2021

G9 Abitur

Abitur

Original-Prüf
mit Lösunger

MEHR ERFAHREN

Niedersachs

Mathematik gA

+ *Übungsaufgaben*
+ *Infos zum Inhalt der neuen I*
+ *Lernvideos zur GTR/CAS-Nutz*

ActiveBook
Interaktives
Training

STARK

Inhaltsverzeichnis

Fortsetzung siehe nächste Seite

Die mit einem * markierten Aufgaben sind aufgrund von Lehrplanänderungen für das Abitur ab 2021 nicht relevant.

Bei MyStark finden Sie:
- **Interaktives Training** zum hilfsmittelfreien Teil des Abiturs
- **Lernvideos** zum Einsatz Ihres GTR bzw. CAS
- alle **Original-Prüfungsaufgaben** der Jahre **2014 bis 2019** mit Lösungen, die nicht im Buch abgedruckt sind

Ausführliche Infos inkl. Zugangscode zu MyStark finden Sie auf den Farbseiten vorne in diesem Buch.

Sitzen alle mathematischen Begriffe? Im Interaktiven Training und unter www.stark-verlag.de/mathematik-glossar/ finden Sie ein kostenloses Glossar zum schnellen Nachschlagen aller wichtigen Definitionen mitsamt hilfreicher Abbildungen und Erläuterungen.

Autoren

Josef Rolfs (Hinweise zum Zentralabitur, Übungsaufgaben, Lösungen der Abituraufgaben 2011–2019)

Hartmut Müller-Sommer (Hinweise zum Zentralabitur, Übungsaufgaben, Lösungen der Abituraufgaben 2014–2019)

Vorwort

Liebe Schülerinnen und Schüler,

mit diesem Buch geben wir Ihnen eine optimale Hilfestellung zur Vorbereitung auf die **Abiturprüfung 2021** im **Grundlegenden Anforderungsniveau** in **Niedersachsen**.

- Sie erhalten im ersten Teil des Buches zahlreiche **Informationen zum Abitur**, deren Kenntnis für die gezielte Vorbereitung auf die Abiturklausur hilfreich und wichtig ist. Dazu gehören u. a. eine komplette, kommentierte Aufstellung der Operatoren für das Abitur, Hinweise zum genauen Ablauf der Prüfung sowie alles Wissenswerte zur Struktur und zu den Anforderungen der Prüfungsaufgaben. Sie finden dort darüber hinaus viele **praktische Hinweise**, die Ihnen sowohl in der Vorbereitung auf das Abitur als auch während der Prüfung dazu verhelfen, Prüfungsaufgaben gut zu lösen.
- Der Band enthält **für das Grundlegende Anforderungsniveau** viele **Übungsaufgaben** zu den **Themen des Abiturs 2021** sowie zum **Pflichtteil**. Diese sind auf den Stil der Prüfungsaufgaben abgestimmt, d. h., in der Abiturprüfung werden auf Sie in Umfang, Form und Schwierigkeitsgrad vergleichbare Fragestellungen zukommen.
- Zusätzlich finden Sie in diesem Band die **Original-Abituraufgaben 2016 bis 2019**. Damit können Sie sich ein genaues Bild davon machen, wie die Prüfung in den letzten Jahren ausgesehen hat.
- Zu sämtlichen Aufgaben im Buch wurden von uns **vollständige, kommentierte Lösungsvorschläge** sowie separate **Tipps zum Lösungsansatz** ausgearbeitet, die Ihnen das selbstständige Lösen der Aufgaben erleichtern.
- Zudem ist dieses Buch ein **ActiveBook** – das bedeutet, Sie erhalten zusätzliches Übungsmaterial **online bei MyStark**:
  - **Interaktives Training** zum hilfsmittelfreien Teil des Abiturs
  - **Lernvideos** zum Einsatz Ihres GTR bzw. CAS
  - **Original-Abituraufgaben** der Jahre **2014 bis 2019**, die nicht im Buch abgedruckt sind

  Ausführliche Infos dazu inkl. Zugangscode zu MyStark finden Sie auf den Farbseiten vorne in diesem Buch.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg bei der Abiturvorbereitung und bei Ihrer Prüfung!

