

2020

Lehrplan**PLUS**

FOS · BOS 12

Fachabitur-Prüfung
mit Lösungen

**MEHR
ERFAHREN**

Bayern

Mathematik N

+ Aufgaben im Stil der Abiturklausuren

ActiveBook
• Interaktives
Training



STARK

Inhaltsverzeichnis

Vorwort

Stichwortverzeichnis

Hinweise und Tipps zur schriftlichen Abiturprüfung

1	Aufgabe der Beruflichen Oberschule	I
2	Die schriftliche Fachabiturprüfung in Mathematik	II
3	Arbeit mit diesem Buch	III
4	Inhalte und Schwerpunktthemen	IV
5	Operatoren	VI
6	Methodische Hinweise und allgemeine Tipps zur schriftlichen Prüfung	VII

Übungsaufgaben mit Exponentialfunktionen

Aufgabe 1:	Kurvendiskussion	Ü-1
Aufgabe 2:	Temperatur	Ü-6
Aufgabe 3:	Borkenkäfer	Ü-8
Aufgabe 4:	CO ₂ -Emission	Ü-11
Aufgabe 5:	Mehlwürmer	Ü-16
Aufgabe 6:	Verkehrsdichte	Ü-19
Aufgabe 7:	Laktatkonzentration	Ü-23

Musterprüfungen zum Fachabitur ab 2019

Musterprüfung I

Teil 1, Analysis I (ohne Hilfsmittel)	M-1
Teil 1, Stochastik I (ohne Hilfsmittel)	M-8

Teil 2, Analysis I (mit Hilfsmitteln)	M-12
Teil 2, Stochastik I (mit Hilfsmitteln)	M-23
Musterprüfung II	
Teil 1, Analysis II (ohne Hilfsmittel)	M-30
Teil 1, Stochastik II (ohne Hilfsmittel)	M-37
Teil 2, Analysis II (mit Hilfsmitteln)	M-41
Teil 2, Stochastik II (mit Hilfsmitteln)	M-51

Original-Fachabituraufgaben

Fachabitur 2017 (Nichttechnische Ausbildungsrichtungen)

Analysis A I	2017-1
Analysis A II	2017-13
Stochastik S I	2017-25
Stochastik S II	2017-35

Fachabitur 2018 (Nichttechnische Ausbildungsrichtungen)

Analysis A I	2018-1
Analysis A II	2018-12
Stochastik S I	2018-23
Stochastik S II	2018-31

Fachabitur 2019 (Nichttechnische Ausbildungsrichtungen)

Teil 1, Analysis (ohne Hilfsmittel)	2019-1
Teil 1, Stochastik (ohne Hilfsmittel)	2019-8
Teil 2, Analysis I (mit Hilfsmitteln)	2019-13
Teil 2, Analysis II (mit Hilfsmitteln)	2019-24
Teil 2, Stochastik I (mit Hilfsmitteln)	2019-35
Teil 2, Stochastik II (mit Hilfsmitteln)	2019-43

Autoren

Musterprüfungen und Lösungen zu den Original-Fachabituraufgaben (Nichttechnik):
StD Friedrich Schmidt und StD Georg Ott

Lösungen zu den Original-Fachabituraufgaben (Technik) im Übungsteil:
StD Harald Krauß (2015), OStR Wolfgang Hager (2016)

Lösungen zu den Original-Abituraufgaben (Nichttechnik) im Übungsteil:
StD Dieter Pratsch

Digitales Übungsmaterial zu diesem Buch



Ihr Coach zum Erfolg: Mit dem **interaktiven Training zum hilfsmittelfreien Teil des Fachabiturs** lösen Sie online Aufgaben, die speziell auf diesen Prüfungsteil zugeschnitten sind. Am besten gleich ausprobieren!

Ausführliche Infos inkl. Zugangscode finden Sie auf den Farbseiten vorne in diesem Buch.

