

# Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	XIII
-----------------------	------

Notationen	XVII
------------	------

<b>1 Optimierungsaufgaben</b>	<b>1</b>
1.1 Aufgabenstellung und Beispiele	1
1.2 Existenz von Lösungen	5
1.3 Konvexe Optimierungsaufgaben	7
1.4 Optimierungsverfahren	13
1.5 Übungsaufgaben	16
<b>2 Ableitungsfreie Verfahren</b>	<b>17</b>
2.1 Das Verfahren von Nelder und Mead	17
2.2 Ein Mutations-Selektions-Verfahren	24
2.3 Anwendungen	29
2.3.1 Lineare Regression	29
2.3.2 Nichtlineare Regression	30
2.3.3 Parameterschätzung bei Differentialgleichungen	33
2.3.4 Lagerhaltung	35
2.4 Übungsaufgaben	39
<b>3 Unrestringierte Optimierungsprobleme: Theorie</b>	<b>41</b>
3.1 Optimalitätsbedingungen	41
3.1.1 Notwendige Bedingungen erster Ordnung	41
3.1.2 Notwendige Bedingungen zweiter Ordnung	43
3.1.3 Hinreichende Bedingungen zweiter Ordnung	44
3.2 Konvexe Optimierungsaufgaben	46
3.3 Parameterabhängige Probleme	53
3.4 Berechnung von Ableitungen	57
3.4.1 Methoden zur Berechnung von Ableitungen	57
3.4.2 Parameterschätzung bei Differentialgleichungen	58
3.4.3 Diskrete Steuerungsprobleme	60
3.5 Übungsaufgaben	65
<b>4 Unrestringierte Optimierungsprobleme: Verfahren</b>	<b>67</b>
4.1 Grundlagen	67
4.2 Abstiegsverfahren mit Schrittweitensteuerung	68
4.2.1 Ein allgemeines Abstiegsverfahren	68
4.2.2 Das Gradientenverfahren für quadratische Optimierungsprobleme	70

4.2.3	Das Verfahren konjugierter Gradienten . . . . .	75
4.2.4	Schrittweitenberechnung . . . . .	78
4.2.5	Gradientenbezogene Suchrichtungen . . . . .	84
4.2.6	Allgemeine Konvergenzsätze . . . . .	85
4.2.7	Schrittweitenverfahren . . . . .	90
4.2.8	Das Gradientenverfahren . . . . .	98
4.2.9	Das Fletcher-Reeves-Verfahren . . . . .	103
4.3	Newton- und Quasi-Verfahren . . . . .	106
4.3.1	Lokale Konvergenz des Newton-Verfahrens . . . . .	106
4.3.2	Das gedämpfte Newton-Verfahren . . . . .	111
4.3.3	Das Gauß-Newton-Verfahren . . . . .	120
4.3.4	Quasi-Newton-Verfahren . . . . .	123
4.3.5	Das BFGS-Verfahren . . . . .	124
4.4	Trust-Region-Verfahren . . . . .	135
4.4.1	Das Trust-Region-Konzept . . . . .	135
4.4.2	Trust-Region-Newton-Richtungen . . . . .	137
4.4.3	Der Cauchy-Punkt . . . . .	142
4.4.4	Ein Trust-Region-Newton-Verfahren . . . . .	143
4.4.5	Eine Variante des Trust-Region-Newton-Verfahrens . . . . .	150
4.4.6	Das Levenberg-Marquardt-Verfahren . . . . .	151
4.5	Anwendungen . . . . .	153
4.5.1	Parameterschätzung bei Differentialgleichungen . . . . .	153
4.5.2	Optimale Steuerung . . . . .	157
4.6	Übungsaufgaben . . . . .	160
<b>5</b>	<b>Optimierungsprobleme mit linearen Restriktionen: Theorie</b>	<b>163</b>
5.1	Grundlagen und Beispiele . . . . .	163
5.2	Probleme mit allgemeinen konvexen Restriktionen . . . . .	166
5.2.1	Kegel zulässiger Richtungen und Normalenkegel . . . . .	166
5.2.2	Optimalitätsbedingungen erster Ordnung . . . . .	169
5.2.3	Optimalitätsbedingungen zweiter Ordnung . . . . .	171
5.3	Lineare Gleichungsnebenbedingungen . . . . .	173
5.3.1	Problemstellung und Beispiele . . . . .	173
5.3.2	Optimalitätsbedingungen erster Ordnung . . . . .	174
5.3.3	Optimalitätsbedingungen zweiter Ordnung . . . . .	176
5.3.4	Nullraum-Matrizen . . . . .	182
5.3.5	Parameterabhängige Probleme . . . . .	186
5.4	Lineare Ungleichungsnebenbedingungen . . . . .	189
5.4.1	Problemstellung und Beispiele . . . . .	189
5.4.2	Optimalitätsbedingungen erster Ordnung . . . . .	189
5.4.3	Optimalitätsbedingungen zweiter Ordnung . . . . .	197
5.5	Übungsaufgaben . . . . .	202
<b>6</b>	<b>Optimierungsprobleme mit linearen Restriktionen: Verfahren</b>	<b>205</b>
6.1	Quadratische Probleme mit Gleichungsrestriktionen . . . . .	205