Hartmut Müller-Sommer   Josef Rolfs

Hinweise und Tipps zum Zentralabitur

1 Ablauf der schriftlichen Abiturprüfung

1.1 Die zentrale schriftliche Prüfung

Seit dem Schuljahr 2005/2006 gibt es im Land Niedersachsen im Fach Mathematik zentrale schriftliche Abiturprüfungen. Seit dem Schuljahr 2013/2014 besteht die Abiturprüfung aus zwei Teilen, einem **Pflichtteil**, der ohne elektronische Hilfsmittel und ohne Formelsammlung zu bearbeiten ist, und einem **Wahlteil**, der mithilfe der unten angeführten Hilfsmittel bearbeitet werden kann.

1.2 Aufbau der Prüfungsaufgaben

Bitte beachten Sie: Aufgrund der besonderen, **coronabedingten** Lernsituation im Schuljahr 2019/20 werden in der schriftlichen Abiturprüfung 2021 neben dem Sachgebiet Analysis nur **entweder** das Sachgebiet Stochastik **oder** Analytische Geometrie/Lineare Algebra geprüft. Die Entscheidung darüber, welches Sachgebiet in der Abiturprüfung behandelt wird, trifft die jeweilige Schule.
Im **Pflichtteil** werden Ihnen **vier Aufgaben** aus dem Sachgebiet Analysis und einem zweiten Sachgebiet vorgelegt, die länderübergreifend gestellt werden. Je nach Entscheidung Ihrer Schule ist das zweite Sachgebiet **entweder** Stochastik **oder** Analytische Geometrie/Lineare Algebra. Die Aufgaben dieses Pflichtteils sind gleichgewichtet (4×5 BE) und gehen **zu 25 %** in die Gesamtnote ein.
Der **Wahlteil** setzt sich aus drei Aufgabenblöcken mit jeweils zwei Aufgaben A und B zusammen:

- Block 1: zwei Aufgaben aus dem Sachgebiet Analysis (Aufgabe 1A bzw. 1B)
- Block 2: zwei Aufgaben aus dem Sachgebiet Stochastik (Aufgabe 2A bzw. 2B)
- Block 3: zwei Aufgaben aus dem Sachgebiet Analytische Geometrie/Lineare Algebra (Aufgabe 3A bzw. 3B).

Sie bekommen Block 1 und je nach Entscheidung Ihrer Schule Block 2 **oder** 3 vorgelegt. Sie müssen **eine** Aufgabe aus Block 1 auswählen und bearbeiten. Aus dem Block 2 bzw. 3 müssen **beide** Aufgaben bearbeitet werden.

Die Gewichtung der zwei Aufgabenblöcke erfolgt im Verhältnis 1 : 1. Somit wird im Wahlteil die Analysisaufgabe (Aufgabenblock 1) mit einem Anteil von etwa 50 % am stärksten gewichtet. Die beiden Aufgaben aus Block 2 bzw. 3 machen jeweils 25 % aus. Die Aufgaben des Wahlteils gehen insgesamt **zu 75 %** in die Gesamtnote ein.

	Block 1	**Block 2**	**Block 3**
Aus Block 1 muss eine Aufgabe und aus dem Block 2 bzw. 3 müssen beide Aufgaben bearbeitet werden.	Aufgabe 1A (Analysis)	Aufgabe 2A (Stochastik)	Aufgabe 3A (Geometrie / Algebra)
	Aufgabe 1B (Analysis)	Aufgabe 2B (Stochastik)	Aufgabe 3B (Geometrie / Algebra)

1.3 Dauer der Prüfung

Die Arbeitszeit für den Pflichtteil beträgt 60 Minuten und für den Wahlteil 165 Minuten. Hinzu kommen für den Wahlteil 30 Minuten Auswahlzeit.
Nach Ablauf der Bearbeitungszeit des Pflichtteils müssen Sie Ihre Ausarbeitungen bei der Aufsicht führenden Lehrkraft abgeben. Sie erhalten dann die Aufgaben für den Wahlteil, einschließlich der zugelassenen Hilfsmittel.