Sitzen alle mathematischen Begriffe? Im interaktiven Training und unter www.stark-verlag.de/mathematik-glossar/ finden Sie ein **kostenloses Glossar** zum schnellen Nachschlagen aller wichtigen Definitionen mitsamt hilfreicher Abbildungen und Erläuterungen.

Weitere STARK-Angebote zur Vorbereitung auf das Fachabitur (Nichttechnik)



Einen systematischen Leitfaden durch alle Inhalte des bayrischen Mathematik-Fachabiturs in den nichttechnischen Ausbildungsrichtungen finden Sie im „**Abitur-Skript**, Mathematik, Fachabitur Bayern, FOS/BOS 12 Nichttechnik“ (Bestell-Nr. 9200S2).



Lust auf gemeinsames Lernen im Team?

Dann ist ein **STARKplus-Kurs** genau das Richtige für Sie: Unter Anleitung erfahrener Tutoren wiederholen und üben Sie systematisch den gesamten prüfungsrelevanten Mathematikstoff. Alle Infos zu den Kursorten und -terminen unter www.stark-plus.de.

Vorwort

Liebe Schülerinnen und Schüler,

das vorliegende Buch bietet Ihnen die Möglichkeit, sich optimal und zielgerichtet auf die **Fachabiturprüfung in Mathematik** vorzubereiten. Zugleich können Sie es als **unterrichtsbegleitendes Übungsbuch** einsetzen, das Sie bei der systematischen Vorbereitung auf Schulaufgaben im Fach Mathematik unterstützt.

- Das Buch enthält die **offiziellen schriftlichen Prüfungsaufgaben zum Erwerb der Fachhochschulreife** (Nichttechnik) der letzten Jahre.
- Die beiden **Musterprüfungen** entsprechen der neuen Form der Fachabiturprüfung, wie sie seit 2019 gestellt wird.
- Ein **Übungsteil zu Exponentialfunktionen**, die 2019 als Schwerpunktthema in der Fachabiturprüfung ergänzt wurden, enthält prüfungsrelevante Aufgaben.
- Das **Stichwortverzeichnis** erlaubt Ihnen die gezielte Suche nach bestimmten Begriffen und Inhalten in den Fachabiturprüfungen (Nichttechnik).

Allen Aufgaben folgen **vollständige Lösungsvorschläge**. Zwischen der Angabe und den Lösungen sind zusätzlich für jede Teilaufgabe separate **Lösungshinweise** eingefügt. Sie erleichtern Ihnen das selbstständige Lösen der Aufgaben, indem Sie Denkansätze zur Lösung liefern, wenn Sie einmal beim Bearbeiten der Aufgaben ins Stocken geraten.

Sollten nach Erscheinen dieses Bandes noch wichtige Änderungen in der Fachabiturprüfung 2020 (Nichttechnik) vom Bayerischen Staatsministerium für Unterricht und Kultus bekannt gegeben werden, finden Sie aktuelle Informationen dazu im Internet unter www.stark-verlag.de/pruefung-aktuell.

Wir hoffen, dass Sie sich mithilfe dieser Aufgabensammlung sehr gut auf die bevorstehende Fachabiturprüfung vorbereiten können, und wünschen Ihnen viel Erfolg!

Friedrich Schmidt
Georg Ott

2 Die schriftliche Fachabiturprüfung in Mathematik

2.1 Aufbau und Auswahl der Prüfungsaufgaben

Die Aufgaben werden einheitlich vom Bayerischen Staatsministerium für Unterricht und Kultus gestellt. Die Prüfung ist in zwei Teile gegliedert:

- Teil 1: Die Bearbeitung erfolgt ohne Verwendung von Hilfsmitteln.
Die Bearbeitungszeit beträgt 60 Minuten.
- Teil 2: Die Bearbeitung erfolgt unter Verwendung von Hilfsmitteln (siehe Abschnitt 2.3). Die Bearbeitungszeit beträgt 120 Minuten.

Zwischen den beiden Prüfungsteilen ist eine Pause von 30 Minuten.

