

2020 Training

Abschlussprüfung

**MEHR
ERFAHREN**

Realschule Bayern

Mathematik II/III

- + Ausführliche Lösungen
- + Hinweise und Tipps

LÖSUNGEN



STARK

Inhalt

Vorwort

Training Grundwissen	1
1 Grundwissen 5.–8. Klasse	1
2 Grundwissen 9. Klasse	34
2.1 Lineare Funktionen	34
2.2 Lineare Gleichungssysteme	43
2.3 Reelle Zahlen	50
2.4 Flächeninhalt ebener Figuren	53
2.5 Vierstreckensätze	69
2.6 Flächensätze am rechtwinkligen Dreieck	72
3 Grundwissen 10. Klasse	80
3.1 Quadratische Funktionen	80
3.2 Weitere Funktionen	91
3.3 Quadratische Gleichungen	98
3.4 Berechnungen am Kreis	109
3.5 Trigonometrie	112
3.6 Raumgeometrie	124
Komplexe Aufgaben	153
Quadratische Funktionen	153
Ebene Geometrie	163
Raumgeometrie	175
Aufgaben im Stil der Prüfung	187
Teil A	187
Teil B	189
Original-Abschlussprüfung	2019-1
Abschlussprüfung 2019	2019-1
Teil A	2019-1
Teil B	2019-6

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

dies ist das Lösungsbuch zu dem Band **Training Abschlussprüfung Realschule 2020 – Mathematik II/III – Bayern** (Bestell-Nr. 915111) und zur **Kombination aus Trainingsband und interaktivem Training** (Bestell-Nr. 91511ML). Es enthält zu allen Aufgaben von unseren Autoren ausgearbeitete Lösungen, die jeden Rechenschritt ausführlich erklären. Dabei wird besonderer Wert auf die Lösungsansätze und Vorüberlegungen gelegt. Zur Veranschaulichung und dem besseren Verständnis der Lösungen helfen dir zahlreiche Skizzen.

Versuche stets, jede Aufgabe zunächst selbstständig zu lösen, und dann deine Lösung mit den Lösungen im Buch zu vergleichen. Solltest du nicht weiterkommen, helfen dir die  **Hinweise und Tipps**. Hast du eine Aufgabe nicht richtig gelöst, ist es ganz wichtig, diese zu einem späteren Zeitpunkt noch einmal durchzurechnen. Durch das Üben wirst du dich sicher fühlen und kannst beruhigt in die Prüfung gehen.

Wir wünschen dir viel Erfolg!

Autoren: Markus Hochholzer, Markus Schmidl

Lösung der Original-Abschlussprüfung: Alois Einhauser



Lust auf gemeinsames Lernen im Team? Dann ist ein STARKplus-Kurs genau das Richtige für dich: Unter Anleitung erfahrener Tutoren wiederholst und übst du systematisch den gesamten prüfungsrelevanten Mathematikstoff.

Alle Infos zu den Kursorten und -terminen unter www.stark-plus.de.

Training Grundwissen

1 Grundwissen 5.–8. Klasse

1

a) $\frac{3}{5} \cdot \frac{8}{8} = \frac{24}{40} = \frac{12}{20}$

b) $\frac{49}{28} = \frac{7}{4} = 1\frac{6}{8}$

c) $\frac{33ab}{121a} = \frac{3b}{11} \cdot \frac{8c^2}{8c^2} = \frac{24bc^2}{88c^2}$

d) $\frac{12x^2y}{16x} = \frac{3xy}{4} \cdot \frac{24x^2y}{24x^2y} = \frac{72x^3y^2}{96x^2y}$

Hinweise und Tipps

Zähler und Nenner mit dem Erweiterungsterm multiplizieren bzw. durch den Kürzungsterm dividieren

Erweitern mit 8 und anschließend kürzen mit 2
Beachte: Die Brüche sind wertgleich.

