# Vorwort des Bearbeiters

Die Zielsetzung dieses bewährten Buches von Professor Föllinger ist unverändert aktuell: dem Leser ein anwendungsorientiertes Verständnis der behandelten Funktionaltransformationen zu vermitteln, wobei methodisch bewusst ein Mittelweg zwischen ingenieursmäßiger Anschaulichkeit und mathematischer Exaktheit beschritten wird. Hierzu wurden in der vorliegenden und in den vorherigen Auflagen zum einen die entdeckten Fehler korrigiert, zum anderen zur besseren Lesbarkeit einige sprachliche Glättungen vorgenommen und der Text an die aktuell gültige Rechtschreibung angepasst. Inhaltlich erfolgte die behutsame Umbenennung einzelner Variablen, um die Gefahr von Verwechselungen zu vermeiden, und insbesondere die Überarbeitung der für den praktischen Gebrauchswert des Buches so ungemein wichtigen Regel- und Korrespondenztabellen.

Karlsruhe, im Winter 2011 *M. Kluwe*

# Vorwort zur 7. Auflage

## 1 Ziel des Buches

ist es, Leserinnen und Leser in anwendungsnaher Weise mit der Laplace-, Fourier- und z-Transformation vertraut zu machen.

Die **Laplace-Transformation** stellt eine sehr leistungsfähige Methode zur Untersuchung und Lösung von Differenzialgleichungen und anderen Funktionalbeziehungen dar. Vor allem aber kann man mit ihrer Hilfe die grundlegenden Begriffe für das Übertragungsverhalten dynamischer Systeme herausarbeiten, wie sie unabhängig von der speziellen Natur der Systeme gültig sind, unabhängig davon also, ob es sich um Systeme der Nachrichtentechnik oder Energietechnik, des Maschinenbaus oder der Verfahrenstechnik oder auch um nichttechnische Systeme handelt. Dies wird dadurch erreicht, dass die Zeitfunktionen, wie sie in dynamischen Systemen miteinander verknüpft sind, durch die Laplace-Transformation in komplexe Funktionen verwandelt werden, wodurch ihre Verknüpfung außerordentlich vereinfacht wird. Hierauf beruht die Geschlossenheit und Übersichtlichkeit der klassischen Systemtheorie.

Die **Fourier-Transformation** ist von grundlegender Bedeutung für die Behandlung der Signalübertragung und -verarbeitung, und daher insbesondere für die Nachrichten- und Regelungstechnik unentbehrlich. Sie hängt eng mit der Laplace-Transformation zusammen, insofern sie – ganz überschlägig gesagt – aus dieser hervorgeht, wenn man sich auf die imaginäre Achse der komplexen Ebene beschränkt.

Die **z- (oder Z-) Transformation** wird benötigt, wenn in einem dynamischen System Zeitvorgänge vorkommen, die nur zu diskreten Zeitpunkten erfasst bzw. verarbeitet werden. Man spricht dann von Abtastsystemen, zeitdiskreten Systemen oder Impulssystemen. Zu ihnen gehören beispielsweise digitale Regelungen. Auch die z-Transformation ist unmittelbar mit der Laplace-Transformation verbunden: Sie entsteht dadurch, dass man die Laplace-Transformation auf eine spezielle Funktionenklasse anwendet, nämlich auf Reihen von $\delta$-Impulsen, wie sie bei der mathematischen Beschreibung von Abtastvorgängen auftreten.

# 2 Methode des Buches

In den Lehrbüchern der Laplace-Transformation für Anwender ist es üblich, nach der Begriffsdefinition die Rechenregeln der Laplace-Transformation zu bringen, mit oder ohne Herleitung, und sodann mit diesem Werkzeug Anwendungsprobleme zu bearbeiten.

Im vorliegenden Buch wird ein anderer Weg eingeschlagen. Ausgangspunkt sind die zu lösenden Probleme. Aus ihrer Behandlung ergeben sich zwangsläufig die erforderlichen Rechenregeln. Die mathematischen Operationen erscheinen so nicht als vom Himmel gefallen, sondern sind durch die realen Gegebenheiten motiviert.

