

Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	XIII
Notationen	XVII
1 Optimierungsaufgaben	1
1.1 Aufgabenstellung und Beispiele	1
1.2 Existenz von Lösungen	5
1.3 Konvexe Optimierungsaufgaben	7
1.4 Optimierungsverfahren	13
1.5 Übungsaufgaben	16
2 Ableitungsfreie Verfahren	17
2.1 Das Verfahren von Nelder und Mead	17
2.2 Ein Mutations-Selektions-Verfahren	24
2.3 Anwendungen	29
2.3.1 Lineare Regression	29
2.3.2 Nichtlineare Regression	30
2.3.3 Parameterschätzung bei Differentialgleichungen	33
2.3.4 Lagerhaltung	35
2.4 Übungsaufgaben	39
3 Unrestringierte Optimierungsprobleme: Theorie	41
3.1 Optimalitätsbedingungen	41
3.1.1 Notwendige Bedingungen erster Ordnung	41
3.1.2 Notwendige Bedingungen zweiter Ordnung	43
3.1.3 Hinreichende Bedingungen zweiter Ordnung	44
3.2 Konvexe Optimierungsaufgaben	46
3.3 Parameterabhängige Probleme	53
3.4 Berechnung von Ableitungen	57
3.4.1 Methoden zur Berechnung von Ableitungen	57
3.4.2 Parameterschätzung bei Differentialgleichungen	58
3.4.3 Diskrete Steuerungsprobleme	60
3.5 Übungsaufgaben	65
4 Unrestringierte Optimierungsprobleme: Verfahren	67
4.1 Grundlagen	67
4.2 Abstiegsverfahren mit Schrittweitensteuerung	68
4.2.1 Ein allgemeines Abstiegsverfahren	68
4.2.2 Das Gradientenverfahren für quadratische Optimierungsprobleme	70

4.2.3	Das Verfahren konjugierter Gradienten	75
4.2.4	Schrittweitenberechnung	78
4.2.5	Gradientenbezogene Suchrichtungen	84
4.2.6	Allgemeine Konvergenzsätze	85
4.2.7	Schrittweitenverfahren	90
4.2.8	Das Gradientenverfahren	98
4.2.9	Das Fletcher-Reeves-Verfahren	103
4.3	Newton- und Quasi-Verfahren	106
4.3.1	Lokale Konvergenz des Newton-Verfahrens	106
4.3.2	Das gedämpfte Newton-Verfahren	111
4.3.3	Das Gauß-Newton-Verfahren	120
4.3.4	Quasi-Newton-Verfahren	123
4.3.5	Das BFGS-Verfahren	124
4.4	Trust-Region-Verfahren	135
4.4.1	Das Trust-Region-Konzept	135
4.4.2	Trust-Region-Newton-Richtungen	137
4.4.3	Der Cauchy-Punkt	142
4.4.4	Ein Trust-Region-Newton-Verfahren	143
4.4.5	Eine Variante des Trust-Region-Newton-Verfahrens	150
4.4.6	Das Levenberg-Marquardt-Verfahren	151
4.5	Anwendungen	153
4.5.1	Parameterschätzung bei Differentialgleichungen	153
4.5.2	Optimale Steuerung	157
4.6	Übungsaufgaben	160
5	Optimierungsprobleme mit linearen Restriktionen: Theorie	163
5.1	Grundlagen und Beispiele	163
5.2	Probleme mit allgemeinen konvexen Restriktionen	166
5.2.1	Kegel zulässiger Richtungen und Normalenkegel	166
5.2.2	Optimalitätsbedingungen erster Ordnung	169
5.2.3	Optimalitätsbedingungen zweiter Ordnung	171
5.3	Lineare Gleichungsnebenbedingungen	173
5.3.1	Problemstellung und Beispiele	173
5.3.2	Optimalitätsbedingungen erster Ordnung	174
5.3.3	Optimalitätsbedingungen zweiter Ordnung	176
5.3.4	Nullraum-Matrizen	182
5.3.5	Parameterabhängige Probleme	186
5.4	Lineare Ungleichungsnebenbedingungen	189
5.4.1	Problemstellung und Beispiele	189
5.4.2	Optimalitätsbedingungen erster Ordnung	189
5.4.3	Optimalitätsbedingungen zweiter Ordnung	197
5.5	Übungsaufgaben	202
6	Optimierungsprobleme mit linearen Restriktionen: Verfahren	205
6.1	Quadratische Probleme mit Gleichungsrestriktionen	205

