

# Inhalt

<b>1.</b>	<b>Prolog.....</b>	<b>1</b>
1.1	Bemerkungen zu den Zielsetzungen dieses Buches.....	1
1.2	Erinnerung an Skalare, Vektoren und Tensoren .....	5
1.2.1	Beispiel 1: Glasfaseroptik - Einpressen einer Kugellinse in eine Hülse.....	6
1.2.2	Beispiel 2: Verbundwerkstoffe - Thermospannungen um Fasern.....	10
1.2.3	Beispiel 3: Risse .....	12
<b>2.</b>	<b>Koordinatentransformationen.....</b>	<b>15</b>
2.1	Eine (persönliche) Vorbemerkung.....	15
2.2	Erste Definitionen und Begriffe in Indexschreibweise.....	15
Übung 2.2.1:	<i>Linienelement .....</i>	17
Übung 2.2.2:	<i>Metrischer Tensor für Kugelkoordinaten .....</i>	19
Übung 2.2.3:	<i>Linienelement in Kugelkoordinaten .....</i>	21
Übung 2.2.4:	<i>Dekoration .....</i>	22
2.3	Vektorielle Interpretation der Metrik.....	23
Übung 2.3.1:	<i>Metrik eines ebenen schiefwinkligen                 Koordinatensystems .....</i>	26
Übung 2.3.2:	<i>Elliptische Koordinaten .....</i>	27
2.4	Ko- und kontravariante Komponenten .....	27
Übung 2.4.1:	<i>Transformationsformel für ein rechtwinkliges auf ein                 schiefwinkelges Koordinatensystem in der Ebene .....</i>	30
Übung 2.4.2:	<i>Kontravariante Metrikkomponenten .....</i>	31
Übung 2.4.3:	<i>Überführen kovarianter in kontravariante                 Komponenten .....</i>	31
Übung 2.4.4:	<i>Die Komponenten des Metrikensors als ko- und                 kontravariante Komponenten des Einheitstensors .....</i>	33
Übung 2.4.5:	<i>Die ko- und kontravarianten Komponenten des                 Ortsvektors in Zylinder- und Kugelkoordinaten .....</i>	33
Übung 2.4.6:	<i>Die ko- und kontravarianten Komponenten des                 Spannungstensors in Zylinderkoordinaten .....</i>	34
Übung 2.4.7:	<i>Die ko- und kontravarianten Komponenten des                 Spannungstensors in Kugelkoordinaten .....</i>	34
2.5	Ko- und kontravariante Darstellung vektoriell betrachtet.....	35
Übung 2.5.1:	<i>Basisvektoren für schiefwinkelige Koordinaten .....</i>	36
Übung 2.5.2:	<i>Die Spur eines Tensors zweiter Stufe .....</i>	37
2.6	Physikalische Komponenten von Vektoren und Tensoren .....	37
Übung 2.6.1:	<i>Diagonalität des metrischen Tensors für orthogonale                 Koordinatensysteme .....</i>	38