Jeder Teil setzt sich aus den beiden Aufgabengruppen A (Analysis) und S (Stochastik) zusammen.

In Teil 2 gibt es für jede Aufgabengruppe zwei Varianten (AI und AII bzw. SI und SII). Die Auswahl jeweils einer Variante trifft die Schule; die Schülerinnen und Schüler haben keine Wahlmöglichkeit.

In Teil 1 wird zentral nur eine Variante gestellt.¹

Das Geheft mit den Aufgabenstellungen ist am Ende der Bearbeitungszeit mit abzugeben.

Sämtliche Entwürfe und Aufzeichnungen dürfen nur auf Papier, das den Stempel der Schule trägt, angefertigt werden.

2.2 Bewertung der Prüfungsaufgaben

Bei jeder Teilaufgabe sind die erreichbaren Bewertungseinheiten (BE) angegeben.

Es sind maximal 100 BE zu erreichen. Diese werden wie folgt verteilt:

	Aufgaben- gruppe	Bewertungs- einheiten
Teil 1	A	22 BE
	S	12 BE
Teil 2	A	43 BE
	S	23 BE

¹ Bei dem von den Autoren erstellten Musterprüfungssatz in diesem Buch besteht Teil 1 dennoch aus zwei Varianten pro Aufgabengruppe, um Ihnen zwei vollständige Prüfungen zum Üben zur Verfügung zu stellen.

Die erreichten Bewertungseinheiten werden nach dem folgenden Schlüssel den Punkten und Notenstufen zugeordnet:

Note	sehr gut			gut			befriedigend			ausreichend			mangelhaft			ungenügend
Punkte	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
Bewertungseinheiten	100	95	90	85	80	75	70	65	60	55	50	45	40	33	26	19
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	96	91	86	81	76	71	66	61	56	51	46	41	34	27	20	0

2.3 Zugelassene Hilfsmittel

Zugelassen ist die Merkhilfe Mathematik/Nichttechnik für Berufliche Oberschulen und eines der beiden Tabellenwerke zur Stochastik: „Stochastik-Tabellen“ v. Barth u. a. (München: Ehrenwirth-Verlag); „Tafelwerk zur Stochastik“ v. Wörle/Mühlbauer (München: Bayerischer Schulbuch-Verlag). Außerdem ist die Verwendung von elektronischen Taschenrechnern gestattet, die nicht programmierbar und nicht grafikfähig sind.

Die Merkhilfe Mathematik/Nichttechnik wurde von den Fachmitarbeitern der Dienststellen der Ministerialbeauftragten für die Beruflichen Oberschulen des Bayerischen Staatsministeriums für Unterricht und Kultus erarbeitet. Sie ist auf der Webseite des Staatsinstituts für Schulqualität und Bildungsforschung zu finden: www.isb.bayern.de

3 Arbeit mit diesem Buch

Seit 2019 unterscheidet sich die Form der Fachabiturprüfung in den nichttechnischen Ausbildungsrichtungen wesentlich von der in den Vorjahren. Sie enthält nun einen hilfsmittelfreien Teil. Die in diesem Buch abgedruckten **Fachabiturprüfungen der letzten Jahre** für die nichttechnischen Ausbildungsrichtungen sind daher nicht unbedingt von der Form her relevant. Sie sind aber dennoch inhaltlich zur Vorbereitung sehr gut geeignet.

Da seit der Fachabiturprüfung 2019 auch **Exponentialfunktionen** zu den Schwerpunktthemen zählen, sind hierzu in einem separaten **Übungsteil** inhaltlich relevante Aufgaben aus früheren Fachabiturprüfungen der Ausbildungsrichtung Technik und aus früheren Abiturprüfungen der nichttechnischen Ausbildungsrichtungen abgedruckt.

Zur weiteren Einübung der Prüfungsinhalte und insbesondere zur Simulation der Prüfungssituation dienen die beiden von den Autoren erstellten **Musterprüfungen**, die der Form der Fachabiturprüfung seit 2019 entsprechen. Der Aufgabensatz mit den Varianten AI und SI bzw. AII und SII stellt dabei jeweils eine vollständige Prüfung dar.

