

# Inhaltsverzeichnis

---

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Funktionenbegriff</b>	<b>5</b>
2.1	Abbildungen und Graphen . . . . .	5
2.2	Funktionen . . . . .	6
2.3	Definitionsbereich und Bildbereich . . . . .	8
2.4	Ausgewählte Funktionen . . . . .	8
2.4.1	Potenzen . . . . .	9
2.4.2	Polynome . . . . .	9
2.4.3	Exponentialfunktion . . . . .	10
2.4.4	Logarithmen . . . . .	11
2.4.5	Trigonometrische Funktionen . . . . .	14
2.5	Zusammenfassung . . . . .	18
<b>3</b>	<b>Ableitungen</b>	<b>20</b>
3.1	Veranschaulichung . . . . .	20
3.1.1	Bildliche Vorstellung . . . . .	20
3.1.2	Betrachtung des Vorzeichens . . . . .	21
3.2	Mathematische Definition . . . . .	22
3.2.1	Steigung einer Geraden . . . . .	22
3.2.2	Erste Ableitung als Grenzwert . . . . .	24
3.3	Ableitung eines Polynomes . . . . .	27
3.3.1	Monome . . . . .	27
3.3.2	Polynome . . . . .	28
3.4	Allgemeine Ableitungsregeln . . . . .	29
3.4.1	Faktorenregel . . . . .	29
3.4.2	Summenregel . . . . .	29
3.4.3	Produktregel . . . . .	30
3.4.4	Quotientenregel . . . . .	31
3.4.5	Kettenregel . . . . .	33
3.5	Ableitung weiterer Funktionen . . . . .	35
3.5.1	Wurzel . . . . .	35
3.5.2	Exponentialfunktion und natürlicher Logarithmus . . . . .	37
3.5.3	Trigonometrische Funktionen . . . . .	40
3.6	Höhere Ableitungen . . . . .	44
3.6.1	Rechenregeln . . . . .	44
3.6.2	Deutung der ersten und zweiten Ableitung . . . . .	45
3.7	Zusammenfassung . . . . .	46

<b>4 Nullstellen</b>	<b>48</b>
4.1 Fragestellung und Ansatz . . . . .	48
4.2 Polynome . . . . .	49
4.2.1 Quadratische Funktionen ( <i>pq</i> -Formel) . . . . .	49
4.2.2 Polynome höherer Ordnung . . . . .	51
4.3 Potenzfunktionen und Logarithmen . . . . .	53
4.4 Trigonometrische Funktionen . . . . .	54
4.5 Numerische Verfahren . . . . .	55
4.6 Schnittpunkte und Berührpunkte . . . . .	55
4.7 Zusammenfassung . . . . .	56
<b>5 Schritte der Kurvendiskussion</b>	<b>58</b>
5.1 Benötigte Ableitungen . . . . .	58
5.2 Definitionsbereich . . . . .	58
5.2.1 Division durch Null . . . . .	59
5.2.2 Wurzeln und Logarithmen . . . . .	60
5.2.3 Sonderfall »Kürzen« . . . . .	61
5.2.4 Zusammenfassung . . . . .	61
5.3 Symmetrie . . . . .	61
5.4 Achsenabschnitte . . . . .	64
5.5 Monotonie . . . . .	65
5.5.1 Veranschaulichung . . . . .	65
5.5.2 Einfache und strenge Monotonie . . . . .	66
5.5.3 Bestimmung monotoner Intervalle . . . . .	67
5.6 Extrempunkte und Sattelpunkte . . . . .	70
5.6.1 Notwendige Bedingung . . . . .	71
5.6.2 Hinreichende Bedingung . . . . .	72
5.6.3 Zusammenfassung . . . . .	77
5.7 Wendepunkte . . . . .	77
5.8 Grenzwerte und asymptotisches Verhalten . . . . .	81
5.8.1 Monome . . . . .	81
5.8.2 Polynome . . . . .	84
5.8.3 Gebrochen rationale Funktionen . . . . .	86
5.8.4 Grenzwerte an undefinierten Funktionswerten . . . . .	94
5.9 Bildbereich . . . . .	95
5.10 Graph . . . . .	96
5.11 Lösungsschema . . . . .	98
<b>6 Übungsaufgaben</b>	<b>100</b>
6.1 Ableitungen . . . . .	100
6.1.1 Polynome . . . . .	100
6.1.2 Gebrochen rationale Funktionen . . . . .	101
6.1.3 Sonstige Funktionen . . . . .	102

6.2 Kurvendiskussion . . . . .	103
6.2.1 Polynome . . . . .	103
6.2.2 Gebrochen rationale Funktionen . . . . .	104
6.2.3 Exponentialfunktionen . . . . .	104
<b>7 Lösungen</b>	<b>105</b>
<b>Index</b>	<b>145</b>