Übung 2.6.2:	<i>Die Länge eines Vektors, ausgedrückt in physikalischen Komponenten</i>	39
Übung 2.6.3:	<i>Die physikalischen Komponenten des Spannungstensors in Zylinderkoordinaten</i>	39
Übung 2.6.4:	<i>Die physikalischen Komponenten des Metriktensors</i>	40
Übung 2.6.5:	<i>Die Fließspannungsbedingung nach von MISES</i>	41
2.7	<i>Ein wenig Differentialgeometrie</i>	42
Übung 2.7.1:	<i>Topologie der Kugeloberfläche</i>	45
Übung 2.7.2	<i>Topologie der Zylinderoberfläche</i>	45
2.8	<i>Would you like to know more?</i>	45
<b>3.</b>	<b>Bilanzen (insbesondere in kartesischen Systemen)</b>	<b>47</b>
3.1	<i>Vorbemerkungen</i>	47
3.2	<i>Massen- und Impulsbilanz</i>	49
Übung 3.2.1:	<i>Die CAUCHYSche Formel</i>	51
3.3	<i>Allgemeine globale Bilanzgleichung</i>	52
3.4	<i>Transporttheorem für Volumina</i>	54
Übung 3.4.1:	<i>Rund um den GAUSSschen Satz</i>	55
Übung 3.4.2:	<i>Eine Darstellung der JACOBI determinante</i>	61
Übung 3.4.3:	<i>Zur Zeitableitung der JACOBI determinante (direkter Beweis)</i>	63
3.5	<i>Transporttheoreme für Flächen</i>	65
3.6	<i>Kombination der Bilanzgleichung mit Transporttheoremen</i>	67
3.7	<i>Allgemeine Bilanzen in regulären und singulären Punkten</i>	67
3.8	<i>Konkrete lokale Bilanzgleichungen in regulären Punkten</i>	69
Übung 3.8.1:	<i>Varianten der lokalen Massenbilanz</i>	70
Übung 3.8.2:	<i>Varianten der lokalen Impulsbilanz</i>	71
3.9	<i>Konkrete lokale Bilanzgleichungen in singulären Punkten</i>	74
Übung 3.9.1:	<i>Sprungbilanz für den Impuls im statischen Fall</i>	75
3.10	<i>Would you like to know more?</i>	76
<b>4.</b>	<b>Ortsableitungen von Feldern</b>	<b>77</b>
4.1	<i>Ortsableitungen von Skalaren</i>	77
4.2	<i>Ortsableitungen von Vektoren</i>	78
Übung 4.2.1:	<i>CHRISTOFFELsymbole ausgedrückt durch die Metrik</i>	79
Übung 4.2.2:	<i>CHRISTOFFELsymbole für Zylinderkoordinaten</i>	79
Übung 4.2.3:	<i>CHRISTOFFELsymbole für Kugelkoordinaten</i>	79
Übung 4.2.4:	<i>CHRISTOFFELsymbole für elliptische Koordinaten</i>	79
Übung 4.2.5:	<i>Kovariante Ableitung kovarianter Vektorkomponenten</i>	80
Übung 4.2.6:	<i>Die Divergenz eines Vektorfeldes</i>	81
Übung 4.2.7:	<i>Der LAPLACEoperator</i>	81
4.3	<i>Invariante Schreibweise von Ortsableitungen skalarer Felder</i>	82
Übung 4.3.1:	<i>Der LAPLACEoperator in Zylinderkoordinaten neu gesehen</i>	84

Übung 4.3.2: <i>Der LAPLACEoperator absolut und indexbezogen geschrieben .....</i>	84
4.4 Ortsableitungen von Tensoren.....	84
Übung 4.4.1: <i>Die kovariante Ableitung des Metrikensors .....</i>	86
Übung 4.4.2: <i>Die kovariante Ableitung für gemischte Tensoren zweiter Stufe .....</i>	87
Übung 4.4.3: <i>Die kovariante Ableitung für Tensoren beliebiger Stufe .....</i>	87
4.5 Would you like to know more? .....	87
<b>5. Bilanzgleichungen in krummlinigen Koordinatensystemen .....</b>	<b>89</b>
5.1 Die Massenbilanz in regulären Punkten in einem beliebigen Koordinatensystem.....	89
Übung 5.2.1: <i>Die Massenbilanz (regulär) in Zylinderkoordinaten.....</i>	90
5.2 Die Massenbilanz (regulär) in Zylinderkoordinaten.....	90
Übung 5.3.1: <i>Alternative Schreibweisen der Impulsbilanz (regulär) in beliebigen Koordinaten .....</i>	91
5.3 Die Impulsbilanz in regulären Punkten in einem beliebigen Koordinatensystem.....	91
Übung 5.4.1: <i>Die Impulsbilanz (regulär) in physikalischen Zylinderkoordinaten .....</i>	92
5.5 Impulsbilanz der Statik.....	92
5.6 Impulsbilanz (regulär) der Statik in Zylinderkoordinaten .....	93
Übung 5.6.1: <i>Impulsbilanz (regulär) der Statik in Kugelkoordinaten .....</i>	93
5.7 Die Energiebilanz in regulären Punkten in einem beliebigen Koordinatensystem.....	94
Übung 5.7.1: <i>Die Bilanz der kinetischen Energie (regulär) in beliebigen Koordinaten .....</i>	97
Übung 5.7.2: <i>Die Bilanz der inneren Energie (regulär) in beliebigen Koordinaten .....</i>	98
5.8 Die Bilanzen für Masse, Impuls und Energie in singulären Punkten in einem beliebigen Koordinatensystem .....	98
5.9 Das Transporttheorem für Volumenintegrale in beliebigen Koordinatensystemen .....	99
5.10 Globale Bilanzen für Masse, Impuls und Energie .....	100
5.11 Would you like to know more? .....	100
<b>6. Materialgleichungen in beliebigen Koordinatensystemen .....</b>	<b>103</b>
6.1 Eingangsbemerkungen.....	103
6.2 Das HOOKEsche Gesetz .....	104
Übung 6.2.1: <i>LAMÉ-NAVIERSche Gleichungen und der eindimensionale Zugstab.....</i>	106