1.4 Verwendung von Hilfsmitteln im Wahlteil

Von den lokalen Fachkonferenzen wird zu Beginn der Einführungsphase festgesetzt, welche der beiden Technologiekategorien in den jeweiligen Prüfungsgruppen verwendet werden. Diese Entscheidung legt eine Aufgabenklasse für die Prüfungsgruppe fest und kann nicht mehr verändert werden. Zur Auswahl stehen:
- grafikfähiger Taschenrechner ohne CAS (GTR)
- computeralgebrafähiger Taschencomputer, Computeralgebrasystem auf einem Tablet, PC oder Notebook (CAS)

Alle Prüflinge einer Prüfungsgruppe verwenden dasselbe Rechnermodell mit demselben Betriebssystem.

In der Abiturprüfung sollen Sie die **Rechnertechnologie** einsetzen und den sinnvollen Gebrauch dieser Technologie nachweisen. Dabei gilt:
- Alle Taschenrechner sind mittels eines Hard- bzw. Software-Resets vor der Prüfung in einen vergleichbaren Zustand zu versetzen. Eigene Programme und Dateien sind auf dem Rechner nicht zulässig.
- Bei den Computeralgebrasystemen sind keine Ergänzungsprogrammpakete erlaubt; auf PCs sind neben einem CAS die Standard-Officeprogramme, aber keine weiteren mathematischen Programme oder weitere Dateien zulässig.
- Vernetzte Rechner sind in der Abiturprüfung nicht zugelassen.

Weiter sind zur Abiturprüfung gedruckte **Formelsammlungen** der Schulbuchverlage und **Handbücher** der Rechner zugelassen.

Übungsaufgabe 3 (80 Min., GTR)

Bakterien

Die Entwicklung einer bestimmten Bakterienart in einer Nährlösung wird modellhaft mithilfe der Funktion f mit $f(x) = 350 - 250 \cdot e^{-0,1 \cdot x}$, $x \in \mathbb{R}$, $x \geq 0$ beschrieben. Dabei ist x die Zeit in Stunden ab dem Zeitpunkt $x = 0$ und f(x) die Bakterienanzahl in Mengeneinheiten (ME).

a) Skizzieren Sie den Graphen von f. Geben Sie an, welche Bakterienanzahl zu Beginn vorhanden ist und welche Grenze es gibt.
Beschreiben Sie, wie sich die momentane Wachstumsgeschwindigkeit im Lauf der Zeit verändert, und berechnen Sie die momentane Wachstumsgeschwindigkeit zum Zeitpunkt $x = 0$.
Berechnen Sie die momentane Wachstumsgeschwindigkeit zu dem Zeitpunkt, zu dem 300 ME Bakterien vorhanden sind.

b) Bestimmen Sie den Zeitpunkt, an dem die momentane Wachstumsgeschwindigkeit mit der durchschnittlichen Wachstumsgeschwindigkeit in den ersten 15 Stunden übereinstimmt.
Zeigen Sie, dass die momentane Wachstumsgeschwindigkeit proportional zur Differenz aus der Grenze und dem aktuellen Bestand ist.

c) Die Funktion f wird nun unabhängig vom Sachzusammenhang betrachtet.
Für jeden Punkt $P(a \mid f(a))$, $a \geq 0$, gibt es eine Tangente an den Graphen von f.
Zeigen Sie, dass durch

$$y = 25 \cdot e^{-0,1 \cdot a} \cdot x + 350 - 25 \cdot e^{-0,1 \cdot a} \cdot (10 + a)$$

die Gleichung dieser Tangente beschrieben wird.
Jede Tangente bildet zusammen mit der y-Achse und der Geraden zu $y = 350$ ein Dreieck.
Bestimmen Sie denjenigen Punkt $P(a \mid f(a))$, bei dem die zugehörige Tangente zu einem Dreieck mit dem größten Flächeninhalt führt. Geben Sie den größten Flächeninhalt an.

