

2020 Training

Abschlussprüfung

**MEHR
ERFAHREN**

Realschule Bayern

Mathematik II/III

+ Ausführliche Lösungen
+ Hinweise und Tipps

LÖSUNGEN



STARK

Inhalt


Vorwort

Training Grundwissen	1
1 Grundwissen 5.–8. Klasse	1
2 Grundwissen 9. Klasse	34
2.1 Lineare Funktionen	34
2.2 Lineare Gleichungssysteme	43
2.3 Reelle Zahlen	50
2.4 Flächeninhalt ebener Figuren	53
2.5 Vierstreckensätze	69
2.6 Flächensätze am rechtwinkligen Dreieck	72
3 Grundwissen 10. Klasse	80
3.1 Quadratische Funktionen	80
3.2 Weitere Funktionen	91
3.3 Quadratische Gleichungen	98
3.4 Berechnungen am Kreis	109
3.5 Trigonometrie	112
3.6 Raumgeometrie	124
Komplexe Aufgaben	153
Quadratische Funktionen	153
Ebene Geometrie	163
Raumgeometrie	175
Aufgaben im Stil der Prüfung	187
Teil A	187
Teil B	189
Original-Abschlussprüfung	2019-1
Abschlussprüfung 2019	2019-1
Teil A	2019-1
Teil B	2019-6

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

dies ist das Lösungsbuch zu dem Band **Training Abschlussprüfung Realschule 2020 – Mathematik II/III – Bayern** (Bestell-Nr. 915111) und zur **Kombination aus Trainingsband und interaktivem Training** (Bestell-Nr. 91511ML). Es enthält zu allen Aufgaben von unseren Autoren ausgearbeitete Lösungen, die jeden Rechenschritt ausführlich erklären. Dabei wird besonderer Wert auf die Lösungsansätze und Vorüberlegungen gelegt. Zur Veranschaulichung und dem besseren Verständnis der Lösungen helfen dir zahlreiche Skizzen.

Versuche stets, jede Aufgabe zunächst selbstständig zu lösen, und dann deine Lösung mit den Lösungen im Buch zu vergleichen. Solltest du nicht weiterkommen, helfen dir die  **Hinweise und Tipps**. Hast du eine Aufgabe nicht richtig gelöst, ist es ganz wichtig, diese zu einem späteren Zeitpunkt noch einmal durchzurechnen. Durch das Üben wirst du dich sicher fühlen und kannst beruhigt in die Prüfung gehen.

Wir wünschen dir viel Erfolg!

Autoren: Markus Hochholzer, Markus Schmidl

Lösung der Original-Abschlussprüfung: Alois Einhauser



Lust auf gemeinsames Lernen im Team? Dann ist ein STARKplus-Kurs genau das Richtige für dich: Unter Anleitung erfahrener Tutoren wiederholst und übst du systematisch den gesamten prüfungsrelevanten Mathematikstoff.

Alle Infos zu den Kursorten und -terminen unter **www.stark-plus.de**.

Training Grundwissen

1 Grundwissen 5.–8. Klasse

1

$$a) \frac{3}{5} \stackrel{\cdot 8}{=} \frac{24}{40} \stackrel{\cdot 2}{=} \frac{12}{20}$$

$$b) \frac{49}{28} \stackrel{\cdot 7}{=} \frac{7}{4} \stackrel{\cdot 2}{=} 1 \frac{6}{8}$$

$$c) \frac{33ab}{121a} \stackrel{\cdot 11a}{=} \frac{3b}{11} \stackrel{\cdot 8c^2}{=} \frac{24bc^2}{88c^2}$$

$$d) \frac{12x^2y}{16x} \stackrel{\cdot 4x}{=} \frac{3xy}{4} \stackrel{\cdot 24x^2y}{=} \frac{72x^3y^2}{96x^2y}$$

Hinweise und Tipps

Zähler und Nenner mit dem Erweiterungsterm multiplizieren bzw. durch den Kürzungsterm dividieren

Erweitern mit 8 und anschließend kürzen mit 2
Beachte: Die Brüche sind wertgleich.

