MEHR ERFAHREN

TRAINING

Haupt-/Mittelschule

Mathematik 9. Klasse

STARK

MEHR ERFAHREN

TRAINING

Haupt-/Mittelschule

Mathematik 9. Klasse

STARK

Inhaltsverzeichnis

Autor: Walter Schmid

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

dieses Trainingsbuch hilft dir, den gesamten **Mathematikstoff der 9. Klasse** selbstständig zu üben und zu wiederholen. Du kannst dich mit diesem Buch besonders gut auf bevorstehende **Klassenarbeiten** vorbereiten oder die Aufgaben nutzen, um für die **Abschlussprüfung** zu üben.

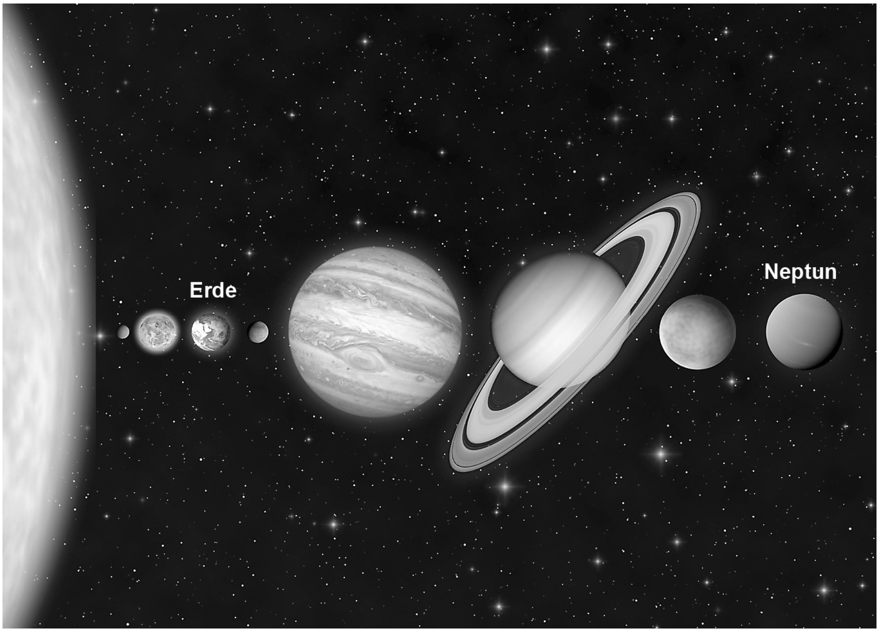
- Der Unterrichtsstoff ist **klar strukturiert** und **verständlich dargestellt**. Dabei sind die **grundlegenden Inhalte** am Anfang eines jeden Kapitels in einem **Merkkasten** zusammengefasst. Anhand von **ausführlichen Beispielen** wird der Stoff veranschaulicht und mithilfe nützlicher Hinweise erklärt.
- **Zahlreiche Übungsaufgaben** bieten dir die Möglichkeit, die verschiedenen Stoffgebiete einzuüben. Hier kannst du überprüfen, ob du die gelernten Inhalte auch anwenden kannst. Wenn du bei einigen Aufgaben unsicher bist, solltest du den jeweiligen Merkkasten und die zugehörigen Beispiele noch einmal nacharbeiten. Mute dir aber nicht zu viele Aufgaben auf einmal zu. **Wenige Aufgaben gut durchdacht und vollständig** zu lösen, bringt mehr, als eine Flut von Aufgaben anzufangen aber nicht konsequent zu Ende zu rechnen.
- Zu allen Aufgaben findest du am Ende des Buches **leicht nachvollziehbare** und **ausführliche Lösungen**. Versuche aber, jede Aufgabe zunächst selbstständig zu lösen. Schlage erst in der Lösung nach, wenn du allein nicht weiterkommst. Vergleiche zum Schluss deine Lösungen aber in jedem Fall mit denen im Buch und suche gegebenenfalls nach Rechenfehlern oder Verbesserungsmöglichkeiten deines Ansatzes. Solltest du mit einer Aufgabe so große Probleme haben, dass du gar nicht weiterkommst, dann wende dich an deine Lehrerin oder deinen Lehrer. Es ist keine Schande, wenn du eine Aufgabe nicht kapierst, aber es ist sehr unklug, die Aufgabe dann einfach wegzulassen.