6.2	Quadratische Probleme mit Ungleichungsrestriktionen	209
6.2.1	Eine Aktive-Mengen-Methode	209
6.2.2	Pfadverfolgungsmethoden	219
6.3	Reduktionsverfahren für nichtlineare Probleme mit Gleichungsrestriktionen	231
6.4	Newton-SQP-Verfahren	236
6.4.1	Optimierungsprobleme mit konvexen Restriktionen	236
6.4.2	Optimierungsprobleme mit linearen Gleichungsrestriktionen	240
6.4.3	Optimierungsprobleme mit linearen Ungleichungsrestriktionen	241
6.5	Variable-Metrik-Verfahren	245
6.5.1	Optimierungsprobleme mit konvexen Restriktionen	245
6.5.2	Optimierungsprobleme mit linearen Ungleichungsrestriktionen	249
6.6	Übungsaufgaben	250
7	Optimierungsprobleme mit nichtlinearen Restriktionen: Theorie	253
7.1	Grundlagen und Beispiele	253
7.2	Optimalitätsbedingungen erster Ordnung	255
7.2.1	Der Tangentialkegel	255
7.2.2	Lagrange-Multiplikatoren	258
7.2.3	Regularität bei Ungleichungsrestriktionen	263
7.2.4	Regularität bei Gleichungsrestriktionen	267
7.2.5	Regularität bei Gleichungs- und Ungleichungsrestriktionen	269
7.3	Optimalitätsbedingungen zweiter Ordnung	272
7.4	Parameterabhängige Probleme	276
7.4.1	Probleme mit Gleichungsrestriktionen	276
7.4.2	Probleme mit Ungleichungsrestriktionen	280
7.5	Übungsaufgaben	285
8	Optimierungsprobleme mit nichtlinearen Restriktionen: Verfahren	287
8.1	Das Lagrange-Newton-Verfahren	287
8.1.1	Optimierungsprobleme mit Gleichungsrestriktionen	287
8.1.2	Optimierungsprobleme mit Ungleichungsrestriktionen	290
8.2	Sequentielle unrestringierte Minimierung	296
8.2.1	Penalty-Verfahren	296
8.2.2	Multiplikator-Verfahren	303
8.2.3	Barriere-Methoden	307
8.3	Sequentielle quadratische Programmierung	313
8.3.1	Berechnung der Suchrichtung	314
8.3.2	Berechnung der Schrittweite	319
8.3.3	Grundversion des SQP-Verfahrens	320
8.3.4	Zur Implementierung von SQP-Verfahren	321
8.3.5	Trust-Region- und Filter-SQP-Verfahren	324
8.4	Innere-Punkte-Verfahren	325
8.5	Weitere Newton-Verfahren	328
8.6	Übungsaufgaben	329

9 Nichtglatte Optimierungsprobleme: Theorie	331
9.1 Grundlagen und Beispiele	331
9.2 Konvexe Mengen und Funktionen	336
9.2.1 Konvexe Mengen	336
9.2.2 Trennungssätze	337
9.2.3 Konvexe Funktionen	338
9.2.4 Operationen mit konvexen Funktionen	340
9.2.5 Affine Minoranten	341
9.2.6 Lokale Lipschitz-Stetigkeit	343
9.2.7 Subdifferential und Richtungsableitung	345
9.2.8 Maximumfunktionen	351
9.3 Konvexe Optimierungsprobleme	356
9.3.1 Unrestriktierte Probleme	356
9.3.2 Abstiegsrichtungen	357
9.3.3 Probleme mit allgemeinen konvexen Restriktionen	358
9.3.4 Lineare Nebenbedingungen	361
9.4 Übungsaufgaben	363
10 Nichtglatte Optimierungsprobleme: Verfahren	365
10.1 Das Subgradientenverfahren	365
10.1.1 Das Verfahren	365
10.1.2 Konvergenzbetrachtungen	366
10.1.3 Numerische Beispiele	370
10.2 Approximative Ableitungen	374
10.2.1 Approximation des Subdifferentials	374
10.2.2 Approximation der Richtungsableitung	380
10.2.3 Approximative Minima	384
10.2.4 Approximative Abstiegsrichtungen	385
10.3 Approximative Abstiegsverfahren	387
10.3.1 Grundlegende Verfahrenskonzepte	387
10.3.2 Das Schrittweitenverfahren	395
10.3.3 Konstruktion des Bundles	401
10.3.4 Ein implementierbares Abstiegsverfahren	405
10.4 Bundle-Verfahren	411
10.4.1 Stopp-Kriterien	411
10.4.2 Allgemeiner Verfahrensablauf	411
10.4.3 Numerische Beispiele	413
10.5 Bundle-Trust-Region-Verfahren	416
10.5.1 Grundlage des Verfahrens	416
10.5.2 Das Trust-Region-Problem	418
10.5.3 Das Verfahrenskonzept	422
10.5.4 Implementierung des Verfahrens	422
10.5.5 Das Bundle-Trust-Region-Verfahren	430
10.5.6 Konvergenz des Verfahrens	431
10.5.7 Numerische Beispiele	438

10.5.8 Optimierungsprobleme mit Restriktionen	439
10.6 Übungsaufgaben	441
A Grundlagen	443
A.1 Bezeichnungen und Notationen	443
A.2 Mathematische Grundlagen	444
Literaturverzeichnis	453
Index	466