

# **Dynamik und Regelung Mechanischer Systeme**

**Von Priv.-Doz. Dr.-Ing. habil. Hartmut Bremer  
Technische Universität München**

**Mit 101 Bildern**



**B. G. Teubner Stuttgart 1988**

# Inhaltsverzeichnis

Vorbemerkung: Der Inhalt des vorliegenden Buches ist nach einzelnen Schwerpunkten so abgefaßt, daß ein direkter Einstieg in die einzelnen Kapitel – unabhängig von den anderen – möglich sein sollte. Hierfür mag die tabellarische Kurzzusammenfassung der Einzelkapitel, im Inhaltsverzeichnis durch Kursivschrift gekennzeichnet, hilfreich sein.

<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Zum Inhalt	4
1.2 Voraussetzungen	6
1.3 Modellbildung	7
<b>2 Kinematik</b>	<b>13</b>
2.1 Kinematik des starren Körpers	13
2.1.1 Transformationen	14
2.1.2 Geschwindigkeiten	15
2.1.3 Beschleunigungen	18
2.1.4 Relativbewegungen	20
2.1.5 Kleine Drehungen	20
2.2 Kinematik deformierbarer Körper	21
2.3 Kinematik von Mehrkörpersystemen	24
2.4 Zustand mechanischer Systeme	34
<i>Zusammenfassung Kinematik</i>	36
<b>3 Prinzipien und Axiome</b>	<b>38</b>
3.1 Differentielle Prinzipien	38
3.1.1 Virtuelle Verschiebung, Variation und virtuelle Arbeit	38
3.1.2 Das Prinzip von d'ALEMBERT und das Prinzip von LAGRANGE	44
3.1.3 Das Prinzip von JOURDAIN und das Prinzip von GAUSS	44
3.1.4 Eine Zentralgleichung	46
3.1.5 Die LAGRANGEschen Gleichungen zweiter Art	47
3.1.6 Die kanonischen HAMILTON-Gleichungen	48
3.1.7 Die Gleichungen von GIBBS und APPELL	49
3.1.8 Energieerhaltung, kinetische und potentielle Energie	50
3.1.8.1 Kinetische Energie	52
3.1.8.2 Potential	54

3.1.8.2.1 Federpotential	55
3.1.8.2.2 Potential deformierbarer Körper	56
3.1.8.2.3 Gravitationspotential	67
3.1.9 Virtuelle Arbeit über Impuls- und Drallsatz	67
<b>3.2 Axiome der Dynamik</b>	<b>71</b>
3.2.1 Der Impulssatz	72
3.2.2 Der Drallsatz	73
<b>3.3 Minimalprinzipien</b>	<b>73</b>
3.3.1 Das Prinzip der kleinsten Aktion von MAUPERTUIS, LEIBNIZ, EULER und LAGRANGE	74
3.3.2 Das Prinzip von JACOBI und das Prinzip von GAUSS	75
3.3.3 Das Prinzip von HAMILTON	77
<b>3.4 Zusammenfassung – Prinzipien und Axiome</b>	<b>77</b>
 <i>Methoden der Dynamik</i>	 80
<b>4 Methoden der Dynamik</b>	<b>79</b>
4.1 Qualitative Aussagen über die Lösung	82
4.2 Quantitative Berechnung (Bewegungs-, Zustandsgleichungen)	98
4.2.1 Funktionalmatrizen	100
4.2.2 Einige Anmerkungen zu Rechnerformalismen	100
4.2.3 Subsysteme	102
4.2.4 Zustandsgleichungen	104
 <i>Ermittlung der Zustandsgleichungen</i>	 105
<b>5 Optimale Systeme</b>	<b>107</b>
5.1 Grundaufgabe der Optimierung	108
5.1.1 Erste Integrale	110
5.1.2 Hinreichende Bedingungen	112
5.2 Nebenbedingungen	116
5.2.1 Variationsaufgaben mit festen Integrationsgrenzen – LAGRANGE'sche Multiplikationsregel	116
5.2.2 Freie obere Grenze	120
5.3 Maximumsprinzip und allgemeine Optimierungsaufgaben	122
 <i>Formulierung des Maximumsprinzips</i>	 130