Die Intention bei der Erstellung der Musterprüfungen war die Abdeckung eines möglichst breiten Spektrums an unterschiedlichen Aufgabenstellungen, ohne dabei den Anspruch auf Vollständigkeit hinsichtlich aller möglichen Aufgabentypen und Aufgabenvarianten zu erheben.

Eine zusätzliche Übungsmöglichkeit für den hilfsmittelfreien Teil bietet Ihnen das **interaktive Training**, das Sie online mit dem im Ausklapper des Buchs abgedruckten Code aufrufen können.

4 Inhalte und Schwerpunktthemen

In der folgenden Übersicht sind die wesentlichen Schwerpunktthemen für die schriftliche Fachabiturprüfung stichpunktartig aufgeführt. Diese Auflistung soll Ihnen einen Überblick über den prüfungsrelevanten Lehrstoff vermitteln, sie ersetzt jedoch nicht den ausführlichen Lehrplan für das Fach Mathematik. Die Zusammenstellung kann Ihnen bei der Vorbereitung auf die Fachabiturprüfung als Leitfaden für die verbindlichen Inhalte und wichtigsten mathematischen Begriffe dienen.

4.1 Analysis

Grundbegriffe bei reellen Funktionen

Grundlagen

- Reelle Funktionen: Abbildungsvorschrift, Funktionsterm, Definitions- und Wertemenge, Funktionsgraph
- Lineare Funktionen und lineare Ungleichungen
- Quadratische Funktionen und quadratische Ungleichungen

Ganzrationale Funktionen (Polynomfunktionen)

- Verknüpfung von Funktionen: Summe, Differenz, Produkt und Quotient
- Nullstellenbestimmung unter Verwendung von Polynomdivision und Substitution
- Faktorisierung des Funktionsterms und Vielfachheit der Nullstellen
- Schnittpunkte von Funktionsgraphen
- Verhalten der Funktionswerte für $x \rightarrow \pm\infty$
- Symmetrie des Funktionsgraphen (Achsensymmetrie zur y-Achse und Punktsymmetrie zum Koordinatenursprung)
- Geraden- und Parabelscharen

Exponentialfunktion und Logarithmus

- Eigenschaften der Funktion $f: x \mapsto a \cdot b^c \cdot (x-d) + y_0$ mit $b > 0$
- Einfluss der Parameter a , b , c , d und y_0 auf den Graphen
- Verhalten der Funktionswerte für $x \rightarrow \pm\infty$
- Lösen von Exponentialgleichungen unter Verwendung des Logarithmus und der Rechenregeln für Logarithmen
- Exponentielles Wachstum bzw. exponentielle Abnahme

