

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	1
1.1	Die linearisierte Wellengleichung	2
1.2	Emission von Schallwellen durch eine oszillierende Kugel	5
1.3	Streuung von Schallwellen an Zylindern	10
	Aufgaben	13
2	Formale Theorie asymptotischer Entwicklungen	15
2.1	Definitionen	16
2.2	Eindeutigkeit asymptotischer Entwicklungen	20
2.3	Konvergenz und Genauigkeit asymptotischer Entwicklungen	21
2.4	Gleichmäßige Gültigkeit	22
2.5	Mathematische Operationen mit asymptotischen Entwicklungen	23
2.5.1	Linearkombinationen	23
2.5.2	Integration	24
2.5.3	Multiplikation	24
2.5.4	Differentiation	26
2.6	Koordinaten-Entwicklungen	26
2.7	Stokessches Phänomen	27
	Aufgaben	27
3	Reihenansätze zur Lösung von linearen gewöhnlichen Differentialgleichungen	29
3.1	Reihenentwicklungen an Stellen der Bestimmtheit	30
3.1.1	Zusammenfallende Lösungen der determinierenden Gleichung	33
3.1.2	Der Fall $\alpha_2 = \alpha_1 - N$	36
3.1.3	Inhomogene Differentialgleichungen	38
3.1.4	Die Rayleigh-Gleichung	40
3.2	Differentialgleichungen höherer Ordnung	43

3.3	Lösungen in Umgebungen von Stellen der Unbestimmtheit	44
3.4	Summation divergenter Reihen	56
	Aufgaben	60
4	Integraltransformationen zur Lösung linearer gewöhnlicher Differentialgleichungen	64
4.1	Verallgemeinerte Laplace- bzw. Fourier-Transformationen	65
4.1.1	Die verallgemeinerten Fehlerfunktionen	66
4.1.2	Die Airy-Funktionen	70
4.1.3	Verallgemeinerte Airy-Funktionen	72
4.1.4	Parabolische Zylinderfunktionen	74
4.2	Eulersche Integraltransformationen	77
4.3	Sommerfeldsche Integraldarstellungen der Bessel-Funktionen	80
4.4	Die Gamma-Funktion und verwandte Funktionen	83
	Aufgaben	89
5	Asymptotische Entwicklung von Integralen	94
5.1	Die Methode partieller Integrationen (MPI)	94
5.2	Das Watsonsche Lemma (WL)	99
5.3	Die Laplace-Methode (LM)	104
5.4	Die Methode stationärer Phasen (MSP)	107
5.5	Die Sattelpunktmethode	112
5.5.1	Asymptotische Entwicklung der Gamma-Funktion für $x \rightarrow \infty$	120
5.5.2	Asymptotische Entwicklung der verallgemeinerten Airy Funktionen für $ x \rightarrow \infty$	122
5.5.3	Asymptotische Entwicklung der parabolischen Zylinderfunktionen für $ x \rightarrow \infty$	128
	Aufgaben	136
6	Die Wiener-Hopf-Methode	141
6.1	Wellen-Reflexion und -Transmission auf einer Saite an einer Unstetigkeit der Dichte	142
6.1.1	Herleitung der Wiener-Hopf-Gleichung	142
6.1.2	Lösung der Wiener-Hopf-Gleichung	146
6.1.3	Inversion des Fourier-Integrals	149
6.2	Wellen-Reflexion und -Transmission auf einem Balken	150
6.3	Zweidimensionale Halbebenen-Probleme	153
6.3.1	Die halbbunendliche Platte mit Ladung	153

6.3.2	Harmonische Schallwellen	157
6.4	Schall-Reflexion und -Transmission in Kanälen mit Strömung	162
6.5	Anwendung der Wiener-Hopf-Methode auf Integralgleichungen	166
	Aufgaben	168
7	Variationsrechnung	170
7.1	Variationsmethoden für diskrete Systeme	170
7.1.1	Das Konzept der Variation eines Funktionalis	170
7.1.2	Verallgemeinerung des einfachsten Variationsproblems	176
7.1.3	Hinreichende Bedingungen	177
7.1.4	Natürliche Randbedingungen auf freien Rändern	182
7.1.5	Umkehrung des Variationsproblems.....	183
7.1.6	Der Hamilton-Formalismus	186
7.1.6.1	Die kanonischen Gleichungen	186
7.1.6.2	Das Hamiltonsche Prinzip.....	187
7.1.7	Variationsprobleme mit Nebenbedingungen	188
7.1.8	Die Hamilton-Jacobi-Theorie	192
7.2	Variationsmethoden für Kontinua.....	196
7.2.1	Das Hamiltonsche Prinzip für Kontinua.....	196
7.2.2	Eine Bemerkung über dissipative Systeme.....	202
7.2.3	Die allgemeine Wellengleichung der Akustik bei Potentialströmung.....	203
	Aufgaben.....	208
8	Reguläre und singuläre Störprobleme	210
8.1	Potentialströmung um einen leicht deformierten Kreiszylinder	210
8.2	Gründe für das Versagen direkter Entwicklungen	213
8.2.1	Mathematische Gründe	213
8.2.2	Physikalische Gründe	217
	Aufgaben.....	218
9	Die WKB-Methode	220
9.1	Ein singuläres Störproblem zweiter Ordnung.....	221
9.1.1	Ein spezielles singuläres Störproblem zweiter Ordnung.....	222
9.2	WKB-Ansätze zur Lösung der Wellengleichung und der Schrödinger- Gleichung	226
9.3	WKB-Ansätze zur Koordinaten-Entwicklung der Lösungen von DGLn.	228
9.4	WKB-Lösungen der Orr-Sommerfeld-Gleichung	229
9.5	Wendepunktprobleme	231

