

2020

Zentrale Prüfung

Original-Prüfungen
mit Lösungen

**MEHR
ERFAHREN**

Gymnasium

Mathematik



STARK

Inhalt

Vorwort
Stichwortverzeichnis

Hinweise zur Zentralen Prüfung

Aufbau der Prüfung und zugelassene Hilfsmittel	I
Fachliche Kompetenzen	II
Leistungsanforderungen	III
Methodische Hinweise und allgemeine Tipps zur schriftlichen Prüfung	III

Zentrale Prüfungen

Zentrale Prüfung 2013	2013-1
Hinweise und Tipps	2013-6
Lösung	2013-9
Zentrale Prüfung 2014	2014-1
Hinweise und Tipps	2014-6
Lösung	2014-9
Zentrale Prüfung 2015	2015-1
Hinweise und Tipps	2015-7
Lösung	2015-9
Zentrale Prüfung 2016	2016-1
Hinweise und Tipps	2016-6
Lösung	2016-8
Zentrale Prüfung 2017	2017-1
Hinweise und Tipps	2017-6
Lösung	2017-8
Zentrale Prüfung 2018	2018-1
Hinweise und Tipps	2018-6
Lösung	2018-8
Zentrale Prüfung 2019	2019-1
Hinweise und Tipps	2019-7
Lösung	2019-9

Jeweils im Herbst erscheinen die neuen Ausgaben
der Zentralen Prüfung mit Lösungen.

Autoren der Lösungen:

Jürgen Gurok: Lösungen zu den Prüfungsaufgaben 2015, 2016, 2018
Dr. Detlef Launert: Lösungen zu den Prüfungsaufgaben 2013, 2014, 2017, 2019

Vorwort

Liebe Schülerinnen und Schüler,

zum Abschluss der 10. Klasse sind Sie verpflichtet, an den **Zentralen Prüfungen am Ende der Jahrgangsstufe 10** teilzunehmen. Im Fach Mathematik findet die Prüfung im Schuljahr 2019/2020 am **29. April 2020** statt.

Das vorliegende Übungsbuch bereitet Sie **optimal auf die Prüfung im Fach Mathematik** vor. Alle für die Prüfung relevanten mathematischen Inhalte können mit den in diesem Buch enthaltenen originalen Prüfungsaufgaben der Jahre 2013 bis 2019 eingeübt und gefestigt werden. Zu diesem Zweck hält das Buch für Sie bereit:

- Zu allen Aufgaben **vollständige, ausführlich kommentierte Lösungen**
- Hilfreiche **Hinweise und Tipps**
- Ausführliches **Stichwortverzeichnis** zum schnellen Auffinden aller wichtigen Fachbegriffe und zur Unterstützung bei der gezielten thematischen Erarbeitung des Prüfungsstoffs

Die Hinweise und Tipps direkt vor den Lösungen einer Aufgabe sollen Ihnen „auf den richtigen Weg“ verhelfen, wenn Sie einmal Probleme mit dem Lösen einer Aufgabe haben. Sie sind ebenso wie zusätzliche Hinweise und Erklärungen in den Lösungen durch **graue Symbole** am Seitenrand gekennzeichnet. Sie sollten aber nur dann auf diese Hinweise zurückgreifen, wenn Ihnen das selbstständige Lösen der Aufgaben nicht gelingen sollte.

Den genauen Aufbau der Prüfung 2020 können Sie den Hinweisen zur Zentralen Prüfung auf den Seiten I bis VII entnehmen.

Sollten nach Erscheinen dieses Bandes wichtige Änderungen in der Zentralen Prüfung 2020 vom Landesinstitut für Schule und Medien Berlin-Brandenburg bekannt gegeben werden, finden Sie aktuelle Informationen dazu im Internet unter:
www.stark-verlag.de/pruefung-aktuell

Die Autoren dieses Buches wünschen Ihnen sowohl für die Vorbereitung als auch für die Prüfung viel Erfolg!