Aufgabenstellung

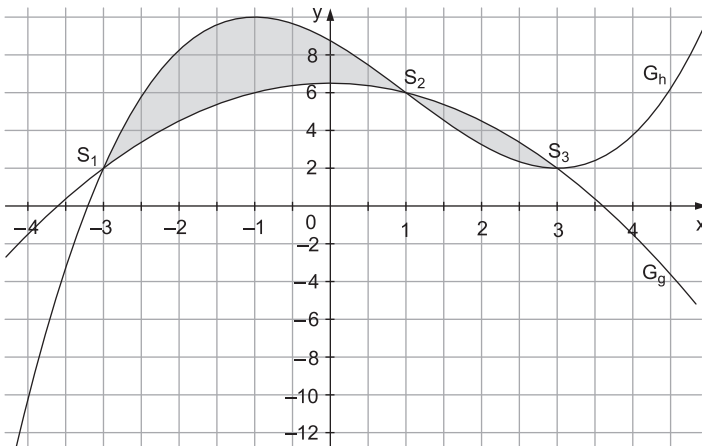
BE

- 1.0** Gegeben ist die Funktion $f: x \mapsto -\frac{1}{27}(x+2)(x-3)^2(x-6)$ mit der Definitionsmenge $D_f = \mathbb{R}$. Der Graph der Funktion f wird mit G_f bezeichnet.
- 1.1** Geben Sie die Nullstellen von f mit ihren Vielfachheiten an und ermitteln Sie das Verhalten der Funktionswerte $f(x)$ für $x \rightarrow +\infty$ und $x \rightarrow -\infty$.
- 1.2** Begründen Sie ausführlich, warum G_f nicht punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung sein kann.
- 1.3** Ermitteln Sie den Schnittpunkt von G_f mit der y-Achse und skizzieren Sie den Graphen der Funktion f für $-2 \leq x \leq 6$ in ein Koordinatensystem.
Hinweis: Führen Sie zur Erstellung der Skizze keine weiteren Rechnungen durch.
- 2.0** Das Koordinatensystem zeigt die Graphen der Funktionen g und h mit den Definitionsmengen $D_g = D_h = \mathbb{R}$.

4

2

4



Die Graphen G_g und G_h schneiden sich in den Punkten $S_1(-3 | 2)$, $S_2(1 | 6)$ und $S_3(3 | 2)$.

Teilaufgabe 1.1

Geben Sie mithilfe der Nullproduktregel die Nullstellen an.

Bestimmen Sie den Grad der Funktion f und schließen Sie aus dem Vorzeichen des Leitkoeffizienten auf das Verhalten der Funktionswerte $f(x)$ für $x \rightarrow +\infty$ und $x \rightarrow -\infty$.

Teilaufgabe 1.2

Argumentieren Sie mit dem Grad der Funktion f .

Teilaufgabe 1.3

Der Schnittpunkt mit der y -Achse besitzt die x -Koordinate $x=0$.

Nutzen Sie zum Zeichnen des Graphen G_f die bisherigen Ergebnisse.

Teilaufgabe 2.1

Beachten Sie die obere und untere Grenze der bestimmten Integrale.

Falls zwei Graphen ein Flächenstück einschließen, gilt:

„obere Funktion minus untere Funktion“

Teilaufgabe 2.2

Geben Sie die grau gekennzeichnete Fläche mit zwei bestimmten Integralen an, wobei die x -Koordinaten der Schnittpunkte deren Grenzen markieren.

Teilaufgabe 2.3

Beachten Sie, dass $H'(x)=h(x)$ gilt.

Teilaufgabe 3

Beachten Sie, dass genau eine der vier Aussagen wahr ist.

1.1 Nullstellen

$$\begin{aligned}f(x) &= 0 \Leftrightarrow \\ -\frac{1}{27}(x+2)(x-3)^2(x-6) &= 0 \Leftrightarrow \\ (x+2)(x-3)^2(x-6) &= 0\end{aligned}$$

Mit dem Satz vom Nullprodukt (Nullproduktregel) folgt:

$$\begin{array}{ccccc}x+2=0 & \vee & (x-3)^2=0 & \vee & x-6=0 & \Leftrightarrow \\ x=-2 & \vee & x=3 & \vee & x=6 & \end{array}$$

$x=-2$ und $x=6$ sind einfache Nullstellen.

$x=3$ ist eine doppelte Nullstelle.

Verhalten der Funktionswerte $f(x)$ für $x \rightarrow +\infty$ und $x \rightarrow -\infty$

$$f(x) = -\frac{1}{27}(x+2)(x^2-6x+9)(x-6)$$

$$f(x) = -\frac{1}{27}(x^4 + \dots) \quad (\text{muss nicht ganz ausmultipliziert werden})$$

(1) Die Funktion f besitzt den Grad 4.

(2) Der Leitkoeffizient $a = -\frac{1}{27}$ ist negativ.

