

Inhaltsverzeichnis

1. Elementare Newtonsche Mechanik	1
1.0 Die Newtonschen Gesetze (1687) und ihre Interpretation	1
1.1 Gleichförmig geradlinige Bewegung	3
1.2 Definition von Inertialsystemen	3
1.3 Satz über Inertialsysteme	3
1.4 Das Zweiteilchensystem mit inneren Kräften, Schwerpunkts- und Relativbewegung	5
1.5 Beispiel: Gravitationskraft zwischen zwei Himmelskörpern (Keplerproblem)	5
1.6 Schwerpunkts- und Relativimpuls im Zweiteilchensystem	9
1.7 Systeme von endlich vielen Teilchen	10
1.8 Der Schwerpunktsatz	11
1.9 Der Drehimpulssatz	11
1.10 Der Energiesatz	12
1.11 Das abgeschlossene n -Teilchensystem	13
1.12 Galileitransformationen	13
1.13 Bemerkungen über Raum und Zeit bei Galileiinvarianz	17
1.14 Eindimensionale Bewegung eines Massenpunktes	19
1.15 Beispiel: Harmonischer Oszillator	19
1.16 Beispiel: Das ebene mathematische Pendel im Schwerfeld	21
1.17 Phasenraum für das n -Teilchensystem (im \mathbb{R}^3)	22
1.18 Der Existenz- und Eindeutigkeitssatz für Lösungen von (1.37)	23
1.19 Physikalische Konsequenzen von Satz aus Abschnitt 1.18	23
1.20 Lineare Systeme	25
1.21 Zur Integration eindimensionaler Bewegungsgleichungen	26
1.22 Beispiel: Ebenes Pendel mit beliebigem Ausschlag	27
1.23 Beispiel: Zweiteilchensystem mit Zentralkraft	29
1.24 Rotierendes Koordinatensystem: Coriolis- und Zentrifugalkräfte	32
1.25 Beispiele zu Abschnitt 1.24	34
1.26 Streuung zweier Teilchen, die über eine Zentralkraft miteinander wechselwirken: Kinematik	35
1.27 Zweiteilchenstreuung mit Zentralkraft: Dynamik	38
1.28 Beispiel: Coulombstreuung zweier Teilchen mit gleichen Massen und Ladungen	41
1.29 Ausgedehnte mechanische Körper	44
Anhang: Praktische Übungen	47

2. Die Prinzipien der kanonischen Mechanik	51
2.1 Zwangsbedingungen und verallgemeinerte Koordinaten	51
2.1.1 Definition von Zwangsbedingungen	51
2.1.2 Generalisierte Koordinaten	52
2.2 Das d'Alembertsche Prinzip	52
2.2.1 Definition der virtuellen Verrückungen	53
2.2.2 Statischer Fall	53
2.2.3 Dynamischer Fall	53
2.3 Die Lagrangeschen Gleichungen	55
2.4 Beispiele zu Abschnitt 2.3	56
2.5 Exkurs über Variationsprinzipien	57
2.6 Hamiltonsches Extremalprinzip	60
2.7 Die Euler-Lagrangegleichungen	60
2.8 Beispiele zu Abschnitt 2.7	61
2.9 Anmerkung über die Nicht-Eindeutigkeit der Lagrangefunktion	62
2.10 Eichtransformationen an der Lagrangefunktion	63
2.11 Zulässige Transformationen der verallgemeinerten Koordinaten	64
2.12 Die Hamiltonfunktion und ihr Zusammenhang mit der Lagrangefunktion L	65
2.13 Legendretransformation für den Fall einer Variablen	66
2.14 Legendretransformation im Fall mehrerer Veränderlicher	68
2.15 Kanonische Systeme	69
2.16 Beispiele zu Abschnitt 2.15	70
2.17 Variationsprinzip auf die Hamiltonfunktion angewandt	71
2.18 Symmetrien und Erhaltungssätze	72
2.19 Satz von E. Noether	72
2.20 Infinitesimale Erzeugende für Drehung um eine Achse	74
2.21 Exkurs über die Drehgruppe	75
2.22 Infinitesimale Drehungen und ihre Erzeugenden	77
2.23 Kanonische Transformationen	78
2.24 Beispiele von kanonischen Transformationen	82
2.25 Die Struktur der kanonischen Gleichungen	83
2.26 Beispiel: Lineares, autonomes System in einer Dimension	84
2.27 Kanonische Transformationen in kompakter Notation	86
2.28 Zur symplektischen Struktur des Phasenraums	88
2.29 Der Liouvillesche Satz	90
2.29.1 Lokale Form	91
2.29.2 Integrale Form	92
2.30 Beispiele zum Liouvilleschen Satz	93
2.31 Die Poissonklammer	95
2.32 Eigenschaften der Poissonklammern	97
2.33 Infinitesimale kanonische Transformationen	98
2.34 Integrale der Bewegung	100
2.35 Hamilton-Jacobische Differentialgleichung	102
2.36 Beispiele zur Hamilton-Jacobischen Differentialgleichung	103
Anhang: Praktische Übungen	105