Leistungsanforderungen

Die bei der Bewertung zu verteilenden Punkte sind bei jeder Teilaufgabe in der Aufgabenstellung vermerkt. Für die Erteilung der Punkte bei der Korrektur spielt die Lösung und ihre Darstellung eine große Rolle. Der Lösungsweg muss klar erkennbar und nachvollziehbar sein.

Folgende Kriterien sind zu berücksichtigen:

- Mathematische Symbole werden richtig verwendet.
- Dargestellte Größen werden in der richtigen Einheit verwendet.
- Geometrische Konstruktionen und Zeichnungen sind mit angemessener Genauigkeit sauber auf weißem Papier ausgeführt.
- Lösungswege sind erkennbar dargestellt und Ergebnisse deutlich hervorgehoben. (Bei Textaufgaben sollte man das Ergebnis in Form eines Antwortesatzes darstellen.)
- Es findet sich ein sauberes und ordentliches Schriftbild. (Unleserliche Teile der Arbeit können unter Umständen nicht bewertet werden!)

Ihre Note ergibt sich nach folgendem Bewertungsschlüssel:

Note	1	2	3	4	5	6
%	$\geq 94\%$	$\geq 76\%$	$\geq 64\%$	$\geq 50\%$	$\geq 16\%$	darunter

Methodische Hinweise und allgemeine Tipps zur schriftlichen Prüfung

Vorbereitung auf die Prüfung

Viele Generationen von Schülern haben sich schon mit Prüfungen befassen müssen. Immer wieder war die Frage „Wie bereite ich mich auf eine Prüfung zweckmäßig vor?“ von großer Bedeutung. Aus den Erfahrungen der vielen Jahre haben sich einige wesentliche Schwerpunkte zur Beantwortung dieser Frage ergeben, die im Folgenden dargestellt und erläutert werden.

1. Psychologische Voraussetzung, um erfolgreich zu sein

- Welche Einstellung zum Fach haben Sie? Eine erste Voraussetzung für Erfolge beim Lernen ist eine positive Sichtweise, man muss das Fach Mathematik deshalb nicht gleich zum Lieblingsfach erklären, aber eine totale Ablehnung ist nicht hilfreich.
- Gehen Sie mit Selbstvertrauen an die Arbeit. Wer sich langfristig vorbereitet hat, muss keine Angst haben.
- Seien Sie bereit zu lernen und zu arbeiten; ohne Anstrengung wird man kein Ziel erreichen.
- Überschätzen Sie sich aber auch nicht unter dem Motto „Ich kann schon alles!“. Wer so denkt, kann bei ungenügender Vorbereitung später einen Einbruch erleben.

2. Beginnen Sie mit der Prüfungsvorbereitung rechtzeitig.

- Eine langfristige Vorbereitung sollte sich möglichst auf das ganze 10. Schuljahr verteilen.
- Die „heiße Phase“ sollte dann etwa 12 Wochen vor der Prüfung beginnen.
- Vermeiden Sie unbedingt eine „Hau-Ruck“-Aktion, in der sich die Vorbereitungsphase auf die letzten drei Tage vor dem Prüfungstermin beschränkt.
- Die Themengebiete, die Sie als besonders problematisch empfinden, sollten Sie rechtzeitig und immer wiederholend in Angriff nehmen.
- Stellen Sie einen Zeitplan auf, in dem deutlich wird, wann welches Thema abgearbeitet werden soll.

3. Unterlagen organisieren

Für die Prüfungsvorbereitung ist es ratsam, einen Extraordner anzulegen. Dann haben Sie alle wichtigen Informationen stets zur Hand und vertrödeln keine Zeit mit aufwendigen Suchereien. Neben den schon bearbeiteten Themen sollte dieser Ordner auch alle noch zu lösenden Probleme und aufgetretene, noch nicht beantwortete Fragen beinhalten.

4. Wiederholung lieber „etappenweise“

Um bestimmte Themen zu vertiefen, ist ein ständiges Wiederholen und Üben sinnvoll. Dazu sollen auch die in diesem Buch veröffentlichten Aufgaben ihren Beitrag leisten. Es ist weniger sinnvoll, alle Übungsaufgaben mit einem einzigen Kraftakt zu lösen. Wohl portioniert und nach Sachthemen geordnet übt man sinnvoller. Am Ende aller Vorbereitungen kann man im gegebenen Zeitrahmen eine Prüfung vollständig als „Generalprobe“ bearbeiten.