Ich wünsche dir viel Erfolg bei deiner Auseinandersetzung mit der Mathematik. Mathematik muss nicht unbedingt „Stress“ sein, sie kann auch Spaß machen. Auch diesen wünscht dir

Walter Schmid

Walter Schmid

Potenzen und Wurzeln



Unser Sonnensystem ist sehr groß. Möchte man z. B. von der Erde zum Neptun reisen, dem äußersten Planeten des Systems, wäre man in etwa 4 300 000 000 km unterwegs. Um Zahlen in dieser Größenordnung übersichtlicher darzustellen, werden sie oft mithilfe von **Zehnerpotenzen** geschrieben. Die Entfernung Erde – Neptun lässt sich damit beispielsweise folgendermaßen darstellen: **$4{,}3 \cdot 10^9$ km**

1 Potenzen

Vielleicht erinnerst du dich noch daran, dass die Multiplikation als wiederholte Addition von immer dem gleichen Summanden aufgefasst werden kann. Das Potenzieren kannst du nun – ganz ähnlich – als **wiederholte Multiplikation** von immer dem gleichen Faktor auffassen.

Hochzahl/
Exponent

a^b

Grundzahl/
Basis

> Ein Produkt, dessen **Faktoren alle gleich** sind, kann in **Potenzschreibweise** dargestellt werden.
> Die **Hochzahl** (der **Exponent**) gibt dabei an, wie oft die **Grundzahl** (die **Basis**) mit sich selbst multipliziert wird.

Beispiele

1. $4 \cdot 4 \cdot 4 = 4^3$ — Die **Grundzahl 4** wird 3-mal mit sich selbst multipliziert, deshalb ist die **Hochzahl 3**.

2. $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 5^4$ — Die **Grundzahl 5** wird 4-mal mit sich selbst multipliziert, deshalb ist die **Hochzahl 4**.

3. $2^0 = 1$ — Potenziert man eine Zahl mit 0, ist das Ergebnis immer 1.

1 Schreibe als Potenz und berechne den Wert.

a) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$
b) $29 \cdot 29$
c) $17{,}2 \cdot 17{,}2 \cdot 17{,}2 \cdot 17{,}2$
d) $0{,}25 \cdot 0{,}25$
e) $\frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9}$
f) $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}$

2 Schreibe ausführlich und berechne den Wert.

a) 9^3
b) 11^4
c) 5^5
d) $6{,}3^2$
e) $\left(\frac{2}{5}\right)^3$
f) $\left(\frac{3}{8}\right)^4$

3 Schreibe als Potenz mit der Hochzahl 2.

a) 16
b) 81
c) 169
d) 121

4 Setze <, = oder > richtig ein.

a) $9^1 \;\square\; 9$
b) $4^3 \;\square\; 4$
c) $0{,}1^6 \;\square\; 0{,}1$
d) $0{,}009^4 \;\square\; 0{,}009$

2 Zehnerpotenzen

In unserem Zahlensystem spielen **Potenzen zur Grundzahl 10** eine besonders wichtige Rolle, da man damit sehr große Zahlen und Zahlen nahe bei 0 übersichtlich darstellen kann.

Stufenzahlen lassen sich als **Zehnerpotenz** mit positiver bzw. negativer Hochzahl darstellen.

- **Positive Hochzahlen** geben dabei die **Anzahl der Nullen** an, die rechts von der 1 stehen.
- **Negative Hochzahlen** geben die **Anzahl der Dezimalstellen** an.

Beispiele

1. $10^1 = 10$

$10^2 = 10 \cdot 10 = 100$

$10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1\,000$

usw.

Positive Hochzahlen geben bei Potenzen mit der Grundzahl 10 die Anzahl der Nullen an, die rechts von der 1 stehen.