6.2	Quadratische Probleme mit Ungleichungsrestriktionen . . . . .	209
6.2.1	Eine Aktive-Mengen-Methode . . . . .	209
6.2.2	Pfadverfolgungsmethoden . . . . .	219
6.3	Reduktionsverfahren für nichtlineare Probleme mit Gleichungsrestriktionen . . . . .	231
6.4	Newton-SQP-Verfahren . . . . .	236
6.4.1	Optimierungsprobleme mit konvexen Restriktionen . . . . .	236
6.4.2	Optimierungsprobleme mit linearen Gleichungsrestriktionen . . . . .	240
6.4.3	Optimierungsprobleme mit linearen Ungleichungsrestriktionen . . . . .	241
6.5	Variable-Metrik-Verfahren . . . . .	245
6.5.1	Optimierungsprobleme mit konvexen Restriktionen . . . . .	245
6.5.2	Optimierungsprobleme mit linearen Ungleichungsrestriktionen . . . . .	249
6.6	Übungsaufgaben . . . . .	250
<b>7</b>	<b>Optimierungsprobleme mit nichtlinearen Restriktionen: Theorie</b>	<b>253</b>
7.1	Grundlagen und Beispiele . . . . .	253
7.2	Optimalitätsbedingungen erster Ordnung . . . . .	255
7.2.1	Der Tangentialkegel . . . . .	255
7.2.2	Lagrange-Multiplikatoren . . . . .	258
7.2.3	Regularität bei Ungleichungsrestriktionen . . . . .	263
7.2.4	Regularität bei Gleichungsrestriktionen . . . . .	267
7.2.5	Regularität bei Gleichungs- und Ungleichungsrestriktionen . . . . .	269
7.3	Optimalitätsbedingungen zweiter Ordnung . . . . .	272
7.4	Parameterabhängige Probleme . . . . .	276
7.4.1	Probleme mit Gleichungsrestriktionen . . . . .	276
7.4.2	Probleme mit Ungleichungsrestriktionen . . . . .	280
7.5	Übungsaufgaben . . . . .	285
<b>8</b>	<b>Optimierungsprobleme mit nichtlinearen Restriktionen: Verfahren</b>	<b>287</b>
8.1	Das Lagrange-Newton-Verfahren . . . . .	287
8.1.1	Optimierungsprobleme mit Gleichungsrestriktionen . . . . .	287
8.1.2	Optimierungsprobleme mit Ungleichungsrestriktionen . . . . .	290
8.2	Sequentielle unrestringierte Minimierung . . . . .	296
8.2.1	Penalty-Verfahren . . . . .	296
8.2.2	Multiplikator-Verfahren . . . . .	303
8.2.3	Barriere-Methoden . . . . .	307
8.3	Sequentielle quadratische Programmierung . . . . .	313
8.3.1	Berechnung der Suchrichtung . . . . .	314
8.3.2	Berechnung der Schrittweite . . . . .	319
8.3.3	Grundversion des SQP-Verfahrens . . . . .	320
8.3.4	Zur Implementierung von SQP-Verfahren . . . . .	321
8.3.5	Trust-Region- und Filter-SQP-Verfahren . . . . .	324
8.4	Innere-Punkte-Verfahren . . . . .	325
8.5	Weitere Newton-Verfahren . . . . .	328
8.6	Übungsaufgaben . . . . .	329