5. Welche wichtigen Sätze, Definitionen und Regeln sollten Sie (evtl. auch auswendig) kennen?

Dabei sollten Sie sich auf ein Mindestmaß beschränken. An dieser Stelle erkunden Sie am besten auch, welche dieser Informationen im Nachschlagewerk zu finden sind. In diesem wichtigen Hilfsmittel muss man sich unbedingt gut auskennen. Wer bei der Prüfung sein Tafelwerk zum ersten Mal in die Hand nimmt, wird damit keine großen Erfolge haben.

6. Lernen nach dem „Ich-du-wir“-Prinzip

1. Schritt: Ich mache das so!

- eigenständiges Auseinandersetzen mit der Thematik, Kernideen finden; dabei erste Schritte der Lösungsfindung
- in dieser Phase liegt der Schwerpunkt auf dem Anknüpfen an Vorwissen
- man muss nicht unbedingt zur vollständigen Lösung gelangen, Irrwege sind nicht auszuschließen, aber besser jetzt als zu spät

2. Schritt: Wie machst du es?

- Kontakte mit den Mitschülern herstellen und fragen: Wie hast du die Aufgabe gelöst?
- Nachvollziehen der Gedanken und Ideen anderer Schüler
- Vorstellen der eigenen Lösungsgedanken, dies fördert auch die Kompetenz im Argumentieren

3. Schritt: Das machen wir ab!

- Die Ergebnisse der Du-Phase anderen Mitschülern (oder gar der ganzen Klasse?) vorstellen, vergleichen, diskutieren, jetzt kann die vollständige Lösung formuliert werden; vielleicht ergeben sich auch mehrere Lösungswege, was unseren Horizont erweitert.

Bearbeitung der Prüfung

Um mathematische Probleme erfolgreich zu bewältigen haben sich im Laufe der Zeit vier Schritte zur Durchführung entwickelt:

1. Schritt: Verstehen des Problems

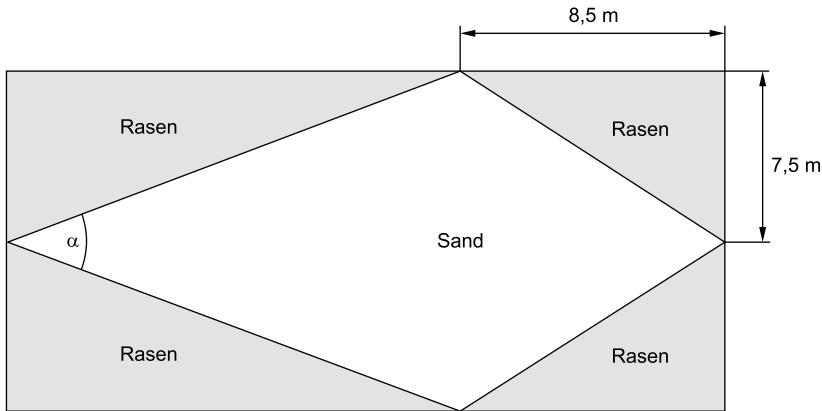
- Was ist bekannt?
- Welche Daten sind gegeben?
- Findet man in der Aufgabenstellung die Frage(n), um die es geht?
- Welche Bedingungen sind zu beachten?
- Sind die in der Aufgabenstellung enthaltenen Informationen vollständig oder fehlen welche? Sind auch Informationen überflüssig oder sogar widersprüchlich?