TIPP **Lösungshinweise – Übungsaufgabe 3**

Teilaufgabe a

Skizze und Beschreibung des Graphen von f

Skizzieren Sie den Graphen und beschreiben Sie den Verlauf der Bakterienentwicklung.

Geben Sie die Grenze für die Bakterienanzahl an.

Der Funktionswert f(0) gibt die Bakterienanzahl zu Beginn der Messung an.

Beschreibung der Wachstumsgeschwindigkeit und ihre Berechnung zum Zeitpunkt x =0

Die Ableitung f'(x) stellt die momentane Wachstumsgeschwindigkeit zum Zeitpunkt x dar.

Beschreiben Sie den zeitlichen Verlauf von f'(x).

Bestimmen Sie mithilfe der Kettenregel f'(x) und berechnen Sie f'(0).

Berechnung der momentanen Wachstumsgeschwindigkeit beim Bestand von 300 ME

Bestimmen Sie zunächst den Zeitpunkt, zu dem die Bakterienanzahl 300 ME beträgt.

Sie können die Berechnung mit dem Rechner oder auch per Hand durchführen.

Berechnen Sie anschließend die momentane Wachstumsgeschwindigkeit zu dem ermittelten Zeitpunkt.

Teilaufgabe b

Bestimmung des Zeitpunktes

Berechnen Sie zunächst die durchschnittliche Wachstumsgeschwindigkeit während der ersten 15 Stunden.

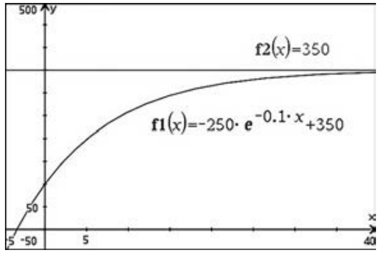
Die Differenz $f(15)-f(0)$ gibt den Zuwachs der Bakterienanzahl in ME während der ersten 15 Stunden an.

Der Quotient $\frac{f(15)-f(0)}{15-0}$ beschreibt die durchschnittliche Wachstumsgeschwindigkeit in $\frac{\text{ME}}{\text{h}}$ während der ersten 15 Stunden. Berechnen Sie diesen Quotienten.

Gesucht ist nun der Zeitpunkt x, zu dem die momentane Wachstumsgeschwindigkeit f'(x) mit dem berechneten Quotienten übereinstimmt. Nutzen Sie dabei die Rechnerfunktionen.

Lösungsvorschlag – Übungsaufgabe 3

a) Skizze und Beschreibung des Graphen von f:
Der Verlauf des Graphen von f zeigt, dass die Bakterienanzahl ständig zunimmt, sich dabei aber von unten her der Grenze 350 ME nähert. Es handelt sich um ein begrenztes Wachstum mit dem Anfangswert $f(0) = 100$.



Beschreibung der Wachstumsgeschwindigkeit und ihre Berechnung zum Zeitpunkt $x = 0$:
Die erste Ableitung $f'(x)$ stellt die momentane Wachstumsgeschwindigkeit zum Zeitpunkt x dar. Der Abbildung ist zu entnehmen, dass $f'(x)$ mit fortschreitender Zeit immer weiter abnimmt und gegen null strebt. Mithilfe der Kettenregel erhält man:

$f'(x) = 25 \cdot e^{-0,1 \cdot x}$

Hieraus folgt $f'(0) = 25$. Die momentane Wachstumsgeschwindigkeit zum Zeitpunkt $x = 0$ beträgt also $25\ \frac{\text{ME}}{\text{h}}$.