Kürzen mit 7 und anschließend erweitern mit 2

Kürzen mit 11a und anschließend erweitern mit $8c^2$

Kürzen mit 4x und anschließend erweitern mit $24x^2y$

2

a) $\frac{36}{90} = \frac{2}{5}$ oder: $\frac{36}{90} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

b) $\frac{55x^3y^2}{220x^5y} = \frac{55x^3y}{220x^5y} \cdot \frac{y}{4x^2}$ oder: $\frac{55x^3y^2}{220x^5y} = \frac{11x^3y}{20x^2} \cdot \frac{5y}{5} = \frac{y}{4x^2}$

c)

$$\begin{aligned} & \frac{95 \cdot 26 \cdot 55}{143 \cdot 25 \cdot 76} \\ &= \frac{95 \cdot 26^2 \cdot 55^{11}}{143^{11} \cdot 25^5 \cdot 76} \\ &= \frac{95^{19} \cdot 2^1 \cdot 55^1}{1^1 \cdot 2^1 \cdot 76^{38}} \\ &= \frac{19^1}{38^2} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Das schrittweise Kürzen ist aufwendiger, aber oft einfacher.

Das schrittweise Kürzen ist aufwendiger, aber oft einfacher.

Hier empfiehlt es sich, schrittweise zu kürzen, um die Übersicht zu behalten.

d) $\frac{5(a-b)^2}{0,5(a-b)(a+b)}$

$$\begin{aligned} &= \frac{\cancel{5}^{10}(a-b)\cancel{(a-b)}}{0,5^1 \cdot \cancel{(a-b)}(a+b)} \\ &= \frac{10(a-b)}{(a+b)} \end{aligned}$$

Zähler und Nenner liegen als Produktterm vor.
Auch Faktoren wie $(a-b)$ können gekürzt werden.
Beachte: $5 : 0,5 = 10$

◆ Hinweise und Tipps

3 a) $\frac{11}{12} - \frac{2}{9} + \frac{2}{3}$ HN: 36

Bestimme den Hauptnenner (bzw. das kgV der Nenner) und erweitere die Brüche auf ihn.

$$= \frac{11 \cdot 3}{12 \cdot 3} - \frac{2 \cdot 4}{9 \cdot 4} + \frac{2 \cdot 12}{3 \cdot 12}$$

$$= \frac{33}{36} - \frac{8}{36} + \frac{24}{36}$$

$$= \frac{33 - 8 + 24}{36}$$

$$= \frac{49}{36}$$

$$= 1\frac{13}{36}$$

Addiere bzw. subtrahiere nun die gleichnamigen Brüche.

Forme im Endergebnis den unechten Bruch in eine gemischte Zahl um.

b) $\left(\frac{27}{4} - \frac{4}{3}\right) + \left(\frac{11}{16} - \frac{5}{8}\right)$

Bestimme jeweils klammerweise den Hauptnenner und erweitere die Brüche in der Klammer auf den jeweiligen Hauptnenner.

$$= \left(\frac{27 \cdot 3}{4 \cdot 3} - \frac{4 \cdot 4}{3 \cdot 4}\right) + \left(\frac{11}{16} - \frac{5 \cdot 2}{8 \cdot 2}\right)$$

$$= \left(\frac{81}{12} - \frac{16}{12}\right) + \left(\frac{11}{16} - \frac{10}{16}\right)$$

$$= \left(\frac{81 - 16}{12}\right) + \left(\frac{11 - 10}{16}\right)$$

$$= \frac{65}{12} + \frac{1}{16}$$

Addiere bzw. subtrahiere die nun gleichnamigen Brüche in den Klammern.

$$= \frac{65 \cdot 4}{12 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 3}{16 \cdot 3}$$

$$= \frac{260}{48} + \frac{3}{48}$$

$$= \frac{263}{48}$$

$$= 5\frac{23}{48}$$

Bestimme den Hauptnenner, erweitere und fasse die gleichnamigen Brüche zusammen.

