

# Inhalt

<b>1</b>	<b>Einführung der Laplace-Transformation</b>	1
<b>2</b>	<b>Anwendung der Laplace-Transformation auf gewöhnliche Differenzialgleichungen</b>	13
2.1	Häufig auftretender Typ von Differenzialgleichungen	13
2.2	Differenzierungsregel für die Originalfunktion	17
2.3	Rechnen mit $\delta$ -Funktionen	22
2.4	Laplace-Transformation einer linearen Differenzialgleichung n-ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten	28
2.5	Erinnerung an die Partialbruchzerlegung rationaler Funktionen	31
2.6	Rücktransformation der Partialbrüche mittels Integrations- und Dämpfungsregel der Laplace-Transformation	37
2.7	Lösung einer Differenzialgleichung 3. Ordnung	40
2.8	Sprungantwort einer Differenzialgleichung n-ter Ordnung bei einfachen und von Null verschiedenen Polen	43
2.9	Sprungantwort einer Differenzialgleichung n-ter Ordnung beim Auftreten mehrfacher Pole	50
2.10	Sprungantwort einer Differenzialgleichung 2. Ordnung	51
2.11	Faltungsregel der Laplace-Transformation	58
2.12	Zusammenfassung über die Lösung der Differenzialgleichung n-ter Ordnung	65
2.13	Grenzwertsätze der Laplace-Transformation und ihre Anwendung auf Differenzialgleichungen	67
2.13.1	Endwertsatz	67
2.13.2	Anfangswertsatz	69
2.14	Systeme von Differenzialgleichungen	71
<b>3</b>	<b>Lösung von Differenzengleichungen mit der Laplace-Transformation</b>	77
3.1	Auftreten und Form von Differenzengleichungen	77
3.2	Verschiebungsregeln der Laplace-Transformation	80
3.3	Lösung einer Differenzengleichung 1. Ordnung mit Vorgeschichte	83
3.4	Rücktransformation einer rationalen Funktion von $e^{-ts}$	84
3.5	Lösung der allgemeinen Differenzengleichung ohne Vorgeschichte	86

<b>4</b>	<b>Lösung von Differenzendifferenzialgleichungen mit der Laplace-Transformation</b> .....	93
4.1	Auftreten von Differenzendifferenzialgleichungen: Totzeitsysteme .....	93
4.2	Bestimmung der Ausgangsgröße eines Totzeitsystems durch Laplace-Transformation .....	98
<b>5</b>	<b>Zusammenstellung von Rechenregeln und Korrespondenzen der Laplace-Transformation</b> .....	103
<b>6</b>	<b>Laplace-Transformation und Übertragungsverhalten dynamischer Systeme</b> .....	109
6.1	Allgemeiner Begriff des Übertragungsgliedes .....	109
6.2	Übertragungsfunktion .....	111
6.3	Gewichtsfunktion (Impulsantwort) .....	113
6.4	Charakterisierung der Übertragungsglieder mit $Y(s) = G(s)U(s)$ .....	116
6.5	Frequenzgang .....	125
6.6	Zwei Aspekte der Laplace-Transformation .....	131
<b>7</b>	<b>Etwas Funktionentheorie</b> .....	133
7.1	Laurententwicklung .....	133
7.2	Residuum und Residuensatz .....	138
7.3	Laurententwicklung und Partialbruchzerlegung .....	143
7.4	Zwei Beispiele zur Partialbruchentwicklung einer meromorphen Funktion .....	146
<b>8</b>	<b>Komplexe Umkehrformel der Laplace-Transformation</b> .....	151
8.1	Herleitung der komplexen Umkehrformel .....	151
8.2	Herleitung der Multiplikationsregel für Zeitfunktionen .....	157
8.3	Berechnung des Umkehrintegrals mittels des Residuensatzes .....	158
8.4	Berechnung der Originalfunktion zu $e^{-z\sqrt{s}}$ .....	163
<b>9</b>	<b>Anwendung der Laplace-Transformation auf partielle Differenzialgleichungen</b> .....	171
9.1	Prinzipielles Vorgehen .....	171
9.2	Lösung der Wärmeleitungsgleichung unter alleiniger Einwirkung der Randbedingungen .....	177
9.3	Spezialfall: Randwertproblem beim einseitig begrenzten Wärmeleiter .....	180
9.4	Eine andere Darstellung der Gewichtsfunktion .....	183
9.5	Lösung der Wärmeleitungsgleichung unter alleiniger Einwirkung der Quellenfunktion .....	185
9.6	Lösung der Wärmeleitungsgleichung unter alleiniger Einwirkung der Anfangsbedingung und allgemeine Lösung .....	191

<b>10</b>	<b>Zweiseitige Laplace-Transformation und Fourier-Transformation</b>	193
10.1	Zweiseitige Laplace-Transformation . . . . .	193
10.2	Definition der Fourier-Transformation . . . . .	196
10.3	Eigenschaften der Fourier-Transformation . . . . .	205
10.4	Rechenregeln der Fourier-Transformation . . . . .	209
10.5	Korrespondenzen der Fourier-Transformation . . . . .	215
10.6	Tabellen zur Fourier-Transformation . . . . .	223
<b>11</b>	<b>Fourier-Transformation von Funktionen endlicher Breite und Abtasttheoreme</b>	231
11.1	Komplexe Darstellung der Fourierreihe einer periodischen Funktion . . . . .	231
11.2	Reihenentwicklung einer Zeitfunktion mit endlicher Bandbreite . . . . .	234
11.3	Reihenentwicklung einer Spektraldichte zu einer Zeitfunktion von endlicher Dauer . . . . .	237
<b>12</b>	<b>Fourier-Transformation kausaler Funktionen und Hilbert-Transformation</b>	239
<b>13</b>	<b>z-Transformation</b>	247
13.1	Definition der z-Transformation und ihr Zusammenhang mit der Laplace-Transformation . . . . .	247
13.2	Einige Beispiele . . . . .	253
13.3	Durchführbarkeit der z-Transformation . . . . .	256
13.4	Dämpfungsregel und Differenzierungsregel für die Bildfunktion . . . . .	258
13.5	Anwendung der Dämpfungsregel und der Differenzierungsregel für die Bildfunktion: z-Transformation rationaler Funktionen von s . . . . .	262
13.6	Ein allgemeiner Zusammenhang zwischen $F(s)$ und $F_z(z)$ . . . . .	266
13.7	Verschiebungsregeln der z-Transformation . . . . .	268
13.8	Anwendung der Verschiebungsregeln der z-Transformation auf Differenzengleichungen für Zahlenfolgen . . . . .	270
13.9	Rücktransformation einer rationalen Funktion $G_z(z)$ . . . . .	273
13.10	Die Faltungsregel der z-Transformation . . . . .	276
13.11	Grenzwertsätze der z-Transformation . . . . .	280
13.12	Rücktransformation (Umkehrung der z-Transformation) . . . . .	282
13.13	Anwendung der z-Transformation auf dynamische Systeme . . . . .	289
13.14	Zusammenstellung von Rechenregeln und Korrespondenzen der z-Transformation . . . . .	299
<b>Übungsaufgaben</b> . . . . .		303
<b>Lösungen der Übungsaufgaben</b> . . . . .		327
<b>Literaturverzeichnis</b> . . . . .		413
<b>Sachwörterverzeichnis</b> . . . . .		417