Berechnung der momentanen Wachstumsgeschwindigkeit beim Bestand 300 ME:
Zunächst wird der Zeitpunkt bestimmt, zu dem die Bakterienanzahl 300 ME beträgt.
Für die Gleichung $f(x) = 300$ liefert der Rechner die Lösung $x \approx 16,1$.
Nach etwa 16 Stunden ist die Bakterienanzahl auf 300 ME angewachsen.
Zu diesem Zeitpunkt beträgt die momentane Wachstumsgeschwindigkeit $5\ \frac{\text{ME}}{\text{h}}$.

$350-250\cdot e^{-0.1\cdot x} \to f(x)$	*Fertig*
$25\cdot e^{-0.1\cdot x} \to df(x)$	*Fertig*
nSolve(f(x)=300,x)	16.0944
df(x)|x=16.09437912434	5.

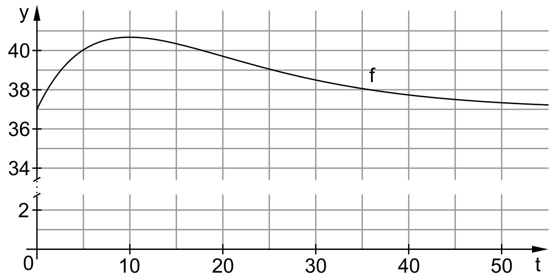
Alternative:
Die Gleichung $f(x) = 300$ lässt sich auch per Hand lösen:

$$f(x) = 300 \quad \Leftrightarrow \quad -250 \cdot e^{-0,1 \cdot x} = -50 \quad \Leftrightarrow \quad e^{-0,1 \cdot x} = \frac{1}{5}$$

Aus der letzten Gleichung folgt:
$x = 10 \cdot \ln 5 \approx 16,1$
Für die momentane Wachstumsgeschwindigkeit erhält man schließlich:
$f'(10 \cdot \ln 5) = 25 \cdot e^{-0,1 \cdot 10 \cdot \ln 5} = 25 \cdot e^{-\ln 5} = 5$

Wahlteil (GTR) – Aufgabe 1 A

Unter der Körpertemperatur eines Menschen versteht man die Temperatur des Körperinneren.
Die Körpertemperatur eines gesunden Menschen (Normaltemperatur) wird mit 37,0 °C angenommen. Bei Temperaturen ab 37,9 °C spricht man von Fieber.



Der zeitliche Verlauf der Körpertemperatur einer erkrankten Person lässt sich bei bestimmten Erkrankungen modellhaft mithilfe der Funktion f mit $f(t) = 37 + t \cdot e^{-0{,}1t}$, $t \geq 0$, beschreiben. Dabei ist t die Zeit in Stunden nach dem Ausbruch der Krankheit und f(t) die Körpertemperatur in °C. Die zu ermittelnden Zeiten sollen in Stunden, auf eine Nachkommastelle gerundet, angegeben werden.

Punkte

a) Berechnen Sie
- die Körpertemperatur beim Ausbruch der Krankheit,
- die durchschnittliche Temperaturänderung in den ersten 5 Stunden,
- die maximale Körpertemperatur der erkrankten Person.

Berechnen Sie $f'(2)$ und deuten Sie diesen Wert im Sachzusammenhang.
Ermitteln Sie den Zeitpunkt, zu dem die Körpertemperatur der erkrankten Person am stärksten abnimmt. 14

b) Hat eine Person Fieber, wird der Inhalt der Fläche zwischen dem Graphen von f und der Geraden zu $y = 37{,}9$ als ein Maß für die Belastung der erkrankten Person angenommen.
Bestimmen Sie den Wert der Belastung für den gesamten Zeitraum, in dem die erkrankte Person Fieber hat.
Ermitteln Sie den Zeitpunkt, an dem die Belastung der erkrankten Person den Wert von 25 überschreitet.
Die erkrankte Person nimmt 20 Stunden nach Ausbruch der Krankheit ein fiebersenkendes Medikament ein. Man geht davon aus, dass ab diesem Zeitpunkt die Temperatur linear abnimmt. Dabei nimmt die Temperatur im linearen Modell doppelt so schnell ab wie die Temperatur nach 20 Stunden im durch f beschriebenen Modell.
Berechnen Sie, wie viel früher die erkrankte Person mit Medikamenteneinnahme fieberfrei ist. 15