c) $12\frac{4}{5} - \left(4\frac{4}{7} + 3\frac{1}{2}\right) + 17\frac{1}{5}$

Forme im Endergebnis den unechten Bruch in eine gemischte Zahl um.

$$= 12\frac{4}{5} + 17\frac{1}{5} - \left(4\frac{4 \cdot 2}{7 \cdot 2} + 3\frac{1 \cdot 7}{2 \cdot 7}\right)$$

Hier empfiehlt es sich, das Kommutativgesetz der Addition anzuwenden, um die bereits gleichnamigen Brüche zu ordnen und zusammenzufassen.

$$= 30 - \left(4\frac{8}{14} + 3\frac{7}{14}\right)$$

$$= 30 - 7\frac{15}{14}$$

$$= 30 - 8\frac{1}{14}$$

$$= 21\frac{13}{14}$$

d) $\frac{4}{3}b + \frac{1}{64}a^3 - \frac{1a^3}{2a} + \frac{1b}{5} - \frac{11}{13}$

Das rechtzeitige Kürzen nicht vergessen

$$= \frac{4}{3}b + \frac{1b}{5} + \frac{1}{64}a^3 - \frac{1a^3}{2} - \frac{11}{13}$$

Bestimme jeweils die Hauptnenner der *gleichartigen* Summanden und erweitere.

$$= \frac{4}{3}b + \frac{1}{5}b + \frac{1}{64}a^3 - \frac{1}{2}a^3 - \frac{11}{13}$$

Original-Abschlussprüfung

Abschlussprüfung 2019

Teil A

 Hinweise und Tipps

Aufgabe A 1.1

Berechnung von $\angle ACB$ mithilfe des Kosinussatzes im Dreieck ABC:

$$\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 - 2 \cdot \overline{AC} \cdot \overline{BC} \cdot \cos \angle ACB$$

$$\cos \angle ACB = \frac{\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 - \overline{AB}^2}{2 \cdot \overline{AC} \cdot \overline{BC}}$$

$$\cos \angle ACB = \frac{150^2 + 75^2 - 95^2}{2 \cdot 150 \cdot 75}$$

$$\angle ACB = 32^\circ$$

Aufgabe A 1.2

Berechnung von \overline{BM} im rechtwinkligen Dreieck MBC:

$$\sin \angle MCB = \frac{\overline{BM}}{\overline{BC}} \quad | \cdot \overline{BC}$$

$$\overline{BM} = \overline{BC} \cdot \sin \angle MCB \quad \text{mit } \angle MCB = \angle ACB$$

$$\overline{BM} = 75 \cdot \sin 32^\circ \text{ cm}$$

$$\overline{BM} = 39,7 \text{ cm}$$

Man ermittelt zunächst die halbe Diagonalenlänge \overline{BM} .

Für die Diagonalenlänge \overline{BD} gilt dann:

$$\overline{BD} = 2 \cdot \overline{BM}$$

$$\overline{BD} = 2 \cdot 39,7 \text{ cm} = 79,4 \text{ cm}$$

Auf Ganze gerundet ergibt sich: $\overline{BD} = 79 \text{ cm}$

Berechnung des Flächeninhalts A des Drachenvierecks ABCD:

$$A = \frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{BD}$$

$$A = 0,5 \cdot 150 \cdot 79 \text{ cm}^2 = 5925 \text{ cm}^2$$

Aufgabe A 1.3

33 %

Da die Diagonalenlänge \overline{BD} gleich bleibt und die Diagonalenlänge \overline{AC} von 150 cm auf 100 cm, also um $\frac{1}{3}$, verringert wird, gilt auch für die Fläche, dass sie sich um $\frac{1}{3}$ verringert, also um 33 % (eigentlich um 33,3 %).

oder:

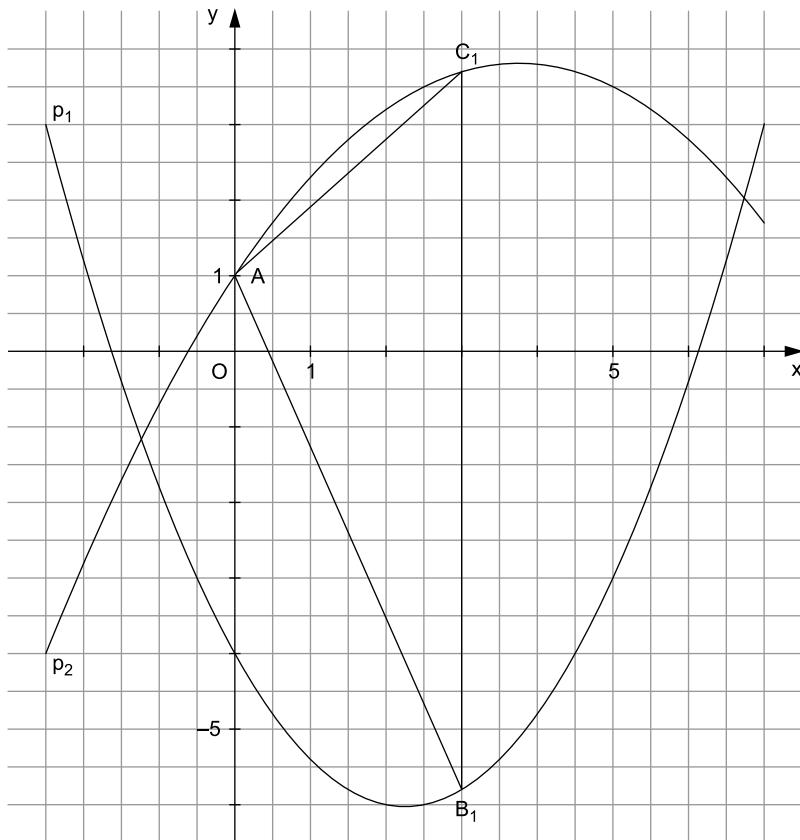
Für den Flächeninhalt A_{neu} mit verkürzter Diagonale gilt:

$$A_{\text{neu}} = \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 79 \text{ cm}^2 = 3950 \text{ cm}^2$$

Prozentuale Verringerung:

$$\frac{A - A_{\text{neu}}}{A} = \frac{5925 \text{ cm}^2 - 3950 \text{ cm}^2}{5925 \text{ cm}^2} \cdot 100 \% = 33,3 \% = 33,3 \%$$

Aufgabe A 2.0



Aufgabe A 2.1

Einzeichnen des Dreiecks AB_1C_1 für $x = 3$

- $A(0 | 1)$ ist fest.
- B_1 hat die x-Koordinate $x = 3$ und liegt auf p_1 , also $B_1(3 | -5,8)$.
- C_1 hat ebenfalls die x-Koordinate $x = 3$ und liegt auf p_2 , also $C_1(3 | 3,7)$.

Bestimmung der Streckenlänge $\overline{B_nC_n}$ in Abhängigkeit von x :

$$\overline{B_nC_n} = (y_{C_n} - y_{B_n}) \text{ LE}$$

$$\overline{B_nC_n}(x) = [-0,2x^2 + 1,5x + 1 - (0,4x^2 - 1,8x - 4)] \text{ LE} \quad x \in \mathbb{R}; x \in]0; 6,74[$$

$$\overline{B_nC_n}(x) = (-0,2x^2 + 1,5x + 1 - 0,4x^2 + 1,8x + 4) \text{ LE}$$

$$\overline{B_nC_n}(x) = (-0,6x^2 + 3,3x + 5) \text{ LE}$$

Da die Punkte B_n und C_n dieselbe x-Koordinate haben, kann $\overline{B_nC_n}$ über die y-Koordinaten berechnet werden.

© **STARK Verlag**

www.stark-verlag.de
info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH
ist urheberrechtlich international geschützt.
Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung
des Rechteinhabers in irgendeiner Form
verwertet werden.

STARK