Übung 6.2.2:	<i>LAMÉ-NAVIERsche Gleichungen und elementarer Schubversuch .....</i>	108
Übung 6.2.3:	<i>HOOKEsches Gesetz und Verzerrungstensor in kontravarianter und anderen Schreibweisen .....</i>	109
Übung 6.2.4:	<i>HOOKEsches Gesetz und Verzerrungstensor in Zylinderkoordinaten.....</i>	110
Übung 6.2.5:	<i>HOOKEsches Gesetz und Verzerrungstensor in Kugelkoordinaten.....</i>	110
Übung 6.2.6:	<i>Linearer Verzerrungstensor und Deformationsgradient .....</i>	111
6.3	<i>Das NAVIER-STOKES Gesetz .....</i>	112
Übung 6.3.1:	<i>Das NAVIER-STOKES Gesetz alternativ geschrieben ....</i>	113
Übung 6.3.2:	<i>NAVIER-STOKES Gesetz und Verzerrungstensor in physikalischen Zylinder- und Kugelkoordinaten.....</i>	113
6.4	<i>Das ideale Gasgesetz .....</i>	114
6.5	<i>Die innere Energie von Gasen und Festkörpern .....</i>	117
Übung 6.5.1:	<i>Spezifische Wärme von Gasen bei konstantem Druck .....</i>	119
Übung 6.5.2:	<i>Spezifische Wärme eines Festkörpers .....</i>	122
Übung 6.5.3:	<i>Die Adiabatengleichung.....</i>	124
6.6	<i>Die FOURIERSche Wärmegleichung.....</i>	124
Übung 6.6.1:	<i>Richtung des Wärmeflusses und des Temperaturgradienten .....</i>	125
6.7	<i>Would you like to know more? .....</i>	125
7.	<b><i>Erste Feldgleichungen.....</i></b>	<b>127</b>
7.1	<i>Eine Vorbemerkung .....</i>	127
7.2	<i>Globale Problemstellungen mit Kontrollvolumen.....</i>	128
Übung 7.2.1:	<i>Versagen der Halterung zwischen zwei Gaskammern .....</i>	135
7.3	<i>Die NAVIER-LAMÉschen Gleichungen .....</i>	135
Übung 7.3.1:	<i>Kontra- und kovariante Form der NAVIER-LAMÉschen Gleichungen .....</i>	137
Übung 7.3.2:	<i>Der linear-elastische, kreisförmige Torsionsstab .....</i>	138
7.4	<i>Die NAVIER-STOKESSchen Gleichungen .....</i>	139
Übung 7.4.1:	<i>Planparallele Plattenströmung .....</i>	141
Übung 7.4.2:	<i>Alternative Schreibweisen/Bezeichnungen bei NAVIER-STOKES-Gleichungen .....</i>	141
Übung 7.4.3:	<i>NAVIER-STOKES-Gleichungen in kontravarianter Schreibweise .....</i>	142
7.5	<i>Die Wärmeleitungsgleichung .....</i>	143
Übung 7.5.1:	<i>Wärmeleitung durch eine Wand.....</i>	146
Übung 7.5.2:	<i>Temperaturverteilung um einen Hitzdraht.....</i>	147
7.6	<i>Would you like to know more? .....</i>	147