Kürzen mit 7 und anschließend erweitern mit 2

Kürzen mit 11a und anschließend erweitern mit 8c²

Kürzen mit 4x und anschließend erweitern mit 24x²y

2

$$a) \frac{36}{90} \stackrel{\cdot 18}{=} \frac{2}{5} \quad \text{oder:} \quad \frac{36}{90} \stackrel{\cdot 6}{=} \frac{6}{15} \stackrel{\cdot 3}{=} \frac{2}{5}$$

Das schrittweise Kürzen ist aufwendiger, aber oft einfacher.

$$b) \frac{55x^3y^2}{220x^5y} \stackrel{\cdot 55x^3y}{=} \frac{y}{4x^2} \quad \text{oder:} \quad \frac{55x^3y^2}{220x^5y} \stackrel{\cdot 11x^3y}{=} \frac{5y}{20x^2} \stackrel{\cdot 5}{=} \frac{y}{4x^2}$$

Das schrittweise Kürzen ist aufwendiger, aber oft einfacher.

$$\begin{aligned} c) \quad & \frac{95 \cdot 26 \cdot 55}{143 \cdot 25 \cdot 76} \\ &= \frac{95 \cdot \cancel{26}^2 \cdot \cancel{55}^{11}}{\cancel{143}^{11} \cdot \cancel{25}^5 \cdot 76} \\ &= \frac{\cancel{95}^{19} \cdot \cancel{2}^1 \cdot \cancel{11}^1}{11^1 \cdot \cancel{5}^1 \cdot \cancel{76}^{38}} \\ &= \frac{\cancel{19}^1}{\cancel{38}^2} \\ &= \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Hier empfiehlt es sich, schrittweise zu kürzen, um die Übersicht zu behalten.

$$\begin{aligned} d) \quad & \frac{5(a-b)^2}{0,5(a-b)(a+b)} \\ &= \frac{\cancel{5}^{10} (a-b) \cancel{(a-b)}}{\cancel{0,5}^1 \cdot \cancel{(a-b)}} (a+b) \\ &= \frac{10(a-b)}{(a+b)} \end{aligned}$$

Zähler und Nenner liegen als Produktterm vor.
Auch Faktoren wie (a – b) können gekürzt werden.
Beachte: 5 : 0,5 = 10

3 a) $\frac{11}{12} - \frac{2}{9} + \frac{2}{3}$ HN: 36

$$= \frac{11 \cdot 3}{12 \cdot 3} - \frac{2 \cdot 4}{9 \cdot 4} + \frac{2 \cdot 12}{3 \cdot 12}$$

$$= \frac{33}{36} - \frac{8}{36} + \frac{24}{36}$$

$$= \frac{33 - 8 + 24}{36}$$

$$= \frac{49}{36}$$

$$= 1 \frac{13}{36}$$

b) $\left(\frac{27}{4} - \frac{4}{3}\right) + \left(\frac{11}{16} - \frac{5}{8}\right)$

$$= \left(\frac{27 \cdot 3}{4 \cdot 3} - \frac{4 \cdot 4}{3 \cdot 4}\right) + \left(\frac{11}{16} - \frac{5 \cdot 2}{8 \cdot 2}\right)$$

$$= \left(\frac{81}{12} - \frac{16}{12}\right) + \left(\frac{11}{16} - \frac{10}{16}\right)$$

$$= \left(\frac{81-16}{12}\right) + \left(\frac{11-10}{16}\right)$$

$$= \frac{65}{12} + \frac{1}{16}$$

HN: 48

$$= \frac{65 \cdot 4}{12 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 3}{16 \cdot 3}$$

$$= \frac{260}{48} + \frac{3}{48}$$

$$= \frac{263}{48}$$

$$= 5 \frac{23}{48}$$

c) $12\frac{4}{5} - \left(4\frac{4}{7} + 3\frac{1}{2}\right) + 17\frac{1}{5}$

$$= 12\frac{4}{5} + 17\frac{1}{5} - \left(4\frac{4 \cdot 2}{7 \cdot 2} + 3\frac{1 \cdot 7}{2 \cdot 7}\right)$$

$$= 30 - \left(4\frac{8}{14} + 3\frac{7}{14}\right)$$

$$= 30 - 7\frac{15}{14}$$

$$= 30 - 8\frac{1}{14}$$

$$= 21\frac{13}{14}$$

d) $\frac{4}{3}b + \frac{1}{64}a^3 - \frac{1a^3}{24} + \frac{1b}{5} - \frac{11}{13}$

$$= \frac{4}{3}b + \frac{1b}{5} + \frac{1}{64}a^3 - \frac{1a^3}{24} - \frac{11}{13}$$

$$= \frac{4}{3}b + \frac{1}{5}b + \frac{1}{64}a^3 - \frac{1}{24}a^3 - \frac{11}{13}$$

