses Buch gibt es auch mit einem interaktiven Online-Prüfungstraining (Bestell-Nr. 915111ML). Der zugehörige Lösungsband ist separat erhältlich (Bestell-Nr. 915111L). Die offiziellen Prüfungsaufgaben der letzten Jahre mit vollständigen Lösungen sowie zahlreichen Übungsaufgaben enthält das Buch „Abschlussprüfung Realschule, Bayern, Mathematik II/III“ (Bestell-Nr. 915111).

2.1 Parabelgleichungen der Form $y = ax^2$

Die Parabeln mit Gleichungen der Form $y = ax^2$ ($a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$) haben den Scheitelpunkt $S(0|0)$ und sind symmetrisch zur y -Achse. Sie gehen (für $|a| \neq 1$) aus der Normalparabel durch Stauchung/Streckung und ggf. durch Spiegelung an der x -Achse hervor.

Der **Formfaktor** a bestimmt **Öffnung** und **Form** der Parabel im Vergleich zur Normalparabel (NP):

Öffnung	$a < 0$			$a > 0$		
	nach unten			nach oben		
Form	$a < -1$	$a = -1$	$-1 < a < 0$	$0 < a < 1$	$a = 1$	$a > 1$
	gestreckt	NP	gestaucht	gestaucht	NP	gestreckt

Kurz: Für $|a| > 1$ ist die Parabel gestreckt, d. h. schmaler als die NP.
 Für $|a| < 1$ ist die Parabel gestaucht, d. h. breiter als die NP.



$$p_1: y = 2x^2$$

$$a = 2$$

$\Rightarrow$ nach oben geöffnet; gestreckt

$$p_2: y = x^2$$

$$a = 1$$

$\Rightarrow$ nach oben geöffnete Normalparabel

$$p_3: y = 0,5x^2$$

$$a = 0,5$$

$\Rightarrow$ nach oben geöffnet; gestaucht

$$p_4: y = -0,5x^2$$

$$a = -0,5$$

$\Rightarrow$ nach unten geöffnet; gestaucht

$$p_5: y = -x^2$$

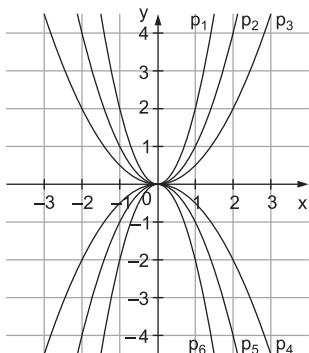
$$a = -1$$

$\Rightarrow$ nach unten geöffnete Normalparabel

$$p_6: y = -2x^2$$

$$a = -2$$

$\Rightarrow$ nach unten geöffnet; gestreckt



Aufstellen der Parabelgleichung mithilfe des Scheitelpunkts $S(0|0)$ und eines weiteren Punkts

Beachte, dass auf diese Weise nur Gleichungen von Parabeln aufgestellt werden können, die ihren Scheitelpunkt im Ursprung haben.

Vorgehensweise:

- Einsetzen der Punktkoordinaten in $y = ax^2$
- Auflösen nach $a \rightarrow$ Variable a
- Angabe der Gleichung



Die Parabel p hat ihren Scheitel im Ursprung und geht durch den Punkt $A(-2|-1)$.

Ermittle die Gleichung von p .

Lösung:

Berechnung von a :

$$A(-2|-1) \in p: y = ax^2$$

$$\Leftrightarrow -1 = a \cdot (-2)^2 \quad | :4$$

$$\Leftrightarrow a = -\frac{1}{4}$$

Liegt der Scheitel im Ursprung, hat die Parabelgleichung die Form $y = ax^2$.

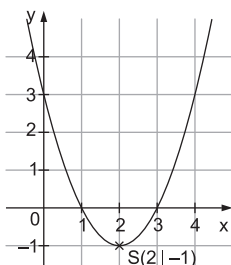
$$\text{also: } p: y = -\frac{1}{4}x^2$$

2.2 Parabelgleichungen der Form $y = ax^2 + bx + c$

Die Parabeln mit Gleichungen der Form $y = ax^2 + bx + c$ gehen aus den Parabeln mit Gleichung $y = ax^2$ durch Parallelverschiebung mit einem Vektor hervor. Die Koordinaten des Verschiebungsvektors stimmen dabei mit denen des Scheitelpunkts $S(x_S | y_S)$ der verschobenen Parabel überein. Es gilt:

$$y = ax^2 \xrightarrow{\vec{v} = \begin{pmatrix} x_S \\ y_S \end{pmatrix}} y = a \cdot (x - x_S)^2 + y_S$$

Die Form $y = a \cdot (x - x_S)^2 + y_S$ heißt **Scheitelform** der Parabelgleichung.