c) Die Funktion f wird jetzt unabhängig vom Sachzusammenhang betrachtet. Durch jeden Punkt $P(p \mid f(p))$, $p \geq 0$, verläuft eine Tangente an den Graphen von f. Für jeden Wert von p wird die Tangente durch die Gleichung $y = (1 - 0{,}1p) \cdot e^{-0{,}1p} \cdot x + 37 + 0{,}1p^2 \cdot e^{-0{,}1p}$ beschrieben.
Zeigen Sie, dass es genau eine Tangente mit kleinstem y-Achsenabschnitt und genau eine Tangente mit größtem y-Achsenabschnitt gibt. 5

34

TIPP Lösungshinweise zum Wahlteil (GTR) – Aufgabe 1 A

Teilaufgabe a

Berechnung der Körpertemperatur beim Ausbruch der Krankheit

Da die angegebene Funktion f den zeitlichen Verlauf der Körpertemperatur einer erkrankten Person angibt, stellt der Funktionswert f(0) die Körpertemperatur in °C beim Ausbruch der Krankheit dar.

Berechnung der durchschnittlichen Temperaturänderung

Die Differenz $f(5) - f(0)$ gibt den Zuwachs der Körpertemperatur in °C während der ersten 5 Stunden an.

Der Quotient $\frac{f(5) - f(0)}{5}$ stellt die gesuchte Temperaturänderung in $\frac{°C}{h}$ während der ersten 5 Stunden dar.

Berechnung der maximalen Körpertemperatur der erkrankten Person

Die Abbildung des Aufgabenblattes zeigt, dass der Graph von f einen Hochpunkt hat. Dort liegt die maximale Körpertemperatur vor. Gehen Sie auch auf das globale Verhalten des Graphen ein.

Ermitteln Sie die Stelle mit dem maximalen Funktionswert von f mithilfe des Rechners.

Sie können das Maximum auch per Hand bestimmen, indem Sie die Ableitung f'(t) untersuchen.

Berechnung und Deutung von f'(2) im Sachzusammenhang

Berechnen Sie f'(2).

Die Ableitung f'(t) an einer bestimmten Stelle t gibt die momentane Änderungsrate des Funktionswertes f(t) an dieser Stelle an.

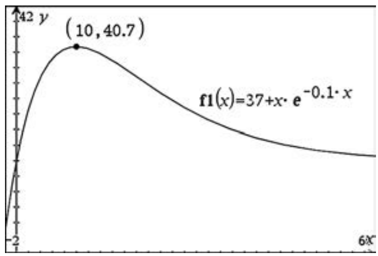
Beachten Sie die Bedeutung von f(t) im Sachzusammenhang und geben Sie für f'(2) auch die relevante Einheit an.

Lösungsvorschlag zum Wahlteil (GTR) – Aufgabe 1 A

a) Berechnung der Körpertemperatur beim Ausbruch der Krankheit:
Die Funktion f beschreibt den zeitlichen Verlauf der Körpertemperatur einer erkrankten Person. Daher stellt der Funktionswert f(0) die Körpertemperatur in °C beim Ausbruch der Krankheit dar. Man erhält:
$f(0) = 37$
Beim Ausbruch der Krankheit beträgt die Körpertemperatur 37 °C.

Berechnung der durchschnittlichen Temperaturänderung:
Der Quotient $\frac{f(5)-f(0)}{5}$ stellt die durchschnittliche Temperaturänderung in den ersten 5 Stunden dar. Man erhält:
$\frac{f(5)-f(0)}{5} \approx 0{,}6$
Die durchschnittliche Temperaturänderung in den ersten 5 Stunden beträgt somit ungefähr $0{,}6\,\frac{°C}{h}$.