Hinweise und Tipps

Bestimme den Hauptnenner (bzw. das kgV der Nenner) und erweitere die Brüche auf ihn.

Addiere bzw. subtrahiere nun die gleichnamigen Brüche.

Forme im Endergebnis den unechten Bruch in eine gemischte Zahl um.

Bestimme jeweils klammerweise den Hauptnenner und erweitere die Brüche in der Klammer auf den jeweiligen Hauptnenner.

Addiere bzw. subtrahiere die nun gleichnamigen Brüche in den Klammern.

Bestimme den Hauptnenner, erweitere und fasse die gleichnamigen Brüche zusammen.

Forme im Endergebnis den unechten Bruch in eine gemischte Zahl um.

Hier empfiehlt es sich, das Kommutativgesetz der Addition anzuwenden, um die bereits gleichnamigen Brüche zu ordnen und zusammenzufassen.


Das rechtzeitige Kürzen nicht vergessen

Bestimme jeweils die Hauptnenner der *gleichartigen* Summanden und erweitere.

Original-Abschlussprüfung

Abschlussprüfung 2019

Teil A

 Hinweise und Tipps

Aufgabe A 1.1

Berechnung von $\sphericalangle ACB$ mithilfe des Kosinussatzes im Dreieck ABC:

$$\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 - 2 \cdot \overline{AC} \cdot \overline{BC} \cdot \cos \sphericalangle ACB$$

$$\cos \sphericalangle ACB = \frac{\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 - \overline{AB}^2}{2 \cdot \overline{AC} \cdot \overline{BC}}$$

$$\cos \sphericalangle ACB = \frac{150^2 + 75^2 - 95^2}{2 \cdot 150 \cdot 75}$$

$$\sphericalangle ACB = 32^\circ$$

Aufgabe A 1.2

Berechnung von \overline{BM} im rechtwinkligen Dreieck MBC:

$$\sin \sphericalangle MCB = \frac{\overline{BM}}{\overline{BC}} \quad | \cdot \overline{BC}$$

$$\overline{BM} = \overline{BC} \cdot \sin \sphericalangle MCB \quad \text{mit } \sphericalangle MCB = \sphericalangle ACB$$

$$\overline{BM} = 75 \cdot \sin 32^\circ \text{ cm}$$

$$\overline{BM} = 39,7 \text{ cm}$$

Für die Diagonalenlänge \overline{BD} gilt dann:

$$\overline{BD} = 2 \cdot \overline{BM}$$

$$\overline{BD} = 2 \cdot 39,7 \text{ cm} = 79,4 \text{ cm}$$

Auf Ganze gerundet ergibt sich: $\overline{BD} = 79 \text{ cm}$

Berechnung des Flächeninhalts A des Drachenvierecks ABCD:

$$A = \frac{1}{2} \cdot \overline{AC} \cdot \overline{BD}$$

$$A = 0,5 \cdot 150 \cdot 79 \text{ cm}^2 = 5\,925 \text{ cm}^2$$

Man ermittelt zunächst die halbe Diagonalenlänge \overline{BM} .