Als Beispiel sei die Faltungsoperation genannt. Es ist üblich, das Faltungsintegral hinzuschreiben und dann zu zeigen, dass es durch Laplace-Transformation in das gewöhnliche Produkt komplexer Funktionen übergeht. Der Leser wird sich vergeblich fragen, wieso man denn auf eine so eigenartige Bildung wie das Faltungsintegral kommt, und wird sich frustriert fühlen. Viel sinnvoller ist es doch, vom Produkt zweier komplexer Funktionen auszugehen, das bei der Lösung von Differenzialgleichungen mit der Laplace-Transformation *zwangsläufig* auftritt, und dann durch Rücktransformation zu zeigen, dass zu diesem Produkt das Faltungsintegral gehört. Damit ist der Einführung des Faltungsintegrals alles Willkürliche genommen.

Bei einer solchen Vorgehensweise dürfte am ehesten eine Einstellung vermieden werden, die man nicht selten bei Anwendern der Mathematik findet und die darin besteht, die Mathematik als eine Rezeptsammlung anzusehen, in die man ohne viel Nachdenken hineingreift. Natürlich ist die Mathematik für den Anwender nur ein Hilfsmittel, aber ein wenig sollte er doch mit seinem Werkzeug vertraut werden, schon deshalb, um es sachgemäßer anwenden und im Notfall auch abwandeln zu können. Gerade das letztere wird im konkreten Fall öfters nötig sein und setzt ein gewisses Verständnis der Methoden voraus, das über die bloße Anwendung fester Rechenregeln hinausgeht.

Um ein solches Verständnis zu erzeugen, habe ich mich bemüht, neue Begriffsbildungen nach Möglichkeit zu motivieren und Rechenregeln in möglichst einsichtiger Weise herzuleiten. Dabei ist keine mathematische Strenge angestrebt. Wer sie sucht, sei etwa auf das Standardwerk „Einführung in die Theorie und Anwendung der Laplace-Transformation“ von G. DOETSCH verwiesen [2].

# 3 Voraussetzungen

Zum Lesen des vorliegenden Buches sind lediglich die wichtigsten Tatsachen der Differenzial- und Integralrechnung sowie einige Grundkenntnisse über komplexe Zahlen und Funktionen erforderlich. Von Differenzialgleichungen braucht man eigentlich nur den Begriff zu kennen. Lösungsmethoden werden nicht benötigt, abgesehen von einem einzigen Fall, in dem die Trennung der Veränderlichen angewandt wird. Falls der Leser mit Differenzialgleichungen bereits vertraut ist, wird er die Leistungsfähigkeit der Laplace-Transformation umso besser einschätzen können.

# 4 Zum Inhalt des Buches

Die logische Abhängigkeit der einzelnen Kapitel ist aus der grafischen Darstellung zu ersehen, die sich an das Vorwort anschließt. Man erkennt einen „elementaren Block“, der von den Kapiteln 1 bis 6 gebildet wird. Im Kapitel 1 wird der Begriff der Laplace-Transformation eingeführt. Dabei habe ich auf den vielfach üblichen Weg, das Laplace-Integral über Fourier-Reihe und Fourier-Integral plausibel zu machen, verzichtet. Meines Erachtens lenkt er vom sachgerechten Verständnis der Laplace-Transformation als einer Transformationsvorschrift ab und kann zu einem so zweifelhaften Begriff wie dem der „komplexen Frequenz“ führen. Es scheint mir am Besten, die Laplace-Transformation ohne weitere Umschweife als Zuordnung von komplexen Funktionen zu Zeitfunktionen zu definieren und dann so bald wie möglich den Nutzen dieser Transformation durch ihre Anwendung zu zeigen.

In den Kapiteln 2 bis 4 wird die Laplace-Transformation auf drei verbreitete Typen von Funktionalbeziehungen angewandt: Gewöhnliche Differenzialgleichungen, Differenzengleichungen und Differenzendifferenzialgleichungen (Tot- oder Laufzeitsysteme). Die sich dabei ergebenden Rechenregeln und häufigsten Korrespondenzen der Laplace-Transformation sind im Kapitel 5 zusammengestellt. Weiterhin ergeben sich aus diesen Untersuchungen die fundamentalen Begriffe für das Übertragungsverhalten dynamischer Systeme (Übertragungsfunktion, Gewichtsfunktion, Frequenzgang) sowie eine Klassifikation der Übertragungsglieder. Hierauf wird im Kapitel 6 eingegangen.