- b) Die Parabel f wird zwei Einheiten in positive x -Richtung und drei Einheiten in negative y -Richtung verschoben.
 Geben Sie die Funktionsgleichung der verschobenen Parabel in Normalform an. 2
- c) Berechnen Sie die Parameter b und c der Parabel h mit $h(x) = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$. 3
- d) Die Parabeln f und h schneiden sich im Punkt $P(2 | 2,5)$.
 Berechnen Sie den Abstand des Punktes P vom Koordinatenursprung. $\frac{2}{11}$

Aufgabe 3: Spielplatz

In einem Kindergarten soll ein neuer Spielplatz angelegt werden. Dafür steht ein rechteckiges Grundstück von 30 m Länge und 15 m Breite zur Verfügung.
 Eine Fläche in Form eines Drachenvierecks soll mit hellem Sand einen halben Meter dick aufgefüllt werden. Auf den Restflächen wird Rasen angesät.

Folgende Planskizze steht zur Verfügung:



(Skizze nicht maßstabsgerecht)

- a) Fertigen Sie eine Zeichnung im Maßstab 1 : 250 an. 2
- b) Sand- und Rasenflächen sollen durch Bordsteine voneinander getrennt werden.
 Jeder Bordstein hat eine Länge von 1 m.
 Berechnen Sie, wie viele Bordsteine benötigt werden, wenn die beim Zuschnitt anfallenden Reststücke nicht weiterverwendet werden. 3
- c) Bestimmen Sie den prozentualen Anteil der Rasenfläche am gesamten Spielplatz.
 Berechnen Sie, wie viel Kubikmeter heller Sand benötigt werden. 3
- d) Ermitteln Sie rechnerisch die Größe des Winkels α . $\frac{2}{10}$

Nun vergleicht man den Scheitelpunkt S(-1 | -2) aus der Abbildung mit den allgemeinen Koordinaten:

$$\Rightarrow -b = -1 \quad \text{und} \quad -\frac{1}{2}b^2 + c = -2 \quad \text{mit} \quad b = 1$$

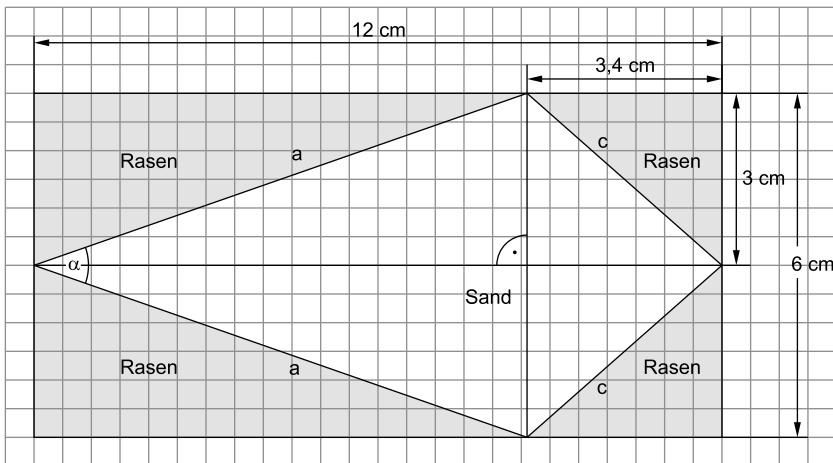
$$\underline{\underline{b = 1}} \qquad \qquad \underline{\underline{-\frac{1}{2} + c = -2}}$$

$$\underline{\underline{c = -\frac{3}{2}}}$$

- d) Aus der Abbildung (siehe Teilaufgabe a) erkennt man, dass sich der Abstand mithilfe eines rechtwinkligen Dreiecks und des Satzes des Pythagoras bestimmen lässt. Die Seitenlängen ergeben sich aus den Koordinaten von P.

$$d = \sqrt{x_p^2 + y_p^2} = \sqrt{2^2 + 2,5^2} \approx 3,20$$

3. a) $30 \text{ m} : 250 = 0,12 \text{ m} = 12 \text{ cm}$
 $15 \text{ m} : 250 = 0,06 \text{ m} = 6 \text{ cm}$
 $8,5 \text{ m} : 250 = 0,034 \text{ m} = 3,4 \text{ cm}$
 $7,5 \text{ m} : 250 = 0,03 \text{ m} = 3 \text{ cm}$



Anmerkung: Aufgrund von Platzmangel ist die Abbildung hier nicht maßstabsgerecht wiedergegeben. In der Prüfung müssen Sie jedoch genau die errechneten Längen in cm einzeichnen!

