

Dynamik und Regelung Mechanischer Systeme

Von Priv.-Doz. Dr.-Ing. habil. Hartmut Bremer
Technische Universität München

Mit 101 Bildern



B. G. Teubner Stuttgart 1988

Inhaltsverzeichnis

Vorbemerkung: Der Inhalt des vorliegenden Buches ist nach einzelnen Schwerpunkten so abgefaßt, daß ein direkter Einstieg in die einzelnen Kapitel – unabhängig von den anderen – möglich sein sollte. Hierfür mag die tabellarische Kurzzusammenfassung der Einzelkapitel, im Inhaltsverzeichnis durch Kursivschrift gekennzeichnet, hilfreich sein.

| | |
|---|-----------|
| 1 Einleitung | 1 |
| 1.1 Zum Inhalt | 4 |
| 1.2 Voraussetzungen | 6 |
| 1.3 Modellbildung | 7 |
| | |
| 2 Kinematik | 13 |
| 2.1 Kinematik des starren Körpers | 13 |
| 2.1.1 Transformationen | 14 |
| 2.1.2 Geschwindigkeiten | 15 |
| 2.1.3 Beschleunigungen | 18 |
| 2.1.4 Relativbewegungen | 20 |
| 2.1.5 Kleine Drehungen | 20 |
| 2.2 Kinematik deformierbarer Körper | 21 |
| 2.3 Kinematik von Mehrkörpersystemen | 24 |
| 2.4 Zustand mechanischer Systeme | 34 |
| | |
| <i>Zusammenfassung Kinematik</i> | 36 |
| | |
| 3 Prinzipien und Axiome | 38 |
| 3.1 Differentielle Prinzipien | 38 |
| 3.1.1 Virtuelle Verschiebung, Variation und virtuelle Arbeit | 38 |
| 3.1.2 Das Prinzip von d'ALEMBERT und das Prinzip von LAGRANGE | 44 |
| 3.1.3 Das Prinzip von JOURDAIN und das Prinzip von GAUSS | 44 |
| 3.1.4 Eine Zentralgleichung | 46 |
| 3.1.5 Die LAGRANGEschen Gleichungen zweiter Art | 47 |
| 3.1.6 Die kanonischen HAMILTON-Gleichungen | 48 |
| 3.1.7 Die Gleichungen von GIBBS und APPELL | 49 |
| 3.1.8 Energieerhaltung, kinetische und potentielle Energie | 50 |
| 3.1.8.1 Kinetische Energie | 52 |
| 3.1.8.2 Potential | 54 |

| | |
|--|------------|
| 3.1.8.2.1 Federpotential | 55 |
| 3.1.8.2.2 Potential deformierbarer Körper | 56 |
| 3.1.8.2.3 Gravitationspotential | 67 |
| 3.1.9 Virtuelle Arbeit über Impuls- und Drallsatz | 67 |
| 3.2 Axiome der Dynamik | 71 |
| 3.2.1 Der Impulssatz | 72 |
| 3.2.2 Der Drallsatz | 73 |
| 3.3 Minimalprinzipien | 73 |
| 3.3.1 Das Prinzip der kleinsten Aktion von MAUPERTUIS, LEIBNIZ, EULER und LAGRANGE | 74 |
| 3.3.2 Das Prinzip von JACOBI und das Prinzip von GAUSS | 75 |
| 3.3.3 Das Prinzip von HAMILTON | 77 |
| 3.4 Zusammenfassung – Prinzipien und Axiome | 77 |
| <i>Methoden der Dynamik</i> | 80 |
| 4 Methoden der Dynamik | 79 |
| 4.1 Qualitative Aussagen über die Lösung | 82 |
| 4.2 Quantitative Berechnung (Bewegungs-, Zustandsgleichungen) | 98 |
| 4.2.1 Funktionalmatrizen | 100 |
| 4.2.2 Einige Anmerkungen zu Rechnerformalismen | 100 |
| 4.2.3 Subsysteme | 102 |
| 4.2.4 Zustandsgleichungen | 104 |
| <i>Ermittlung der Zustandsgleichungen</i> | 105 |
| 5 Optimale Systeme | 107 |
| 5.1 Grundaufgabe der Optimierung | 108 |
| 5.1.1 Erste Integrale | 110 |
| 5.1.2 Hinreichende Bedingungen | 112 |
| 5.2 Nebenbedingungen | 116 |
| 5.2.1 Variationsaufgaben mit festen Integrationsgrenzen – LAGRANGEsche Multiplikationsregel | 116 |
| 5.2.2 Freie obere Grenze | 120 |
| 5.3 Maximumprinzip und allgemeine Optimierungsaufgaben | 122 |
| <i>Formulierung des Maximumprinzips</i> | 130 |