2. $10^{-1} = \frac{1}{10^1} = \frac{1}{10} = 0{,}1$

$10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} = 0{,}01$

$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1\,000} = 0{,}001$

usw.

Zehnerpotenzen mit **negativer** Hochzahl lassen sich auch als Zehnerbruch mit positiver Hochzahl im Nenner schreiben. Die Hochzahl gibt dann die Anzahl der Dezimalstellen an.

- **Sehr große Zahlen** lassen sich als Produkt aus einer Zahl und einer Zehnerpotenz mit **positiver Hochzahl** schreiben.
- **Zahlen nahe bei 0** lassen sich als Produkt aus einer Zahl und einer Zehnerpotenz mit **negativer Hochzahl** schreiben.

Beispiele

1. $6{,}7 \cdot 10^4 = 6{,}7 \cdot 10\,000 = 67\,000{,}0$

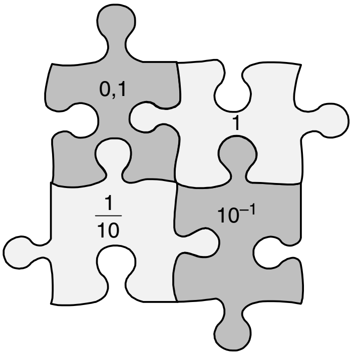
Die positive Hochzahl gibt an, um wie viele Stellen das **Komma nach rechts** verschoben wird.

2. $6{,}7 \cdot 10^{-4} = 6{,}7 \cdot \frac{1}{10\,000} = 0{,}00067$

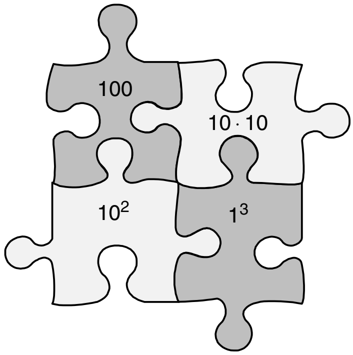
Die negative Hochzahl gibt an, um wie viele Stellen das **Komma nach links** verschoben wird.

5 Eine Umrechnung ist jeweils falsch. Streiche sie durch.

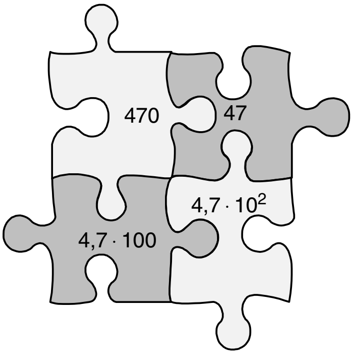
a)



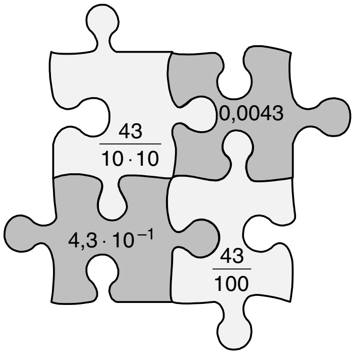
b)



c)



d)



6 Schreibe mithilfe von Zehnerpotenzen.

a) 123 000
b) 4 560 000
c) 82 000
d) 2 500
e) 97 600 000
f) 12

7 Schreibe die Zahlen jeweils mit Zehnerpotenz. Runde sie dazu zuerst sinnvoll.

a) Der Mond ist 384 400 km von der Erde entfernt.
b) Russland hat eine Fläche von 17 075 400 km^2.
c) Bei der letzten Bundestagswahl waren 62 168 489 Bürger wahlberechtigt.
d) In Indien leben etwa 1 166 079 000 Menschen.