Berechnung der maximalen Körpertemperatur der erkrankten Person:

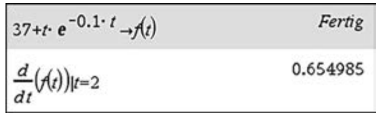


Der zeitliche Verlauf der Körpertemperatur zeigt, dass der Graph von f im Intervall [5; 15] einen Hochpunkt besitzt. Mit den Rechnerfunktionen erhält man einen Hochpunkt an der Stelle $t = 10$ mit $f(10) \approx 40{,}7$.
Der Temperaturverlauf zeigt, dass nach Überwindung des Temperaturmaximums die Körpertemperatur wieder bis zum Normalwert von 37 °C abnimmt und daher keine höheren Temperaturen vorliegen. Die maximale Körpertemperatur beträgt also etwa 40,7 °C.

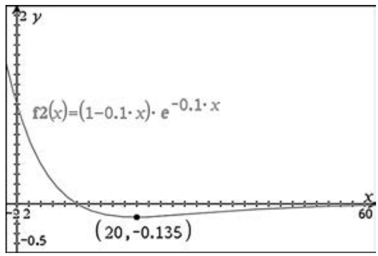
Alternative:
Im Hochpunkt muss $f'(t) = 0$ gelten. Mit der Produktregel folgt:
$f'(t) = t \cdot e^{-0{,}1t} \cdot (-0{,}1) + e^{-0{,}1t} = (1-0{,}1t) \cdot e^{-0{,}1t}$
Der zweite Faktor $e^{-0{,}1t}$ im Ableitungsterm ist für alle $t \in \mathbb{R}$ positiv, d. h.:
$f'(t) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad (1-0{,}1t) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad t = 10$
Da der erste Faktor $(1-0{,}1t)$ offenbar für $t > 10$ negativ ist, gilt dies auch für $f'(t)$. Die Funktionswerte f(t) werden also mit wachsendem t immer kleiner. Genauer: sie streben asymptotisch gegen den Wert 37. Es gibt daher keinen höheren Funktionswert als $f(10) \approx 40{,}7$.

Berechnung und Deutung von f'(2) im Sachzusammenhang:

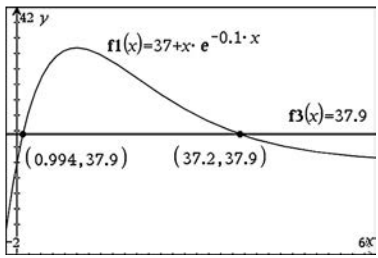
Der Rechner liefert $f'(2) \approx 0{,}7$. Zwei Stunden nach Beginn der Erkrankung beträgt die momentane Temperaturänderung etwa $0{,}7\,\frac{°C}{h}$.



Ermittlung des Zeitpunktes der stärksten Temperaturabnahme:
Die stärkste Abnahme der Körpertemperatur der erkrankten Person findet zu einem Zeitpunkt statt, bei dem der Graph der Ableitung f' einen Tiefpunkt besitzt.
Die nebenstehende Abbildung zeigt den Graphen von f'. Man erkennt, dass ein Tiefpunkt existiert und dass die Ableitungswerte f'(t) rechts vom Tiefpunkt wieder zunehmen. Der Graph nähert sich von unten her der t-Achse.
Mit der Minimumfunktion des Rechners findet man als t-Koordinate des Tiefpunktes $t = 20$. Nach 20 Stunden nimmt also die Körpertemperatur am stärksten ab.



b) Bestimmung des Belastungswertes:
Zur Berechnung des Belastungswertes müssen zunächst die Zeitpunkte t_1 und t_2 für den Beginn und für das Ende der Fieberphase bestimmt werden. Zu lösen ist also die Gleichung $f(t) = 37{,}9$.
Der Rechner liefert die Lösungen $t_1 \approx 1$ und $t_2 \approx 37{,}2$.
Der Wert der Belastung B des Patienten lässt sich nun als bestimmtes Integral berechnen:



$$B = \int_{t_1}^{t_2} (f(t) - 37{,}9)\,dt \approx 55{,}5$$

Der Wert der Belastung beträgt ungefähr 55,5.