Aufgabe A 1.3



33 %

Da die Diagonalenlänge \overline{BD} gleich bleibt und die Diagonalenlänge \overline{AC} von 150 cm auf 100 cm, also um $\frac{1}{3}$, verringert wird, gilt auch für die Fläche, dass sie sich um $\frac{1}{3}$ verringert, also um 33 % (eigentlich um $33,\overline{3} \%$).

oder:

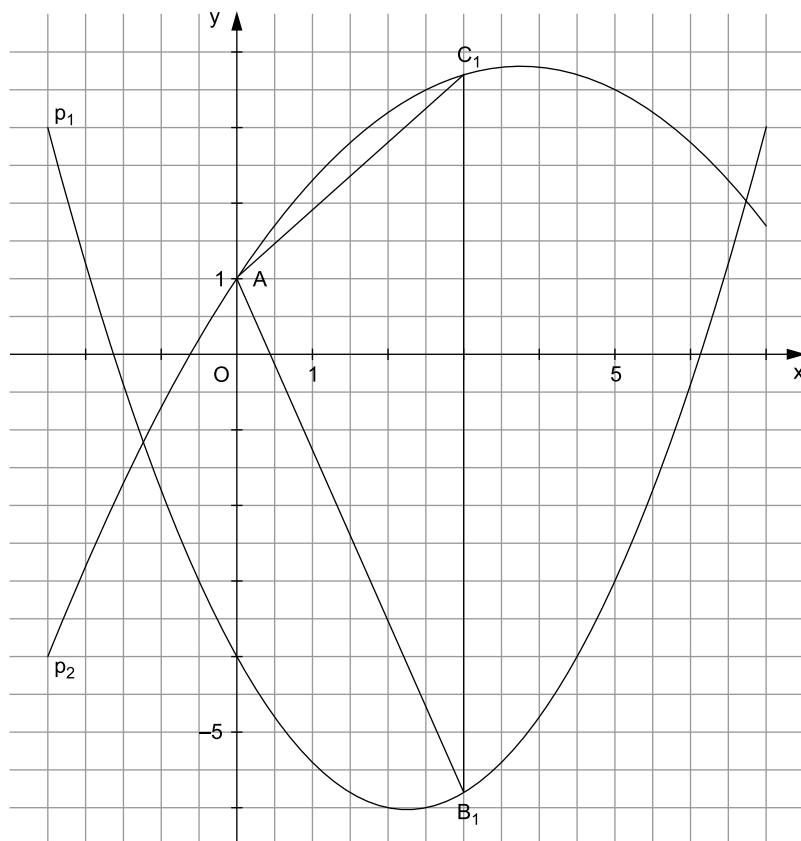
Für den Flächeninhalt A_{neu} mit verkürzter Diagonale gilt:

$$A_{\text{neu}} = \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 79 \text{ cm}^2 = 3\,950 \text{ cm}^2$$

Prozentuale Verringerung:

$$\frac{A - A_{\text{neu}}}{A} = \frac{5\,925 \text{ cm}^2 - 3\,950 \text{ cm}^2}{5\,925 \text{ cm}^2} \cdot 100 \% = 33,\overline{3} \%$$

Aufgabe A 2.0



Aufgabe A 2.1

Einzeichnen des Dreiecks AB_1C_1 für $x=3$

- $A(0 | 1)$ ist fest.
- B_1 hat die x -Koordinate $x=3$ und liegt auf p_1 , also $B_1(3 | -5,8)$.
- C_1 hat ebenfalls die x -Koordinate $x=3$ und liegt auf p_2 , also $C_1(3 | 3,7)$.

Bestimmung der Streckenlänge $\overline{B_n C_n}$ in Abhängigkeit von x :

$$\overline{B_n C_n} = (y_{C_n} - y_{B_n}) \text{ LE}$$

$$\overline{B_n C_n}(x) = [-0,2x^2 + 1,5x + 1 - (0,4x^2 - 1,8x - 4)] \text{ LE} \quad x \in \mathbb{R}; x \in]0; 6,74[$$

$$\overline{B_n C_n}(x) = (-0,2x^2 + 1,5x + 1 - 0,4x^2 + 1,8x + 4) \text{ LE}$$

$$\overline{B_n C_n}(x) = (-0,6x^2 + 3,3x + 5) \text{ LE}$$

Da die Punkte B_n und C_n dieselbe x -Koordinate haben, kann $\overline{B_n C_n}$ über die y -Koordinaten berechnet werden.



© **STARK Verlag**

www.stark-verlag.de
info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH
ist urheberrechtlich international geschützt.
Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung
des Rechteinhabers in irgendeiner Form
verwertet werden.

STARK