- b) Es müssen insgesamt vier Streckenlängen bestimmt werden. Zwei Strecken haben jedoch aufgrund der Symmetrie der Figur jeweils die gleiche Länge. Die beiden gesuchten Seiten a und c sind jeweils die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks.

Mit dem Satz des Pythagoras folgt:

$$a = \sqrt{(30 \text{ m} - 8,5 \text{ m})^2 + (7,5 \text{ m})^2} = \sqrt{(21,5 \text{ m})^2 + (7,5 \text{ m})^2} \approx 22,77 \text{ m}$$

$$c = \sqrt{(8,5 \text{ m})^2 + (7,5 \text{ m})^2} \approx 11,34 \text{ m}$$

Da anfallende Reststücke nicht weiterverwendet werden und jeder Bordstein 1 m lang ist, werden beide Ergebnisse auf Meter aufgerundet. Pro „angebrochenem“ Meter benötigt man einen Bordstein.

$$\text{ANZ} = 2 \cdot a + 2 \cdot c = 2 \cdot 23 + 2 \cdot 12 = 70$$

Es werden 70 Bordsteine benötigt.

c) Die Fläche des Spielplatzes ist ein Rechteck.

$$A_{\text{Spielplatz}} = \ell \cdot b = 30 \text{ m} \cdot 15 \text{ m} = 450 \text{ m}^2$$

Die Rasenfläche setzt sich aus vier Dreiecken zusammen, von denen zwei jeweils den gleichen Flächeninhalt haben. Da die Dreiecke zudem rechtwinklig sind, entspricht eine gegebene Seitenlänge der Grundseite und die andere Seitenlänge der Höhe des jeweiligen Dreiecks.

$$A_{\text{Rasen}} = 2 \cdot A_{\Delta_1} + 2 \cdot A_{\Delta_2} = 2 \cdot \frac{1}{2} g_1 h_{g_1} + 2 \cdot \frac{1}{2} g_2 h_{g_2}$$

$$= 7,5 \text{ m} \cdot (30 \text{ m} - 8,5 \text{ m}) + 7,5 \text{ m} \cdot 8,5 \text{ m}$$

$$= 7,5 \text{ m} \cdot 21,5 \text{ m} + 63,75 \text{ m} = 225 \text{ m}^2$$

$$\frac{A_{\text{Rasen}}}{A_{\text{Spielplatz}}} = \frac{225 \text{ m}^2}{450 \text{ m}^2} = 0,5$$

Der Rasen nimmt 50 % der Gesamtfläche des Spielplatzes ein.

Die Fläche, die mit Sand aufgefüllt werden soll, ist genauso groß wie die gesamte Rasenfläche. Die Füllhöhe des Sandes entnimmt man der Aufgabenstellung.

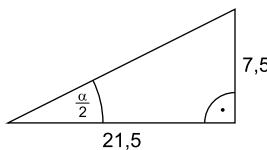
$$V = A \cdot h = 225 \text{ m}^2 \cdot 0,5 \text{ m} = 112,5 \text{ m}^3$$

Es werden 112,5 m³ Sand benötigt.

d) $\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \frac{7,5 \text{ m}}{21,5 \text{ m}}$

$$\frac{\alpha}{2} = \tan^{-1} \left(\frac{7,5}{21,5} \right)$$

$$\frac{\alpha}{2} \approx 19,23^\circ \quad \Rightarrow \quad \underline{\underline{\alpha \approx 38,46^\circ}}$$



4. a) Das Gesamtvolumen verteilt sich auf drei baugleiche Speicher:
 $600\,000 \text{ l} : 3 = 200\,000 \text{ l} = 200\,000 \text{ dm}^3 = 200 \text{ m}^3$



© **STARK Verlag**

www.stark-verlag.de
info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH
ist urheberrechtlich international geschützt.
Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung
des Rechteinhabers in irgendeiner Form
verwertet werden.

STARK