| | |
|--|------------|
| 6 Lineare Systeme | 131 |
| 6.1 Begründung der Linearisierung | 131 |
| 6.2 Linearisierung – Grundmodell | 134 |
| 6.2.1 Allgemeine Bewegungsgleichungen | 134 |
| 6.2.1.1 Minimalgeschwindigkeiten | 140 |
| 6.2.1.2 Kongruenztransformation | 142 |
| 6.2.2 Struktur der Bewegungsgleichungen | 144 |
| 6.3 Allgemeine Lösung zeitinvarianter Schwingungssysteme | 149 |
| 6.3.1 Eigenwerte, Eigenvektoren | 149 |
| 6.3.2 Orthogonalität der Eigenvektoren | 150 |
| 6.3.3 Mehrfache Eigenwerte | 152 |
| 6.3.4 Fundamentalmatrix | 156 |
| 6.3.5 Partikuläre Lösung | 158 |
| 6.3.6 Der Satz von CAYLEY und HAMILTON | 158 |
| 6.3.7 Berechnung der Fundamentalmatrix | 160 |
| 6.4 Eigenwertproblem: Balken, Platten, kontinuierliche Systeme | 163 |
| 6.4.1 Klassische Balkenschwingungstheorie | 164 |
| 6.4.2 Das Verfahren von RITZ | 172 |
| 6.4.2.1 Lokale Koordinatenfunktionen | 175 |
| 6.4.2.2 Globale Koordinatenfunktionen | 178 |
| 6.4.2.3 Globale und lokale Koordinatenfunktionen zur Berechnung von Plattenschwingungen, zusammengesetzte Strukturen | 180 |
| 6.4.2.4 Finite Elemente | 185 |
| 6.4.3 Lösung der homogenen Gleichung | 188 |
| 6.4.4 Führungsbewegungen | 190 |
| 6.4.5 Probleme der Linearisierung | 194 |
| 6.5 Stabilität zeitinvarianter linearer Schwingungssysteme | 202 |
| 6.5.1 Stabilitätsbegriff | 202 |
| 6.5.2 LJAPUNOVsche Matrizengleichung | 203 |
| 6.5.3 Beobachtbarkeit und Steuerbarkeit | 204 |
| 6.5.4 Stabilitätssätze mechanischer Systeme | 206 |
| 6.5.5 LIENARD-CHIPART-Kriterium | 211 |
| 6.6 Beschränktheit der partikulären Lösung | 213 |
| 6.7 Lineare zeitinvariante Systeme – Ausblick | 217 |
| <i>Autonome lineare Schwingungssysteme</i> | 221 |

| | |
|---|------------|
| 7 Systemsynthese | 222 |
| 7.1 Voraussetzungen: Steuerbarkeit, Beobachtbarkeit | 222 |
| 7.2 RICCATIsche Differentialgleichung: Adaptive optimale Regelung | 225 |
| 7.2.1 RICCATI-Regler für zeitinvariante Systeme | 227 |
| 7.2.2 Lösungsverfahren | 228 |
| 7.3 LJAPUNOV-Gleichung | 230 |
| 7.3.1 Polkonfiguration | 231 |
| 7.3.2 Berechnung der Zustandsrückführung bei Polvorgabe für Eingrößenregelsysteme ($u \in \mathbb{R}^1$) | 232 |
| 7.4 Realisierung | 236 |
| 7.4.1 Diskretisierung | 236 |
| 7.4.2 Stellgrößenbeschränkung | 238 |
| 7.4.3 Parameterempfindlichkeit | 242 |
| 7.4.4 Zustandsbestimmung | 248 |
| 7.4.5 Störverhalten, Störgrößenaufschaltung | 251 |
| 8 Anwendungsbeispiele | 256 |
| 8.1 Schwingungsanalyse von Planetengetrieben | 256 |
| 8.1.1 Ersatzmodell | 256 |
| 8.1.2 Bewegungsgleichungen | 257 |
| 8.1.3 Numerische Simulation | 261 |
| 8.1.4 Mehrstufengetriebe | 264 |
| 8.1.5 Numerische Ergebnisse | 268 |
| 8.2 Regelung eines elastischen Rotors | 269 |
| 8.2.1 Bewegungsgleichungen/Zustandsgleichungen | 269 |
| 8.2.2 Schwingungsformen – Steuerbarkeit und Beobachtbarkeit | 271 |
| 8.2.3 RICCATI-Regler | 276 |
| 8.2.4 Ausgangsrückführung | 279 |
| 8.3 Regelung einer Epitaxie-Zentrifuge | 282 |
| 8.3.1 Bewegungsgleichungen/Zustandsgleichungen | 282 |
| 8.3.2 Steuerbarkeit-Beobachtbarkeit | 286 |
| 8.3.3 Festwertregler | 287 |
| 8.3.4 Adaptive Regelung/Digitale Regelung | 288 |
| 8.4 Regelung einer Magnetschwebbahn/unsichere Parameter | 290 |
| 8.4.1 Bewegungsgleichungen/Zustandsgleichungen/Regelung | 290 |
| 8.4.2 Parameterempfindlichkeit | 293 |

| | |
|--|------------|
| 8.5 Robotergelenkregelung mit Störgrößenaufschaltung | 295 |
| 8.5.1 Dezentrale Regelungen | 295 |
| 8.5.2 Ersatzmodell/Zustandsgleichung | 296 |
| 8.5.3 Reglerauslegung/-realisierung | 298 |
| 8.5.4 Störgrößenaufschaltung (Störbeobachter) | 301 |
| 8.5.4.1 Minimalbeobachter | 302 |
| 8.5.4.2 Minimales Störmodell | 309 |
| Anhang: Grundlagen der Matrizenrechnung | 311 |
| Literaturverzeichnis | 319 |
| Sachverzeichnis | 323 |