8 Schreibe jeweils mithilfe einer Zehnerpotenz mit negativer Hochzahl.

a) 0,025
b) 0,79
c) 0,003
d) 0,00041
e) 0,12
f) 0,000063

9 Schreibe ohne Zehnerpotenz.

a) $5 \cdot 10^3$
b) $1{,}7 \cdot 10^5$
c) $9{,}54 \cdot 10^4$
d) $6{,}3 \cdot 10^2$
e) $1{,}735 \cdot 10^3$
f) $\frac{3}{8} \cdot 10^4$

10 Schreibe ausführlich.

a) $2{,}5 \cdot 10^{-3}$
b) $1{,}04 \cdot 10^{-6}$
c) $9{,}29 \cdot 10^{-4}$
d) $6{,}687 \cdot 10^{-5}$
e) $4 \cdot 10^{-2}$
f) $3{,}6676 \cdot 10^{-8}$

11 Das Licht legt in einem Jahr eine Entfernung von $9{,}4605 \cdot 10^{12}$ km zurück.

a) Schreibe die Entfernungsangabe ohne Zehnerpotenz.
b) Die Erde ist im Durchschnitt 149,6 Mio. km von der Sonne entfernt.
Wie lange braucht das Licht von der Sonne zur Erde, wenn es sich mit einer Geschwindigkeit von $2{,}998 \cdot 10^5 \, \frac{\text{km}}{\text{s}}$ „bewegt“?

12 Unser Universum hat einen Durchmesser von etwa 10^{23} km, unsere Erde hat einen Durchmesser von ca. 12 800 km.
Wie oft passt die Erde in das Universum?

13 In unserem Universum gibt es Schätzungen zufolge zwischen $2 \cdot 10^{11}$ und $3 \cdot 10^{11}$ Sterne. Schreibe die Differenz der beiden Zahlen ohne Zehnerpotenz.

14 Der Durchmesser eines Goldatoms beträgt $1{,}74 \cdot 10^{-10}$ m.
Wie viele Goldatome müsste man aneinanderlegen, um eine Länge von 1 mm zu erhalten?

15 Ein rotes Blutkörperchen hat einen Durchmesser von etwa $7{,}5 \cdot 10^{-6}$ m, der Radius eines Silizium-Atoms beträgt $1{,}1 \cdot 10^{-10}$ m. Vergleiche.

16 Berechne und schreibe das Ergebnis jeweils als Zehnerpotenz.

a) $25 \cdot 10^2 + 17 \cdot 10^4$
b) $45 \cdot 10^5 - 22 \cdot 10^5$
c) $10^3 \cdot 10^4$
d) $10^{11} : 10^7$

17 Setze $<$, $=$ oder $>$ richtig ein. Begründe auch, wie du zu deinem Ergebnis kommst.

a) $1{,}5^2$ ☐ $2{,}25$
b) $0{,}2^{-3}$ ☐ $12{,}5$
c) $1{,}111 \cdot 10^5$ ☐ $11{,}11 \cdot 10^6$
d) $10^8 \cdot 2{,}25$ ☐ $225 \cdot 10^9$

3 Quadratwurzeln

So, wie die Division die Umkehrung der Multiplikation ist, ist das **Wurzelziehen** die **Umkehrung des Potenzierens**.

> Die **Quadratwurzel** ist die Zahl, die mit sich selbst multipliziert die Zahl ergibt, die unter dem Wurzelzeichen steht.
> Aus einer **negativen Zahl** darfst du **keine Wurzel** ziehen.

Beispiele

1. $\sqrt{49} = 7$ — $7 \cdot 7 = 49$

2. $\sqrt{1,21} = 1,1$ — $1,1 \cdot 1,1 = 1,21$

3. $\sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{2}{5}$ — $\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{25}$

4. $\cancel{\sqrt{-25}}$ — Der Taschenrechner zeigt ERROR.

18 Berechne ohne Taschenrechner.

a) $\sqrt{64}$ b) $\sqrt{169}$

c) $\sqrt{225}$ d) $\sqrt{2\,500}$

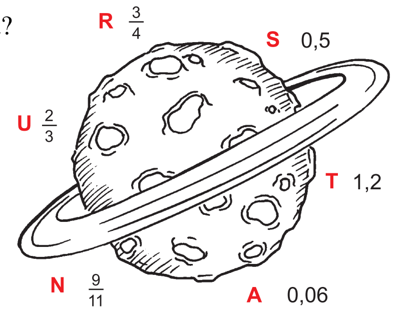
19 Finde das richtige Ergebnis. Wie lautet das Lösungswort?

