

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Funktionenbegriff	5
2.1	Abbildungen und Graphen	5
2.2	Funktionen	6
2.3	Definitionsbereich und Bildbereich	8
2.4	Ausgewählte Funktionen	8
2.4.1	Potenzen	9
2.4.2	Polynome	9
2.4.3	Exponentialfunktion	10
2.4.4	Logarithmen	11
2.4.5	Trigonometrische Funktionen	14
2.5	Zusammenfassung	18
3	Ableitungen	20
3.1	Veranschaulichung	20
3.1.1	Bildliche Vorstellung	20
3.1.2	Betrachtung des Vorzeichens	21
3.2	Mathematische Definition	22
3.2.1	Steigung einer Geraden	22
3.2.2	Erste Ableitung als Grenzwert	24
3.3	Ableitung eines Polynomes	27
3.3.1	Monome	27
3.3.2	Polynome	28
3.4	Allgemeine Ableitungsregeln	29
3.4.1	Faktorenregel	29
3.4.2	Summenregel	29
3.4.3	Produktregel	30
3.4.4	Quotientenregel	31
3.4.5	Kettenregel	33
3.5	Ableitung weiterer Funktionen	35
3.5.1	Wurzel	35
3.5.2	Exponentialfunktion und natürlicher Logarithmus	37
3.5.3	Trigonometrische Funktionen	40
3.6	Höhere Ableitungen	44
3.6.1	Rechenregeln	44
3.6.2	Deutung der ersten und zweiten Ableitung	45
3.7	Zusammenfassung	46

4	Nullstellen	48
4.1	Fragestellung und Ansatz	48
4.2	Polynome	49
4.2.1	Quadratische Funktionen (pq -Formel)	49
4.2.2	Polynome höherer Ordnung	51
4.3	Potenzfunktionen und Logarithmen	53
4.4	Trigonometrische Funktionen	54
4.5	Numerische Verfahren	55
4.6	Schnittpunkte und Berührungspunkte	55
4.7	Zusammenfassung	56
5	Schritte der Kurvendiskussion	58
5.1	Benötigte Ableitungen	58
5.2	Definitionsbereich	58
5.2.1	Division durch Null	59
5.2.2	Wurzeln und Logarithmen	60
5.2.3	Sonderfall »Kürzen«	61
5.2.4	Zusammenfassung	61
5.3	Symmetrie	61
5.4	Achsenabschnitte	64
5.5	Monotonie	65
5.5.1	Veranschaulichung	65
5.5.2	Einfache und strenge Monotonie	66
5.5.3	Bestimmung monotoner Intervalle	67
5.6	Extrempunkte und Sattelpunkte	70
5.6.1	Notwendige Bedingung	71
5.6.2	Hinreichende Bedingung	72
5.6.3	Zusammenfassung	77
5.7	Wendepunkte	77
5.8	Grenzwerte und asymptotisches Verhalten	81
5.8.1	Monome	81
5.8.2	Polynome	84
5.8.3	Gebrochen rationale Funktionen	86
5.8.4	Grenzwerte an undefinierten Funktionswerten	94
5.9	Bildbereich	95
5.10	Graph	96
5.11	Lösungsschema	98
6	Übungsaufgaben	100
6.1	Ableitungen	100
6.1.1	Polynome	100
6.1.2	Gebrochen rationale Funktionen	101
6.1.3	Sonstige Funktionen	102

6.2	Kurvendiskussion	103
6.2.1	Polynome	103
6.2.2	Gebrochen rationale Funktionen	104
6.2.3	Exponentialfunktionen	104
7	Lösungen	105
	Index	145