<b>8.</b>	<b>Beobachterwechsel in der klassischen Kontinuumstheorie .....</b>	<b>149</b>
8.1	Einführung.....	149
8.2	EUKLIDische Beobachtertransformationen .....	150
Übung 8.2.1:	<i>Alternativschreibweisen der EUKLIDischen Transformation.....</i>	152
8.3	Objektive Tensorgrößen und kinematische Anwendungen .....	155
Übung 8.3.1:	<i>Alternativschreibweisen zum EUKLIDischen Tensor.....</i>	155
Übung 8.3.2:	<i>Das Kreuzprodukt neu gesehen.....</i>	159
Übung 8.3.3:	<i>Zentrifugalbeschleunigung und Co. in absoluter Schreibweise .....</i>	163
8.4	Massenbilanz und EUKLIDische Transformationen .....	164
8.5	Die Impulsbilanz in bewegten Koordinatensystemen: Ein beinahe philosophischer Exkurs .....	166
Übung 8.5.1:	<i>Der Spannungstensor als objektive Größe.....</i>	167
Übung 8.5.2:	<i>Impulsbilanz im bewegten System vektoriell geschrieben .....</i>	168
Übung 8.5.3:	<i>Drehung um eine feste Achse .....</i>	174
Übung 8.5.4:	<i>Planung einer Raumstation.....</i>	175
8.6	Energiebilanzen im rotierenden System .....	176
Übung 8.6.1:	<i>Die Leistung der Scheinkräfte .....</i>	176
Übung 8.6.2:	<i>Forminvarianz des ersten Hauptsatzes .....</i>	178
8.7	Zeitableitungen in bewegten Systemen .....	178
8.8	Bemerkung zur Forminvarianz von Materialgleichungen .....	180
8.9	Would you like to know more? .....	181
<b>9.</b>	<b>Probleme der linearen Elastizitätstheorie .....</b>	<b>183</b>
9.1	Einführung.....	183
9.2	Die sich drehende Kreisscheibe.....	183
Übung 9.2.1:	<i>Nachlese zur rotierenden Kreisscheibe ohne Innenloch.....</i>	188
Übung 9.2.2:	<i>Rotierende Kreisscheibe mit Innenloch.....</i>	188
9.3	Das Pipelineproblem: Ein dickwandiger Hohlzylinder unter Innen- und Außendruck.....	190
Übung 9.3.1:	<i>Vorbereitungen zum „Bratwursteffekt“ .....</i>	192
Übung 9.3.2:	<i>Alternative Herleitung der „Bratwurstgleichungen“ .....</i>	193
9.4	Thermospannungen in Faserverbundwerkstoffen .....	193
Übung 9.4.1:	<i>Faserverbundwerkstoffe I.....</i>	195
Übung 9.4.2:	<i>Faserverbundwerkstoffe II .....</i>	195
9.5	Umwandlungsverstärkte keramische Werkstoffe .....	196
Übung 9.5.1:	<i>Verschiebungen und Spannungen im kugelsymmetrischen Fall .....</i>	200
Übung 9.5.2:	<i>Umwandlungstemperatur eines Zirkoneinschlusses....</i>	202
Übung 9.5.3:	<i>Erweitertes HOOKEsches Gesetz .....</i>	203
9.6	Das Rissmodell von GRIFFITH .....	204

Übung 9.6.1:	<i>Impulsbilanz in physikalischen elliptischen Koordinaten</i> .....	207
Übung 9.6.2:	<i>Spannungsfeld um einen GRIFFITHriss I</i> .....	208
Übung 9.6.3:	<i>Spannungsfeld um einen GRIFFITHriss II</i> .....	208
Übung 9.6.4:	<i>Bruchzähigkeit</i> .....	209
9.7	Would you like to know more? .....	209
<b>10.</b>	<b>Instationäre reibungsbehaftete Fluidmechanik</b> .....	<b>211</b>
10.1	Problemstellung.....	211
Übung 10.1.1:	<i>NEWTONsches vs. MAXWELLSches Materialverhalten: Natur der resultierenden Feldgleichungen</i> .....	213
10.2	Lösung im NAVIER-STOKES-Fall .....	215
Übung 10.2.1:	<i>Fortsetzung einer Funktion und Lösung für die NAVIER-STOKES Plattenströmung</i> .....	218
10.3	Lösung im MAXWELL-Fall .....	219
Übung 10.3.1:	<i>Strömungsfeld eines MAXWELLfluids</i> .....	225
Übung 10.3.2:	<i>FOURIERreihen zur D'ALEMBERTschen Darstellung des MAXWELLfalles</i> .....	228
10.4	Would you like to know more? .....	228
<b>11.</b>	<b>Einführung in die zeitunabhängige Plastizitätstheorie</b> .....	<b>229</b>
11.1	Ein konkretes Problem .....	229
11.2	Die radialsymmetrische Lösung .....	230
Übung 11.2.1:	<i>Lineare Spannungs-Dehnungslösung für unter Druck stehende Hohlkugel</i> .....	230
Übung 11.2.2:	<i>Eigenspannungsverteilung</i> .....	237
11.3	Die PRANDTL-REUSS-Gleichungen.....	237
Übung 11.3.1:	<i>Eindimensionaler plastisch fließender Zugstab</i> .....	242
Übung 11.3.2:	<i>Plastische Dehnrraten für den Fall der Hohlkugel</i> .....	243
11.4	Would you like to know more? .....	244
<b>12.</b>	<b>Entropie</b> .....	<b>247</b>
12.1	Entropie in Bilanzform .....	247
Übung 12.1.1:	<i>Der integrierende Faktor im Fall des idealen Gases</i> ....	251
Übung 12.1.2:	<i>Die Entropie des idealen Gases</i> .....	255
12.2	Die Entropiekonzept als Maß für (Un-) Ordnung und (Ir-) Reversibilität.....	255
Übung 12.2.1:	<i>Entropiezuwachs nach Durchmischen des Inhalts zweier Druckkammern</i> .....	260
12.3	Globale Eigenschaften der Entropiegleichung: Die Verfügbarkeit (Availability).....	261
12.4	Reduktion der Form der Materialfunktionen für ein viskos-wärmeleitendes Fluid .....	263
12.5	Would you like to know more? .....	269