Aufstellen der Parabelgleichung:

$$S(2|-1) \in p: y = (x - x_S)^2 + y_S$$

$$y = (x - 2)^2 - 1$$

$$y = x^2 - 2x + 4 - 1$$

$$y = x^2 - 2x + 3$$

Es handelt sich um eine verschobene Normalparabel mit Formfaktor $a = 1$.

Aus einer Parabelgleichung in der allgemeinen Form $y = ax^2 + bx + c$ erhält man die Koordinaten des Scheitelpunkts $S(x_S | y_S)$ entweder mithilfe der Scheitelform oder über $x_S = -\frac{b}{2a}$.

Berechnung des Scheitelpunkts S einer Parabel

Vorgehensweise 1:

- Formfaktor a ausklammern
- Quadratisch ergänzen
- Binomische Formel anwenden und vereinfachen $\rightarrow$ Scheitelform
- Angabe von $S(x_S | y_S)$

Vorgehensweise 2:

- a und b in $x_S = -\frac{b}{2a}$ einsetzen
- Vereinfachen $\rightarrow x_S$
- Einsetzen von $x_S \rightarrow y_S$
- Angabe von $S(x_S | y_S)$



Bestimme die Koordinaten des Scheitelpunkts S der Parabel p mit der Gleichung $y = 2x^2 - 8x + 6$.

Lösung:

Vorgehensweise 1:

$$p: y = 2x^2 - 8x + 6$$

$$y = 2 \cdot [x^2 - 4x + 3]$$

$$y = 2 \cdot [x^2 - 4x + 2^2 - 2^2 + 3]$$

$$y = 2 \cdot [(x - 2)^2 - 1]$$

$$y = 2(x - 2)^2 - 2$$

$$S(2|-2)$$

Immer zuerst Formfaktor a ausklammern!

Quadratisch ergänzen mit

$$\left(\frac{4}{2}\right)^2 = 2^2$$

Eckige Klammer auflösen

Vorgehensweise 2:

$$x_S = -\frac{b}{2a} = -\frac{-8}{2 \cdot 2} = 2$$

Einsetzen in p:

$$\begin{aligned}x_S = 2: \quad y &= 2x^2 - 8x + 6 \\y_S &= 2 \cdot 2^2 - 8 \cdot 2 + 6 \\y_S &= 8 - 16 + 6 \\y_S &= -2 \\S(2|-2)\end{aligned}$$

Berechnung der Schnittpunkte N_1 und N_2 mit der x-Achse

Vorgehensweise:

- Funktionsterm gleich 0 setzen
- Lösungsformel anwenden $\rightarrow$ x-Koordinaten (Nullstellen)
- Angabe von $N_1(x_1|0)$ und $N_2(x_2|0)$



Berechne die Koordinaten der Schnittpunkte N_1 und N_2 von Parabel
p: $y = -\frac{1}{4}x^2 + x + 3$ mit der x-Achse.

Lösung:

$$-\frac{1}{4}x^2 + x + 3 = 0$$

Funktionsterm gleich null setzen

$$D = b^2 - 4ac$$

Hier: $a = -\frac{1}{4}$; $b = 1$; $c = 3$

$$D = 1^2 - 4 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) \cdot 3$$

Diskriminante D berechnen

$$D = 1 + 3$$

$$D = 4$$

$D > 0 \Rightarrow 2$ Lösungen x_1 ; x_2

$$\Leftrightarrow x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$\Leftrightarrow x_{1/2} = \frac{-1 \pm \sqrt{4}}{2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)}$$

$$\Leftrightarrow x_{1/2} = \frac{-1 \pm 2}{-\frac{1}{2}}$$

$$\Leftrightarrow x_{1/2} = 2 \mp 4$$

$$x_1 = -2 \quad \vee \quad x_2 = 6$$

$$\mathbb{L} = \{-2; 6\}$$

$$N_1(-2|0); N_2(6|0)$$



© **STARK Verlag**

www.stark-verlag.de

info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH
ist urheberrechtlich international geschützt.
Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung
des Rechteinhabers in irgendeiner Form
verwertet werden.

STARK