Während die mathematischen Anforderungen in den ersten sechs Kapiteln gering sind und sich im Wesentlichen auf die Partialbruchzerlegung rationaler Funktionen beschränken, benötigt man kräftigere Hilfsmittel, wenn man partielle Differenzialgleichungen lösen oder die Fourier-Transformation benutzen will. Sie werden im Kapitel 7 bereitgestellt, das sich mit der Laurententwicklung komplexer Funktionen, dem Begriff des Residuums und der Ausdehnung der Partialbruchzerlegung auf allgemeinere Funktionen befasst. Mit dieser Ausrüstung lässt sich im Kapitel 8 die komplexe Umkehrformel der Laplace-Transformation herleiten und anwenden. Sie ist für die Lösung partieller Differenzialgleichungen unentbehrlich, die an einem typischen Beispiel im Kapitel 9 vorgeführt wird. Dabei wird auch der Zusammenhang mit den Übertragungsbegriffen im Kapitel 6 hergestellt, was für die Behandlung von Systemen mit örtlich verteilten Parametern von Interesse ist.

Über das Bindeglied der zweiseitigen Laplace-Transformation ($\mathcal{L}_{\mathrm{II}}$-Transformation) ist die Fourier-Transformation zwanglos mit der Laplace-Transformation verknüpft. Wenn man das Fourier-Integral und seine Umkehrung als gegeben hinnimmt, kann man die Kapitel 10 bis 12 unabhängig von den vorhergehenden Kapiteln lesen. Während im Kapitel 10 die allgemeinen Eigenschaften und Rechenregeln der Fourier-Transformation behandelt werden, sind die beiden nächstfolgenden Kapitel der Fourier-Transformation spezieller Funktionstypen gewidmet, die in den Anwendungen eine wichtige Rolle spielen. Im Kapitel 11 wird die Fourier-Transformation auf Funktionen begrenzter Breite angewandt, wodurch man zu den Abtasttheoremen gelangt. Kapitel 12 befasst sich mit der Fourier-Transformation sogenannter „kausaler Zeitfunktionen“ und führt so zur Hilbert-Transformation.

Im Kapitel 13 schließlich folgt die z-Transformation als eine geeignete Methode zur Behandlung diskreter Systeme und besonders auch kontinuierlich-diskreter Mischsysteme. Es baut auf der Basis der Kapitel 1, 2, 3, 5 und 6 auf, wozu gelegentlich noch die Abschnitte 7.1 und 7.2 herangezogen werden.

Den Abschluss des Buches bilden 45 Übungsaufgaben mit Darstellung des Lösungsweges, die – vor allem im Hinblick auf die Benutzung des Buches zum Selbststudium – recht ausführlich gehalten ist.

# 5 Interessentenkreis

Das Buch macht keine speziellen Voraussetzungen und richtet sich daher an alle Anwender, ganz gleich, in welchem Fachgebiet sie tätig sind. Dabei ist sowohl an den bereits im Beruf stehenden Fachmann wie an Dozenten und Studenten von Universitäten und Fachhochschulen gedacht.

Die vorliegende 7. Auflage unterscheidet sich von der 6. durch die Korrektur noch verbliebener Unstimmigkeiten, die Änderung etlicher Textpassagen und die Aktualisierung des Literaturverzeichnisses, vor allem aber durch die Einfügung eines Kapitels über die z-Transformation, deren Fehlen in diesem Buch schon von manchem Leser bedauert wurde.

Ich danke Herrn Mark Schnabel und besonders Herrn Dr. Mathias Kluwe für die Unterstützung beim Korrekturlesen, Herrn Klaus Moessner für seine Hilfe bei Literaturrecherchen sowie allen, die mich auf Unstimmigkeiten aufmerksam gemacht haben. Besonderen Dank schulde ich Frau Ulrike Stärk für ihre Unermüdlichkeit und Dynamik beim Schreiben des umfangreichen Textes, Frau Christa Volz für die Niederschrift des neuen Kapitels 13 und Frau Doris Bickel für das Zeichnen

der Bilder. Frau Uta-Dorothé Hart vom Hüthig-Buch-Verlag danke ich für die angenehme Zusammenarbeit und meiner Frau Ursula, wie schon so oft, für das Verständnis, das sie meinem Hang zum Bücherschreiben seit je entgegenbringt.

1998 *O. Föllinger*

# Kapitelübersicht