a) $\sqrt{0,25}$ b) $\sqrt{0,0036}$

c) $\sqrt{1,44}$ d) $\sqrt{\frac{4}{9}}$

e) $\sqrt{\frac{9}{16}}$ f) $\sqrt{\frac{81}{121}}$

Lösungswort: ☐☐☐☐☐☐



20 Berechne mithilfe des Taschenrechners und runde sinnvoll.

a) $\sqrt{99}$ b) $\sqrt{62,5}$

c) $\sqrt{0,74}$ d) $\sqrt{0,0018}$

21 Ein Taschenrechner zeigt nach Benutzung der Taste $\sqrt{}$ folgende Zahlen an. Wie heißen die Ausgangszahlen?

a) 9 b) 10

c) 60 d) 20

Lösungen

Oft ist es nicht leicht, den **Überblick** über all die Formeln und Rechentricks zu behalten, die für die Lösung einer Aufgabe sinnvoll sind. Mit etwas Geduld und Übung wirst du aber sicherlich merken, dass es dir mit der Zeit immer leichter fällt. Solltest du trotzdem einmal nicht wissen, ob du auf dem richtigen Weg bist, helfen dir die folgenden **Lösungen**.

1 a) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^{\mathbf{5}} = 16\,807$

b) $29 \cdot 29 = 29^{\mathbf{2}} = 841$

c) $17{,}2 \cdot 17{,}2 \cdot 17{,}2 \cdot 17{,}2 = 17{,}2^{\mathbf{4}}$
$= 87\,521{,}3056$

d) $0{,}25 \cdot 0{,}25 = 0{,}25^{\mathbf{2}} = 0{,}0625$

e) $\frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{9} = \left(\frac{1}{9}\right)^{\mathbf{3}} = \frac{1}{729}$

f) $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^{\mathbf{3}} = \frac{8}{27}$

2 a) $9^3 = 9 \cdot 9 \cdot 9 = 729$

b) $11^4 = 11 \cdot 11 \cdot 11 \cdot 11 = 14\,641$

c) $5^5 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 3125$

d) $6{,}3^2 = 6{,}3 \cdot 6{,}3 = 39{,}69$

e) $\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{125}$

f) $\left(\frac{3}{8}\right)^4 = \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{3}{8} = \frac{81}{4\,096}$

3 a) $16 = \mathbf{4}^2$

b) $81 = \mathbf{9}^2$

c) $169 = \mathbf{13}^2$

d) $121 = \mathbf{11}^2$

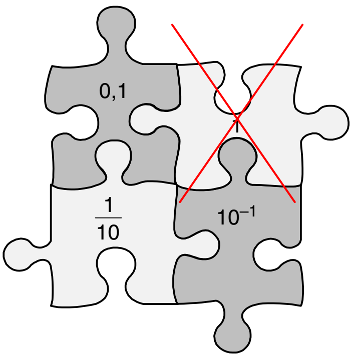
4 a) $9^1 \mathbf{=} 9$

b) $4^3 \mathbf{>} 4$
$4^3 = 64$

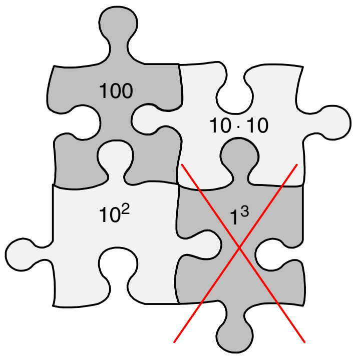
c) $0{,}1^6 \mathbf{<} 0{,}1$
$0{,}1^6 = 0{,}000001$

d) $0{,}009^4 \mathbf{<} 0{,}009$
$0{,}009^4 \approx 0{,}000000007$

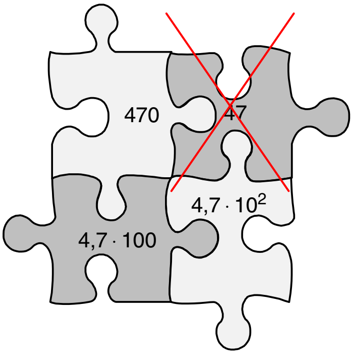
5 a)