Aus (1) und (2) folgt:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = -\infty$$

- 1.2** Eine ganzrationale Funktion f , deren Graph punktsymmetrisch zum Ursprung sein soll, muss einen ungeradzahligen Grad aufweisen und mindestens eine Nullstelle mit $x=0$ besitzen. Dies steht im Widerspruch zu Teilaufgabe 1.1. Die Funktion f hat den Grad 4 und bei $x=0$ keine Nullstelle.

1.3
$$f(0) = -\frac{1}{27} \cdot (0+2) \cdot (0-3)^2 \cdot (0-6)$$

$$f(0) = -\frac{1}{27} \cdot 2 \cdot 9 \cdot (-6)$$

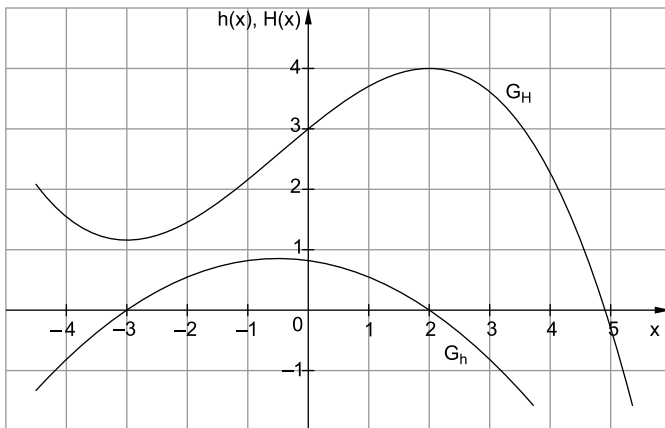
$$f(0) = 4$$

Der Schnittpunkt mit der y -Achse ist $S(0|4)$.

Aufgabenstellung

- | | | |
|------------|---|----|
| | | BE |
| 1.0 | Der zum Ursprung eines kartesischen Koordinatensystems punktsymmetrische Graph G_f einer ganzrationalen Funktion f dritten Grades mit der Definitionsmenge $D_f = \mathbb{R}$ besitzt einen lokalen Tiefpunkt an der Stelle $x = -2$. | |
| 1.1 | Skizzieren Sie mithilfe der oben genannten Eigenschaften von f einen möglichen Graphen dieser Funktion und geben Sie das Verhalten der Funktionswerte $f(x)$ für $x \rightarrow -\infty$ und $x \rightarrow \infty$ an. | 3 |
| 1.2 | Beschreiben Sie den Verlauf des Graphen $G_{f'}$ der ersten Ableitungsfunktion f' mit Worten. Geben Sie dabei insbesondere die Nullstellen der Funktion f' , die Lage des Extrempunktes und das Symmetrieverhalten des Graphen $G_{f'}$ an. | 4 |
| 2 | Lösen Sie die beiden folgenden Gleichungen über der Grundmenge der reellen Zahlen.
a) $3x^4 - 12x^2 = 0$
b) $e^{x^2} = e^{2x-1}$ | 6 |
| 3.0 | Gegeben ist die Funktion $g: x \mapsto e^{0,25x} - e^{-0,25x}$ mit der Definitionsmenge $D_g = \mathbb{R}$. Ihr Graph in einem kartesischen Koordinatensystem wird mit G_g bezeichnet. | |
| 3.1 | Untersuchen Sie das Symmetrieverhalten des Graphen der Funktion g zum Koordinatensystem und geben Sie $\int_{-2}^2 g(x) \, dx$ an. | 3 |
| 3.2 | Ermitteln Sie die Gleichung für die Tangente an den Graphen der Funktion g an der Stelle $x=0$. | 3 |

- 4 In der folgenden Abbildung sind ein Ausschnitt des Graphen der Funktion h und der entsprechende Ausschnitt des Graphen einer Stammfunktion H von h dargestellt. Entnehmen Sie der Abbildung den Wert der Differenz $H(2) - H(0)$ und interpretieren Sie diesen Wert bezüglich des Graphen von h geometrisch.