3. Mechanik des starren Körpers	109
3.0 Definition des starren Körpers	109
3.1 Infinitesimale Verrückung eines starren Körpers	111
3.2 Kinetische Energie und Trägheitstensor	112
3.3 Eigenschaften des Trägheitstensors	113
3.4 Der Satz von Steiner	117
3.5 Beispiele zum Satz von Steiner	117
3.6 Drehimpuls des starren Körpers	120
3.7 Kräftefreie Bewegung von starren Körpern	121
3.8 Die Eulerschen Winkel	123
3.9 Definition der Eulerschen Winkel	124
3.10 Die Bewegungsgleichungen des starren Körpers	125
3.11 Die Eulerschen Gleichungen	128
3.12 Anwendungsbeispiel: Der kräftefreie Kreisel	129
3.13 Kräftefreier Kreisel und geometrische Konstruktionen	132
3.14 Der Kreisel im Rahmen der kanonischen Mechanik	135
3.15 Beispiel: Symmetrischer Kinderkreisel im Schwerfeld	138
3.16 Anmerkung zum Kreiselproblem	140
Anhang: Praktische Übungen	140
4. Relativistische Mechanik	143
4.0 Schwierigkeiten der nichtrelativistischen Mechanik	144
4.1 Die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit	146
4.2 Die Lorentztransformationen	147
4.3 Analyse der Lorentz- und Poincarétransformationen	152
4.3.1 Drehungen und Spezielle Lorentztransformationen	154
4.3.2 Bedeutung der Speziellen Lorentztransformationen	157
4.4 Zerlegung von Lorentztransformationen in ihre Komponenten	158
4.4.1 Satz über orthochrone eigentliche Lorentztransformationen	158
4.4.2 Korollar zum Satz 4.4.1 und einige Konsequenzen	160
4.5 Addition von relativistischen Geschwindigkeiten	163
4.6 Galilei- und Lorentz-Raumzeitmannigfaltigkeiten	165
4.7 Bahnkurven und Eigenzeit	169
4.8 Relativistisches Kraftgesetz	170
4.9 Zeitdilatation und Längenkontraktion	174
4.10 Mehr über die Bewegung kräftefreier Teilchen	176
4.11 Die konforme Gruppe	178
5. Geometrische Aspekte der Mechanik	181
5.1 Mannigfaltigkeiten von verallgemeinerten Koordinaten	182
5.2 Differenzierbare Mannigfaltigkeiten	184
5.2.1 Der Euklidische Raum \mathbb{R}^n	184
5.2.2 Glatte oder differenzierbare Mannigfaltigkeiten	185
5.2.3 Beispiele für glatte Mannigfaltigkeiten	187
5.3 Geometrische Objekte auf Mannigfaltigkeiten	189
5.3.1 Funktionen und Kurven auf Mannigfaltigkeiten	190
5.3.2 Tangentialvektoren an eine glatte Mannigfaltigkeit	192
5.3.3 Das Tangentialbündel einer Mannigfaltigkeit	193
5.3.4 Vektorfelder auf glatten Mannigfaltigkeiten	195

5.3.5	Äußere Formen	198
5.4	Kalkül auf Mannigfaltigkeiten	200
5.4.1	Differenzierbare Abbildungen von Mannigfaltigkeiten	200
5.4.2	Integralkurven von Vektorfeldern	202
5.4.3	Äußeres Produkt von Einsformen	203
5.4.4	Die äußere Ableitung	205
5.4.5	Äußere Ableitung und Vektoren im \mathbb{R}^3	206
5.5	Hamilton-Jacobische und Lagrangesche Mechanik	209
5.5.1	Koordinatenmannigfaltigkeit Q , Geschwindigkeitsraum TQ , und Phasenraum T^*Q	209
5.5.2	Die kanonische Einsform auf dem Phasenraum (T^*Q)	212
5.5.3	Die kanonische Zweiform als symplektische Form auf M	215
5.5.4	Symplektische Zweiform und Satz von Darboux	216
5.5.5	Die kanonischen Gleichungen	219
5.5.6	Die Poissonklammer	222
5.5.7	Zeitabhängige Hamiltonsche Systeme	225
5.6	Lagrangesche Mechanik und Lagrangegleichungen	227
5.6.1	Zusammenhang der beiden Formulierungen der Mechanik	227
5.6.2	Die Lagrangesche Zweiform	228
5.6.3	Energie als Funktion auf TQ und Lagrangesches Vektorfeld ...	230
5.6.4	Vektorfelder auf dem Geschwindigkeitsraum TQ und Lagrangesche Gleichungen	231
5.6.5	Legendretransformation und Zuordnung von Lagrange- und Hamiltonfunktion	233
6.	Stabilität und Chaos	237
6.0	Qualitative Dynamik	237
6.1	Vektorfelder als dynamische Systeme	238
6.1.1	Einige Definitionen für Vektorfelder und ihre Integralkurven	240
6.1.2	Gleichgewichtslagen und Linearisierung von Vektorfeldern	242
6.1.3	Stabilität von Gleichgewichtslagen	245
6.1.4	Kritische Punkte von Hamiltonschen Vektorfeldern	247
6.1.5	Stabilität und Instabilität beim kräftefreien Kreisel	250
6.2	Langzeitverhalten dynamischer Flüsse und Abhängigkeit von äußeren Parametern	251
6.2.1	Strömung im Phasenraum	252
6.2.2	Allgemeinere Stabilitätskriterien	253
6.2.3	Attraktoren	256
6.2.4	Die Poincaréabbildung	259
6.2.5	Verzweigungen von Flüssen bei kritischen Punkten	263
6.2.6	Verzweigungen von periodischen Bahnen	266
6.3	Deterministisches Chaos	268
6.3.1	Iterative Abbildungen in einer Dimension	268
6.3.2	Quasi-Definition von Chaos	270
6.3.3	Ein Beispiel: Die logistische Gleichung	272
6.4	Chaotische Bewegungen in der Himmelsmechanik	276
6.4.1	Rotationsdynamik von Planetensatelliten	277
6.4.2	Bahndynamik von Planetoiden mit chaotischem Verhalten	280

Inhaltsverzeichnis	XIII
Anhang	283
A. Einige mathematische Begriffe	283
Literatur	285
Aufgaben	289
Sachverzeichnis	305