2020

BLF

Original-Prüf
mit Lösungen

MEHR ERFAHREN

Sachsen

Mathematik 10

ActiveBook
Interaktives Training

STARK

Inhalt

Besondere Leistungsfeststellung 2016

Besondere Leistungsfeststellung 2017

Besondere Leistungsfeststellung 2018

Besondere Leistungsfeststellung 2019

Ihr Coach zum Erfolg: Mit dem **interaktiven Training zum hilfsmittelfreien Teil der BLF** lösen Sie online Aufgaben, die speziell auf diesen Prüfungsteil zugeschnitten sind. Am besten gleich ausprobieren!
Ausführliche Infos inkl. Zugangscode finden Sie auf den Farbseiten vorne in diesem Buch.

Jeweils im Herbst erscheinen die neuen Ausgaben der Besonderen Leistungsfeststellung mit Lösungen.

Autorin der Lösungen: Walburg Fruhnert

Vorwort

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

dieses Übungsbuch unterstützt Sie bei der optimalen Vorbereitung auf die **Besondere Leistungsfeststellung im Fach Mathematik** in der Klasse 10 des Gymnasiums.

- Im ersten Kapitel „**Hinweise und Tipps zur Besonderen Leistungsfeststellung**“ erhalten Sie Informationen zum Ablauf und zur Bewertung der Besonderen Leistungsfeststellung. Außerdem finden Sie wertvolle Hinweise und Tipps zur Aufgabenbewältigung während der Besonderen Leistungsfeststellung.

- Anschließend finden Sie die **Original-Aufgaben der Besonderen Leistungsfeststellung von 2013 bis 2019**. Sie ermöglichen Ihnen während Ihrer Vorbereitungsphase eine Kontrolle, ob Sie bereits fit für die Prüfung sind.

- Sollten Sie einmal nicht weiterkommen, helfen Ihnen die **Lösungstipps**. Wenn Sie mit einer Aufgabe nicht zurechtkommen, schauen Sie deshalb nicht gleich in die Lösungen, sondern nutzen Sie schrittweise diese Lösungstipps, um selbst die Lösung zu finden.

- Zu allen Aufgaben finden Sie von mir ausgearbeitete **vollständige Lösungen**. Mit Ihnen können Sie eigenständig kontrollieren, ob Sie die Aufgaben richtig gelöst haben. Sie helfen Ihnen dabei, die einzelnen Rechenschritte genau nachzuvollziehen.

- Der Zugangscode auf den Farbseiten vorne im Buch ermöglicht Ihnen, Aufgaben im Rahmen eines **Online-Prüfungstrainings zum hilfsmittelfreien Teil der BLF** interaktiv zu lösen.

Sollten nach Erscheinen dieses Bandes noch wichtige Änderungen in der Besonderen Leistungsfeststellung 2020 vom Sächsischen Staatsministerium für Kultus bekannt gegeben werden, finden Sie aktuelle Informationen dazu im Internet unter:
www.stark-verlag.de/pruefung-aktuell

Ich wünsche Ihnen für die Besondere Leistungsfeststellung viel Erfolg!

Teil B

1 Gegeben sind die Funktionen f und g durch
$y = f(x) = 3^x \quad (x \in \mathbb{R})$ und $y = g(x) = 3^{x+1} \quad (x \in \mathbb{R})$.

1.1 Geben Sie den Wertebereich der Funktion f an.
Geben Sie die Koordinaten des Schnittpunkts des Graphen von f mit der y-Achse an. (3 BE)

1.2 Der Punkt $A\left(x_A \,\middle|\, \frac{1}{81}\right)$ liegt auf dem Graphen von g.
Ermitteln Sie die Koordinate x_A. (2 BE)

1.3 Der Graph von f schneidet die y-Achse im Punkt P, der Graph von g schneidet die y-Achse im Punkt Q.
Die Punkte P, $B(2\,|\,0)$ und Q bilden ein Dreieck.
Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks PBQ. (3 BE)

2 In Radebeul findet jährlich der „Sächsische Mount Everest Treppenmarathon" statt.

2.1 Die Siegerzeiten der männlichen Teilnehmer in der Startklasse „Alleingang" sind für die Jahre 2011 bis 2015 in folgender Tabelle dargestellt:

Jahr	2011	2012	2013	2014	2015
Zeit in h	14,94	13,79	14,77	13,45	13,77

Berechnen Sie das arithmetische Mittel der Siegerzeiten der Jahre 2011 bis 2015. (2 BE)

2.2 In der Startklasse „Dreierseilschaft" starten drei Teilnehmer als Mannschaft.
Geben Sie die Anzahl aller möglichen Reihenfolgen an, in der die drei Teilnehmer einer Dreierseilschaft starten können. (1 BE)

2.3 Der Treppenlauf hat verschiedene Abschnitte.
Die geradlinige Laufstrecke im Abschnitt „Spitzhaustreppe" besitzt einen konstanten Anstieg. Auf einer Karte im Maßstab 1 : 10 000 ist dieser Abschnitt 1,9 cm lang. Der Höhenunterschied zwischen Anfang und Ende dieses Abschnitts beträgt 73,4 m.
Berechnen Sie die Länge der geradlinigen Laufstrecke im Abschnitt „Spitzhaustreppe". (3 BE)

$\overline{MP}^2 = \overline{MQ}^2 + \overline{PQ}^2$

$\overline{MP}^2 = 4^2 + 3^2$

$\overline{MP}^2 = 16 + 9$

$\overline{MP}^2 = 25 \qquad |\sqrt{\ } \quad (\overline{MP} > 0)$

$\overline{MP} = 5$

Damit ist gezeigt, dass der Punkt P auf dem Kreis k liegt.