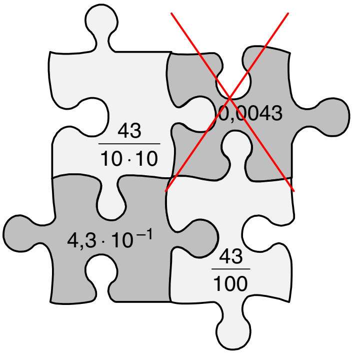
b)



c)



d)



6 a) $123\,000 = 123 \cdot 10^3 = 1{,}23 \cdot 10^5$
b) $4\,560\,000 = 456 \cdot 10^4 = 4{,}56 \cdot 10^6$
c) $82\,000 = 82 \cdot 10^3 = 8{,}2 \cdot 10^4$
d) $2\,500 = 25 \cdot 10^2 = 2{,}5 \cdot 10^3$
e) $97\,600\,000 = 976 \cdot 10^5 = 9{,}76 \cdot 10^7$
f) $12 = 1{,}2 \cdot 10^1$

7 a) $384\,400 \approx 384\,000 = 384 \cdot 10^3 = 3{,}84 \cdot 10^5$
b) $17\,075\,400 \approx 17\,100\,000 = 171 \cdot 10^5 = 1{,}71 \cdot 10^7$
c) $62\,168\,489 \approx 62\,200\,000 = 622 \cdot 10^5 = 6{,}22 \cdot 10^7$
d) $1\,166\,079\,000 \approx 1\,170\,000\,000 = 117 \cdot 10^7 = 1{,}17 \cdot 10^9$

8 a) $0{,}025 = 2{,}5 \cdot 10^{-2} = 25 \cdot 10^{-3}$
b) $0{,}79 = 7{,}9 \cdot 10^{-1} = 79 \cdot 10^{-2}$
c) $0{,}003 = 3 \cdot 10^{-3}$
d) $0{,}00041 = 4{,}1 \cdot 10^{-4} = 41 \cdot 10^{-5}$
e) $0{,}12 = 1{,}2 \cdot 10^{-1} = 12 \cdot 10^{-2}$
f) $0{,}000063 = 6{,}3 \cdot 10^{-5} = 63 \cdot 10^{-6}$

9 a) $5 \cdot 10^3 = 5\,000$
b) $1{,}7 \cdot 10^5 = 170\,000$
c) $9{,}54 \cdot 10^4 = 95\,400$
d) $6{,}3 \cdot 10^2 = 630$
e) $1{,}735 \cdot 10^3 = 1\,735$
f) $\frac{3}{8} \cdot 10^4 = 0{,}375 \cdot 10^4 = 3\,750$

10 a) $2{,}5 \cdot 10^{-3} = 0{,}0025$
b) $1{,}04 \cdot 10^{-6} = 0{,}00000104$
c) $9{,}29 \cdot 10^{-4} = 0{,}000929$
d) $6{,}687 \cdot 10^{-5} = 0{,}00006687$
e) $4 \cdot 10^{-2} = 0{,}04$
f) $3{,}6676 \cdot 10^{-8} = 0{,}000000036676$

11 a) $9{,}4605 \cdot 10^{12}$ km $= 9\,460\,500\,000\,000$ km

b) $149{,}6$ Mio km $= 149\,600\,000$ km

$2{,}998 \cdot 10^5 \,\frac{\text{km}}{\text{s}} = 299\,800 \,\frac{\text{km}}{\text{s}}$

$149\,600\,000 \text{ km} : 299\,800 \,\frac{\text{km}}{\text{s}} \approx 499 \text{ s} = 8 \text{ min } 19 \text{ s}$

Das Licht braucht 8 min 19 s.

12 10^{23} km : 12 800 km = 100 000 000 000 000 000 000 000 km : 12 800 km =
7 812 500 000 000 000 000 = $7{,}8125 \cdot 10^{18}$

Die Erde passt $7{,}8125 \cdot 10^{18}$-mal in das Universum.