<b>13. Grundlagen der elektrodynamischen Feldtheorie .....</b>	<b>271</b>
13.1 Vorbemerkungen .....	271
13.2 Der Erhaltungssatz für den magnetischen Fluss .....	273
Übung 13.2.1: <i>Der STOKESsche Satz</i> .....	276
Übung 13.2.2: <i>Transporttheorem für vektorielle Flächendichten</i> .....	277
13.3 Elektrische Ladungen, Ströme, elektrische Feldstärke und magnetische Induktion .....	278
Übung 13.3.1: <i>Messverfahren für E und B; elektrische                   Grundeinheiten</i> .....	280
13.4 Erhaltungssatz für die Gesamtladung .....	281
Übung 13.4.1: <i>Die MAXWELLSchen Gleichungen in regulären und                   in singulären Punkten</i> .....	286
Übung 13.4.2: <i>Eine Anwendung der Sprungbilanz für das                   elektrische Feld</i> .....	287
13.5 Prinzipielle Messung des Ladungs- und Stropotentials .....	287
Übung 13.5.1: <i>Einheiten und Messverfahren für D und H</i> .....	290
Übung 13.5.2: <i>Eichung von D und H</i> .....	291
13.6 Zerlegung der totalen Ladungsdichte, Begriff der Polarisation, Umschreibung des COULOMBSchen Gesetzes .....	292
13.7 Zerlegung der totalen Ströme, Begriff der Magnetisierung, Umschreibung des ØRSTED-AMPÈRESchen Gesetzes .....	294
13.8 Die MAXWELL-LORENTZ-Äther Relationen .....	296
Übung 13.8.1: <i>Die Vakuumlösungen der MAXWELLSchen                   Gleichungen nach Heinrich HERTZ</i> .....	297
Übung 13.8.2: <i>Das COULOMBSche Gesetz in traditioneller                   Form und die Definitionsgleichung des Ampères                   (BIOT-SAVART-Gesetz)</i> .....	298
13.9 Transformationsverhalten der elektro-magnetischen Feldgrößen.....	299
Übung 13.9.1: <i>Das elektrische Feld als nichtobjektiver Vektor</i> .....	301
Übung 13.9.2: <i>Das Ladungspotential als objektiver und das                   magnetische Feld als nichtobjektiver Vektor</i> .....	302
Übung 13.9.3: <i>Transformationsverhalten des Stropotentials in                   Materie</i> .....	303
Übung 13.9.4: <i>Zur Invarianz der MAXWELLSchen Gleichungen</i> .....	303
13.10       Transformationsverhalten der MAXWELL-LORENTZ- Ätherrelationen und der MAXWELLSchen Gleichungen .....	304
Übung 13.10.1: <i>MAXWELL-LORENTZ-Ätherrelationen in                   EUKLIDischen Systemen</i> .....	306
Übung 13.10.2: <i>Beschleunigung und MAXWELL-LORENTZ-                   Ätherrelationen bei GALILEITransformationen</i> .....	306
13.11       Viererschreibweise der elektromagnetischen Felder .....	306
Übung 13.11.1: <i>Viererschreibweise der elektromagnetischen                   Transformationsgleichungen im EUKLIDischen Fall</i> ....	309

Übung 13.11.2: MAXWELLSche Gleichungen in Viererschreibweise: Teil I.....	310
Übung 13.11.3: MAXWELLSche Gleichungen in Viererschreibweise: Teil II.....	311
Übung 13.11.4: Transformationsgleichung für das vierdimensionale Ladungs-Strompotential.....	311
13.12 Viererschreibweise der MAXWELL-LORENTZ- Ätherrelationen: Die LORENTZtransformation .....	312
Übung 13.12.1: Zeit-Raummetrik der EUKLIDISCHEN Transformation ..	313
Übung 13.12.2: Weitere Untersuchungen zur LORENTZtransformation ..	317
Übung 13.12.3: Nachtrag zum MICHELSON-MORLEY-Experiment.....	320
13.13 Energie und Impuls des elektromagnetischen Feldes.....	322
13.14 Einfachste Materialgleichungen in der Elektrodynamik .....	324
13.15 Would you like to know more? .....	327
<b>Bildquellen.....</b>	<b>329</b>
<b>Literaturverzeichnis .....</b>	<b>333</b>
<b>Stichwortverzeichnis .....</b>	<b>339</b>