8.3 $\underline{\underline{\sphericalangle APB = 90°}}$

Erklärung der Lösung:
Der Winkel APB ist ein Peripheriewinkel über dem Durchmesser $\overline{AB}$ des Kreises k. Nach dem Satz des Thales muss er 90° betragen.

Lösungen zu Teil B

1.1 Wertebereich: $y \in \mathbb{R};\ y > 0$
Schnittpunkt mit der y-Achse: $P(0\,|\,1)$

Erklärung der Lösung:

1. Möglichkeit:
Die gegebene Funktion ist eine Exponentialfunktion. Ihre wichtigsten Eigenschaften findet man im Tafelwerk. Nach der Definition ist für eine positive Basis $(a = 3)$ jede Potenz größer als null:

$3^x > 0$

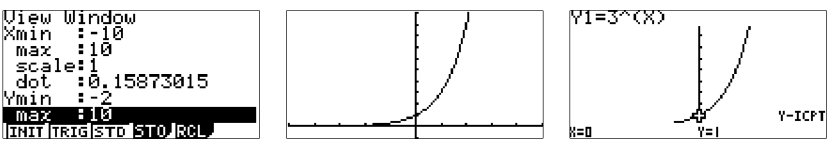
$f(x) > 0$

$y > 0$

Darüber hinaus ist bekannt, dass der Graph einer Funktion die y-Achse bei $x = 0$ schneidet. Durch Einsetzen in die Funktionsgleichung kann der zugehörige y-Wert ermittelt werden.

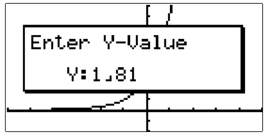
$y = f(0) = 3^0 = 1$

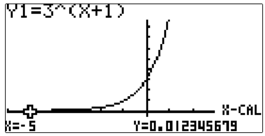
2. Möglichkeit:
Es kann auch mit dem GRAPH-Menü des GTR gearbeitet werden. Bei geeigneter Fenstereinstellung (V-Window) lassen sich die Eigenschaften der Funktion und ihres Graphen gut ablesen.



Die Darstellung zeigt, dass der Funktionsgraph oberhalb der x-Achse liegt (die x-Achse ist die Asymptote des Graphen der Funktion) und im gesamten Definitionsbereich monoton wachsend verläuft.
Ist mithilfe des gewählten Intervalls auf dem Bildschirm der Schnittpunkt des Graphen der Funktion mit der y-Achse zu erkennen, können seine Koordinaten über den Befehl „Y-ICPT“ ermittelt werden.

1.2 *1. Möglichkeit:*
Nach der Eingabe der Funktionsgleichung
$y = g(x) = 3^{x+1} \quad (x \in \mathbb{R})$
in das GRAPH-Menü des GTR kann das zum gegebenen Funktionswert $y_A = \frac{1}{81}$ zugehörige Argument x_A über den Befehl „x-cal“ ermittelt werden.





Ergebnis: $\underline{\underline{x_A = -5}}$

2. Möglichkeit:
Erfüllen die Koordinaten x_A und $y_A = g(x_A) = \frac{1}{81}$ des Punktes A die Funktionsgleichung $g(x) = 3^{x+1}$, liegt der Punkt A auf dem Graphen der Funktion g. Durch Einsetzen der y-Koordinate des Punktes A in die Funktionsgleichung kann die x-Koordinate berechnet werden.

$$g(x_A) = \frac{1}{81} = 3^{x_A+1}$$

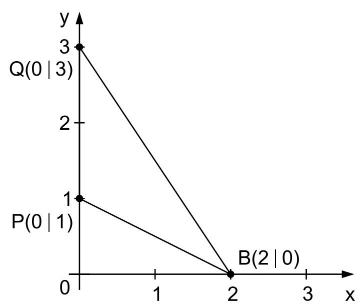
$$\frac{1}{3^4} = 3^{x_A+1}$$

$$3^{-4} = 3^{x_A+1} \qquad |\text{Exponentenvergleich}$$

$$-4 = x_A + 1 \qquad |-1 \text{ und Seitentausch}$$

$$\underline{\underline{x_A = -5}}$$

1.3 Zeichnung des Sachverhaltes:



Die Koordinaten des Punktes P entnimmt man der Teilaufgabe 1.1. Analog wie für den Punkt P in Teilaufgabe 1.1 (2. Möglichkeit) dargestellt, kann man die Schnittpunktkoordinaten von Q ermitteln. Ebenso ist die rechnerische Lösung in folgender Weise möglich:
Schneidet der Graph der Funktion die y-Achse, muss an dieser Stelle das Argument 0 sein.
Mit $x_Q = 0$ folgt $y_Q = g(0) = 3^{0+1} = 3^1 = 3$ und $Q(0|3)$.
Der Flächeninhalt A des beliebigen Dreiecks PBQ kann berechnet werden mit:

$$A = \frac{1}{2} \cdot \underset{\substack{\uparrow \\ \text{eine Seite} \\ \text{des Dreiecks,} \\ \text{hier:} \\ \overline{PQ} = 3-1=2}}{g} \cdot \underset{\substack{\uparrow \\ \text{zur Seite} \\ \text{zugehörige} \\ \text{Höhe, hier:} \\ h = \overline{OB} = 2}}{h}$$

$$A = \frac{1}{\cancel{2}_1} \cdot \cancel{2}^1 \cdot 2$$

$$\underline{\underline{A = 2}}$$

Ergebnis: Der Flächeninhalt des Dreiecks PBQ beträgt 2.

Hinweis: Der Flächeninhalt A des beliebigen Dreiecks PBQ lässt sich auch aus der Differenz der Flächeninhalte der zwei rechtwinkligen Dreiecke OBQ und OBP bestimmen:

$$A_{\Delta PBQ} = A_{\Delta OBQ} - A_{\Delta OBP}$$

2.1 Berechnung des arithmetischen Mittels:

$$E = \frac{14{,}94\text{ h} + 13{,}79\text{ h} + 14{,}77\text{ h} + 13{,}45\text{ h} + 13{,}77\text{ h}}{5}$$

$$\underline{\underline{E = 14{,}144\text{ h}}}$$

Ergebnis: Das arithmetische Mittel der Siegerzeiten beträgt 14,144 h.

2.2 Bei drei Teilnehmern der Mannschaft gibt es mehrere Möglichkeiten, an welcher Stelle jeweils ein Teilnehmer startet. Für den Startläufer hat man die Auswahl aus drei Teilnehmern, also drei Möglichkeiten.
Steht der Startläufer fest, hat man zwei Möglichkeiten (noch zwei weitere Mannschaftsmitglieder) für den nachfolgenden Läufer. Es bleibt eine Möglichkeit (letzter Teilnehmer der Mannschaft) als Schlussläufer.

$$n = 3! = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Startläufer} \\ \text{(drei Auswahl-} \\ \text{möglichkeiten)}}}{3} \cdot \underset{\substack{\uparrow \\ \text{2. Läufer} \\ \text{(zwei Auswahl-} \\ \text{möglichkeiten)}}}{2} \cdot \underset{\substack{\uparrow \\ \text{Schlussläufer}}}{1}$$

$3! = \underline{\underline{6}}$

Ergebnis: Es gibt sechs mögliche Startreihenfolgen einer „Dreierseilschaft“.

2.3 Der Maßstab 1 : 10 000 bedeutet, dass eine 1 cm lange Strecke auf der Karte im Original (in der Wirklichkeit) 10 000 cm = 100 m beträgt.

	Bildstrecke	Originalstrecke	
$\cdot 1{,}9$	1 cm	10 000 cm	$\cdot 1{,}9$
	1,9 cm	19 000 cm	

Da es sich im vorgegebenen Sachverhalt nicht um eine ebene Strecke handelt, muss der Höhenunterschied bei der Streckenprojektion Beachtung finden.

Zeichnung des Sachverhalts im Querschnitt:

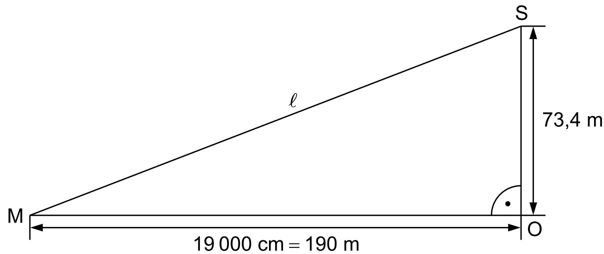


Abbildung (nicht maßstäblich)

Das Dreieck MOS ist ein rechtwinkliges. Zur Berechnung der geradlinigen Laufstrecke $\ell = \overline{MS}$ kann der Satz des Pythagoras angewendet werden:

$$\ell^2 = \overline{MS}^2 = \overline{MO}^2 + \overline{OS}^2 \qquad |\sqrt{} \quad (\ell > 0)$$

$$\ell = \sqrt{\overline{MO}^2 + \overline{OS}^2}$$

$$\ell = \sqrt{(190\text{ m})^2 + (73{,}4\text{ m})^2}$$

$$\ell = \sqrt{41\,487{,}56\text{ m}^2}$$

$$\underline{\underline{\ell \approx 204\text{ m}}}$$

Ergebnis: Die Länge der geradlinigen Laufstrecke im Abschnitt „Spitzhaustreppe“ beträgt rund 204 m.

Hinweis: Hat man maßstabsgerecht gezeichnet, kann man das berechnete Ergebnis mithilfe der Zeichnung prüfen.