<b>9</b>	<b>Nichtglatte Optimierungsprobleme: Theorie</b>	<b>331</b>
9.1	Grundlagen und Beispiele . . . . .	331
9.2	Konvexe Mengen und Funktionen . . . . .	336
9.2.1	Konvexe Mengen . . . . .	336
9.2.2	Trennungssätze . . . . .	337
9.2.3	Konvexe Funktionen . . . . .	338
9.2.4	Operationen mit konvexen Funktionen . . . . .	340
9.2.5	Affine Minoranten . . . . .	341
9.2.6	Lokale Lipschitz-Stetigkeit . . . . .	343
9.2.7	Subdifferential und Richtungsableitung . . . . .	345
9.2.8	Maximumfunktionen . . . . .	351
9.3	Konvexe Optimierungsprobleme . . . . .	356
9.3.1	Unrestringierte Probleme . . . . .	356
9.3.2	Abstiegsrichtungen . . . . .	357
9.3.3	Probleme mit allgemeinen konvexen Restriktionen . . . . .	358
9.3.4	Lineare Nebenbedingungen . . . . .	361
9.4	Übungsaufgaben . . . . .	363
<b>10</b>	<b>Nichtglatte Optimierungsprobleme: Verfahren</b>	<b>365</b>
10.1	Das Subgradientenverfahren . . . . .	365
10.1.1	Das Verfahren . . . . .	365
10.1.2	Konvergenzbetrachtungen . . . . .	366
10.1.3	Numerische Beispiele . . . . .	370
10.2	Approximative Ableitungen . . . . .	374
10.2.1	Approximation des Subdifferentials . . . . .	374
10.2.2	Approximation der Richtungsableitung . . . . .	380
10.2.3	Approximative Minima . . . . .	384
10.2.4	Approximative Abstiegsrichtungen . . . . .	385
10.3	Approximative Abstiegsverfahren . . . . .	387
10.3.1	Grundlegende Verfahrenskonzepte . . . . .	387
10.3.2	Das Schrittweitenverfahren . . . . .	395
10.3.3	Konstruktion des Bundles . . . . .	401
10.3.4	Ein implementierbares Abstiegsverfahren . . . . .	405
10.4	Bundle-Verfahren . . . . .	411
10.4.1	Stopp-Kriterien . . . . .	411
10.4.2	Allgemeiner Verfahrensablauf . . . . .	411
10.4.3	Numerische Beispiele . . . . .	413
10.5	Bundle-Trust-Region-Verfahren . . . . .	416
10.5.1	Grundlage des Verfahrens . . . . .	416
10.5.2	Das Trust-Region-Problem . . . . .	418
10.5.3	Das Verfahrenskonzept . . . . .	422
10.5.4	Implementierung des Verfahrens . . . . .	422
10.5.5	Das Bundle-Trust-Region-Verfahren . . . . .	430
10.5.6	Konvergenz des Verfahrens . . . . .	431
10.5.7	Numerische Beispiele . . . . .	438

Inhaltsverzeichnis	XI
10.5.8 Optimierungsprobleme mit Restriktionen . . . . .	439
10.6 Übungsaufgaben . . . . .	441
<b>A Grundlagen</b>	<b>443</b>
A.1 Bezeichnungen und Notationen . . . . .	443
A.2 Mathematische Grundlagen . . . . .	444
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>453</b>
<b>Index</b>	<b>466</b>