$\frac{3}{22}$

Teilaufgabe 1.1

Beachten Sie, dass der Graph von f einen lokalen Tiefpunkt an der Stelle $x = -2$ besitzt, und schließen Sie mit den gegebenen Eigenschaften auf weitere Extrema.

Folgern Sie aus der Lage der Extrempunkte des Graphen von f die Anzahl und die Vielfachheit der Nullstellen von f .

Teilaufgabe 1.2

Die Funktion f ist ungerade und hat den Grad 3.

Schließen Sie daraus auf die gesuchten Eigenschaften der Ableitungsfunktion f' und deren Graphen.

Teilaufgabe 2

- a) Faktorisieren Sie den Linksterm der Gleichung und wenden Sie die Nullproduktregel an.
- b) Durch beidseitiges Logarithmieren und Anwendung der Logarithmenregeln ergibt sich eine quadratische Gleichung in x .

Teilaufgabe 3.1

Zeigen Sie, dass $g(-x) = -g(x)$ für alle $x \in D_g$ gilt.

Schließen Sie daraus auf das Symmetrieverhalten des Graphen der Funktion g .

Folgern Sie den Wert des bestimmten Integrals. Denken Sie dabei an die Flächenbilanz, die das Integral angibt.

Teilaufgabe 3.2

Verwenden Sie für die Gleichung der Tangente t im Kurvenpunkt $P(x_0 | g(x_0))$ den Ansatz $t(x) = g'(x_0) \cdot (x - x_0) + g(x_0)$.

Betrachten Sie die Stelle $x_0 = 0$.

Teilaufgabe 4

Beachten Sie, dass die Differenz $H(2) - H(0)$ dem Wert eines bestimmten Integrals entspricht.

1.1 Eigenschaften aus 1.0:

- (1) f ist eine ganzrationale Funktion 3. Grades.
- (2) G_f ist punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung.
- (3) Definitionsmenge: $D_f = \mathbb{R}$
- (4) $x = -2$ ist eine lokale Minimalstelle von f .

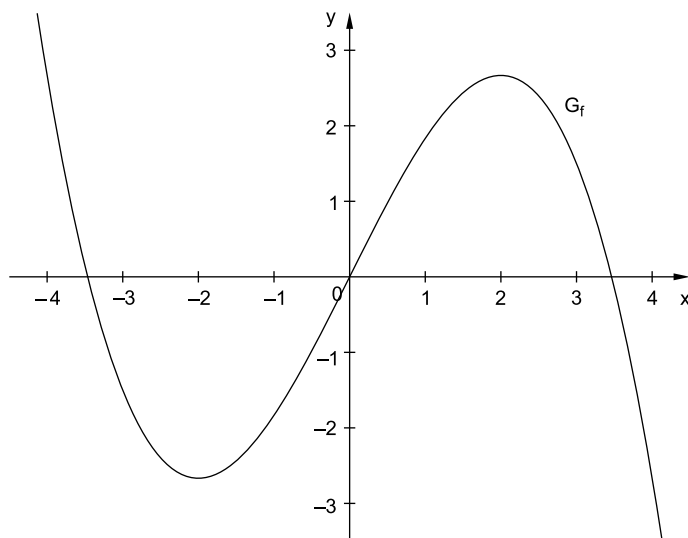
Daraus ergeben sich weitere Eigenschaften:

Aus (2) und (3): $O(0|0) \in G_f$

Aus (2) und (4): $x = 2$ ist eine lokale Maximalstelle von f .

Aus (1), (2), (3) und (4): f besitzt genau drei einfache Nullstellen.

Mögliche Skizze:



Verhalten der Funktionswerte $f(x)$ für $x \rightarrow -\infty$ und $x \rightarrow \infty$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$$



© **STARK Verlag**

www.stark-verlag.de
info@stark-verlag.de

Der Datenbestand der STARK Verlag GmbH
ist urheberrechtlich international geschützt.
Kein Teil dieser Daten darf ohne Zustimmung
des Rechteinhabers in irgendeiner Form
verwertet werden.

STARK