9.5.1	Der Tunneleffekt	238
9.6	Partielle Differentialgleichungen.....	242
	Aufgaben.....	245
10	Angepaßte Asymptotische Entwicklungen (Gewöhnliche Differentialgleichungen)	248
10.1	Die Modell-Grenzschicht	248
10.1.1	Asymptotische Anpassungsregeln	251
10.1.2	Gleichmäßig gültige, zusammengesetzte Entwicklungen	255
10.2	Überlappung von innerer und äußerer Entwicklung und Zwischenentwicklungen	257
10.3	Lineare Grenzschichtprobleme zweiter Ordnung	263
10.3.1	Grenzschichten an Intervallrändern	264
10.3.2	Interne Grenzschichten	267
10.3.3	Randwertprobleme mit singulären Koeffizientenfunktionen	276
10.4	Hydrodynamische Stabilitätstheorie	281
10.5	Nichtlineare Grenzschichtprobleme	288
	Aufgaben	299
11	Angepaßte asymptotische Entwicklungen (Partielle Differentialgleichungen)	302
11.1	Lineare singuläre Differentialgleichungen zweiter Ordnung	302
11.1.1	Elliptische Differentialgleichungen	303
11.1.2	Wärmeübergang bei großen Péclet-Zahlen	312
11.1.3	Parabolische Differentialgleichungen	315
11.2	Singuläre Randbedingungen	318
11.2.1	Potentialströmung durch ein Rohr mit einer Einschnürung	319
11.2.2	Streuung langer Schallwellen an starren Kugeln	322
11.3	Optimale Koordinaten in der hydrodynamischen Grenzschichttheorie ...	324
	Aufgaben	329
12	Die Vielvariablen-Methode und verwandte Verfahren	332
12.1	Ein Vergleich einiger Methoden	332
12.1.1	Direkte Entwicklungen	333
12.1.2	Das Lindstedt-Poincaré-Verfahren	335
12.1.3	Die Vielvariablen-Methode	337
12.1.4	Die Mittelwertsmethode und das Verfahren von Krylow, Bogoljubow und Mitropolski	340

12.1.5	Verallgemeinerungen	345
12.2	Die Methode verzerrter Koordinaten	345
12.3	Hydrodynamische Stabilitätstheorie schwach divergenter Strömungen ..	350
	Aufgaben	356
13	Deterministisches Chaos - Eine Einführung	359
13.1	Dynamische Systeme	362
13.1.1	Phasendiagramme, Attraktoren	362
13.1.2	Kontinuierliche dynamische Systeme	363
13.1.3	Diskrete dynamische Systeme	366
13.1.4	Allgemeine Betrachtungen	369
13.2	Chaotisches Verhalten dynamischer Systeme	369
13.2.1	Diskrete Systeme	370
13.2.2	Kontinuierliche Systeme	376
13.3	Geometrische Verfahren	379
13.3.1	Bifurkationen (oder Verzweigungen)	379
13.3.2	Verzweigung Fixpunkt $\rightarrow$ Grenzzyklus	380
13.3.2.1	Transkritische Verzweigung	380
13.3.2.2	Pitchfork-Bifurkation	381
13.3.2.3	Hopf-Bifurkation	382
13.3.3	Sattel-Knoten-Verzweigung	383
13.3.4	Periodenverdoppelungs-Verzweigung	383
13.3.5	Subkritische Bifurkationen	384
13.3.6	Selbstähnlichkeit	385
13.4	Analytisch-Numerische Verfahren	387
13.4.1	Dynamische Systeme	387
13.4.2	Verhalten des eingeschwungenen Systems, Attraktoren	388
13.4.3	Informationszuwachs in kontinuierlichen Systemen	393
13.4.4	Die Poincaré-Abbildung	394
13.4.5	Stabilität, Lyapunov-Exponent	399
13.4.6	Dimension	410
13.4.6.1	Hausdorff-Dimension	411
13.4.6.2	Informations-Dimension	412
13.4.6.3	Korrelations-Dimension	413
13.4.6.4	Kaplan-Yorke-Dimension (auch Lyapunov-Dimension)	413
13.4.6.5	Vergleich der verschiedenen Dimensionsbegriffe	414
13.4.7	Zusammenhang verschiedener Größen am Beispiel der logistischen Parabel	415
13.5	Wege in's Chaos	417
13.5.1	Hopf-Verzweigungs-Routen	417
13.5.1.1	Der Ruelle-Takens-Newhouse-Weg	417
13.5.1.2	Der Curry-Yorke-Weg	419

13.5.2	Sattel-Knoten-Bifurkations-Route: der Pomeau-Manneville-Weg	420
13.5.3	Perioden-Verdoppelungs-Route: der Feigenbaum-Weg	421
13.6	Das Chaos als Zustand höchster Ordnung ?	422
	Aufgaben	423
Literatur		425
Sachverzeichnis		434