<b>6 Lineare Systeme</b>	<b>131</b>
6.1 Begründung der Linearisierung	131
6.2 Linearisierung – Grundmodell	134
6.2.1 Allgemeine Bewegungsgleichungen	134
6.2.1.1 Minimalgeschwindigkeiten	140
6.2.1.2 Kongruenztransformation	142
6.2.2 Struktur der Bewegungsgleichungen	144
6.3 Allgemeine Lösung zeitinvarianter Schwingungssysteme	149
6.3.1 Eigenwerte, Eigenvektoren	149
6.3.2 Orthogonalität der Eigenvektoren	150
6.3.3 Mehrfache Eigenwerte	152
6.3.4 Fundamentalmatrix	156
6.3.5 Partikuläre Lösung	158
6.3.6 Der Satz von CAYLEY und HAMILTON	158
6.3.7 Berechnung der Fundamentalmatrix	160
6.4 Eigenwertproblem: Balken, Platten, kontinuierliche Systeme	163
6.4.1 Klassische Balkenschwingungstheorie	164
6.4.2 Das Verfahren von RITZ	172
6.4.2.1 Lokale Koordinatenfunktionen	175
6.4.2.2 Globale Koordinatenfunktionen	178
6.4.2.3 Globale und lokale Koordinatenfunktionen zur Berechnung von Plattenschwingungen, zusammengesetzte Strukturen	180
6.4.2.4 Finite Elemente	185
6.4.3 Lösung der homogenen Gleichung	188
6.4.4 Führungsbewegungen	190
6.4.5 Probleme der Linearisierung	194
6.5 Stabilität zeitinvarianter linearer Schwingungssysteme	202
6.5.1 Stabilitätsbegriff	202
6.5.2 LJAPUNOVsche Matrizengleichung	203
6.5.3 Beobachtbarkeit und Steuerbarkeit	204
6.5.4 Stabilitätssätze mechanischer Systeme	206
6.5.5 LIENARD-CHIPART-Kriterium	211
6.6 Beschränktheit der partikulären Lösung	213
6.7 Lineare zeitinvariante Systeme – Ausblick	217
<i>Autonome lineare Schwingungssysteme</i>	221

<b>7 Systemsynthese</b>	<b>222</b>
7.1 Voraussetzungen: Steuerbarkeit, Beobachtbarkeit	222
7.2 RICCATI-sche Differentialgleichung: Adaptive optimale Regelung	225
7.2.1 RICCATI-Regler für zeitinvariante Systeme	227
7.2.2 Lösungsverfahren	228
7.3 LJAPUNOV-Gleichung	230
7.3.1 Polkonfiguration	231
7.3.2 Berechnung der Zustandsrückführung bei Polvorgabe für Eingrößenregelsysteme ( $u \in \mathbb{R}^1$ )	232
7.4 Realisierung	236
7.4.1 Diskretisierung	236
7.4.2 Stellgrößenbeschränkung	238
7.4.3 Parameterempfindlichkeit	242
7.4.4 Zustandsbestimmung	248
7.4.5 Störverhalten, Störgrößenaufschaltung	251
<b>8 Anwendungsbeispiele</b>	<b>256</b>
8.1 Schwingungsanalyse von Planetengetrieben	256
8.1.1 Ersatzmodell	256
8.1.2 Bewegungsgleichungen	257
8.1.3 Numerische Simulation	261
8.1.4 Mehrstufengetriebe	264
8.1.5 Numerische Ergebnisse	268
8.2 Regelung eines elastischen Rotors	269
8.2.1 Bewegungsgleichungen/Zustandsgleichungen	269
8.2.2 Schwingungsformen – Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit	271
8.2.3 RICCATI-Regler	276
8.2.4 Ausgangsrückführung	279
8.3 Regelung einer Epitaxie-Zentrifuge	282
8.3.1 Bewegungsgleichungen/Zustandsgleichungen	282
8.3.2 Steuerbarkeit-Beobachtbarkeit	286
8.3.3 Festwertregler	287
8.3.4 Adaptive Regelung/Digitale Regelung	288
8.4 Regelung einer Magnetschwebebahn/unsichere Parameter	290
8.4.1 Bewegungsgleichungen/Zustandsgleichungen/Regelung	290
8.4.2 Parameterempfindlichkeit	293

8.5 Robotergelenkregelung mit Störgrößenaufschaltung	295
8.5.1 Dezentrale Regelungen	295
8.5.2 Ersatzmodell/Zustandsgleichung	296
8.5.3 Reglerauslegung/-realisierung	298
8.5.4 Störgrößenaufschaltung (Störbeobachter)	301
8.5.4.1 Minimalbeobachter	302
8.5.4.2 Minimales Störmodell	309
<b>Anhang: Grundlagen der Matrizenrechnung</b>	<b>311</b>
Literaturverzeichnis	319
Sachverzeichnis	323