13 $3 \cdot 10^{11} - 2 \cdot 10^{11} = 300\,000\,000\,000 - 200\,000\,000\,000 = 100\,000\,000\,000$

14 1 m = 1 000 mm

$1{,}74 \cdot 10^{-10}$ m $= 0{,}000000000174$ m $= 0{,}000000174$ mm

$\approx 0{,}0000002$ mm

1 mm : 0,0000002 mm = 5 000 000

Man müsste ca. 5 000 000 Goldatome aneinanderlegen, um eine Länge von 1 mm zu erhalten.

15 Der **Radius** eines roten Blutkörperchens beträgt $0{,}5 \cdot 7{,}5 \cdot 10^{-6}$ m $= 3{,}75 \cdot 10^{-6}$ m.

$3{,}75 \cdot 10^{-6} : (1{,}1 \cdot 10^{-10}) = 0{,}00000375 : 0{,}00000000011 \approx 34\,091$

Der Radius eines roten Blutkörperchens ist etwa 34 091-mal so groß wie der eines Silizium-Atoms.

16 a) $25 \cdot 10^2 + 17 \cdot 10^4 = 2\,500 + 170\,000 = 172\,500 = 17{,}25 \cdot 10^4$

b) $45 \cdot 10^5 - 22 \cdot 10^5 = 4\,500\,000 - 2\,200\,000 = 2\,300\,000 = 23 \cdot 10^5$

c) $10^3 \cdot 10^4 = 1\,000 \cdot 10\,000 = 10\,000\,000 = 10^7$

d) $10^{11} : 10^7 = 100\,000\,000\,000 : 10\,000\,000 = 10\,000 = 10^4$

17 a) $1{,}5^2 = 2{,}25$
$1{,}5 \cdot 1{,}5 = 2{,}25$

b) $0{,}2^{-3} > 12{,}5$
$0{,}2^{-3} = \frac{1}{0{,}008} = 125$

c) $1{,}111 \cdot 10^5 < 11{,}11 \cdot 10^6$
$1{,}111 \cdot 10^5 = 111\,100$
$11{,}11 \cdot 10^6 = 11\,110\,000$

d) $10^8 \cdot 2{,}25 < 225 \cdot 10^9$
$10^8 \cdot 2{,}25 = 225\,000\,000$
$225 \cdot 10^9 = 225\,000\,000\,000$

18 a) $\sqrt{64} = 8$
denn $8 \cdot 8 = 64$

b) $\sqrt{169} = 13$
denn $13 \cdot 13 = 169$

c) $\sqrt{225} = 15$
denn $15 \cdot 15 = 125$

d) $\sqrt{2\,500} = 50$
denn $50 \cdot 50 = 2\,500$

19 a) $\sqrt{0{,}25} = 0{,}5$ (S)

b) $\sqrt{0{,}0036} = 0{,}06$ (A)

c) $\sqrt{1{,}44} = 1{,}2$ (T)

d) $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$ (U)

e) $\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$ (R)

f) $\sqrt{\frac{81}{121}} = \frac{9}{11}$ (N)

Lösungswort: **S A T U R N**

20 a) $\sqrt{99} \approx 9{,}9$

b) $\sqrt{62{,}5} \approx 7{,}9$

c) $\sqrt{0{,}74} \approx 0{,}86$

d) $\sqrt{0{,}0018} \approx 0{,}042$

21 a) $\sqrt{\mathbf{81}} = 9$

b) $\sqrt{\mathbf{100}} = 10$

c) $\sqrt{\mathbf{3\,600}} = 60$

d) $\sqrt{\mathbf{400}} = 20$

© **STARK Verlag**
www.stark-verlag.de
info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH
ist urheberrechtlich international geschützt.
Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung
des Rechteinhabers in irgendeiner Form
verwertet werden.

STARK

© STARK Verlag

www.stark-verlag.de
info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH ist urheberrechtlich international geschützt. Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung des Rechteinhabers in irgendeiner Form verwertet werden.

STARK