

# Inhaltsverzeichnis

<b>Kurzfassung</b>	<b>1</b>
<b>Abstract</b>	<b>3</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>5</b>
1.1 Motivation . . . . .	5
1.2 Stand der Forschung . . . . .	7
1.3 Gliederung der Arbeit . . . . .	10
<b>2 Grundlagen der Kontinuumsmechanik</b>	<b>13</b>
2.1 Kinematik . . . . .	14
2.2 Deformationen und Verzerrungsmaße . . . . .	17
2.3 Spannungen . . . . .	20
2.4 Bilanz- und Erhaltungssätze . . . . .	23
2.4.1 Massenbilanz . . . . .	23
2.4.2 Impulsbilanz . . . . .	24
2.4.3 Drehimpulsbilanz . . . . .	25
2.4.4 Energiebilanz . . . . .	25
2.5 Materialgleichungen . . . . .	27
2.5.1 Hyperelastisches Materialverhalten . . . . .	27
2.5.2 Transversale Isotropie . . . . .	31
2.5.3 Linearelastisches transversal-isotropes Materialmodell . . . . .	33
2.5.4 Plastisches Materialverhalten bei kleinen Verzerrungen . . . . .	39
2.6 Schwache Form und deren Linearisierung . . . . .	41
2.6.1 Linearisierung . . . . .	44
2.6.2 Mehrfeldfunktionale . . . . .	45
2.7 Schädigung . . . . .	47
2.7.1 Grundlagen der Schädigungsmechanik . . . . .	47
2.7.2 Isotropes Schädigungsmodell . . . . .	50

<b>3 Nichtlineare Schalentheorie</b>	<b>53</b>
3.1 Schalen . . . . .	53
3.2 Schalenkinematik . . . . .	55
3.3 Schalenverzerrungen . . . . .	59
3.4 Verwölbungen und Dickenänderungen . . . . .	61
3.5 Spannungen und Schnittgrößen . . . . .	65
3.6 Prinzip der virtuellen Arbeit und Gleichgewichtsbedingungen . . . . .	66
3.6.1 Variation der Schalenverzerrungen . . . . .	67
3.6.2 Prinzip der virtuellen Arbeit . . . . .	68
3.6.3 Gleichgewicht der Spannungen und eine Nebenbedingung . . . . .	71
3.6.4 Schwache Form der gemischten Formulierung . . . . .	77
3.6.5 Linearisierung der schwachen Form . . . . .	79
<b>4 Finite-Element-Formulierung</b>	<b>83</b>
4.1 Approximation der Schalengeometrie . . . . .	84
4.2 Interpolation der unabhängigen Schnittgrößen . . . . .	93
4.3 Interpolation der unabhängigen Verzerrungen und Verzerrungsableitungen . . . . .	94
4.4 Approximation des Prinzips der virtuellen Arbeit . . . . .	97
4.5 Numerische Umsetzung des Schädigungsmodells . . . . .	100
<b>5 Numerische Beispiele</b>	<b>105</b>
5.1 Patch-Test . . . . .	105
5.2 Isotrope Platte mit konstanter Flächenlast: Analytische Lösung für Spannungen in Dickenrichtung . . . . .	107
5.3 Laminat unter Gleichlast . . . . .	109
5.3.1 Laminat mit $[0^\circ/90^\circ/0^\circ]$ -Schichtung . . . . .	111
5.3.2 Unsymmetrisches Laminat mit $[0^\circ/90^\circ]$ -Schichtung . . . . .	114
5.3.3 Winkelverbund mit $[45^\circ/-45^\circ/45^\circ/-45^\circ]_s$ -Schichtung . . . . .	116
5.3.4 Winkelverbund mit 20 Schichten . . . . .	118
5.3.5 Zusammenfassung: Laminat-Beispiele . . . . .	118
5.4 Eingespannter Zylinderabschnitt . . . . .	120
5.5 Sandwichprofile . . . . .	122
5.5.1 Stabilitätsanalyse . . . . .	123
5.5.2 Elasto-plastische Berechnung . . . . .	125
5.6 3-Punkt-Biegeversuch . . . . .	130
5.6.1 3-Punkt-Biegeversuch ohne Anfangsdelamination . . . . .	130

5.6.2	3-Punkt-Biegeversuch mit Anfangsdelamination . . . . .	135
5.7	L-Profil . . . . .	140
5.8	Ausgesteifte Zylinderschale . . . . .	145
5.8.1	Elastische Analyse . . . . .	146
5.8.2	Bestimmung der Resttragfähigkeit infolge Delamination . .	149
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung und Ausblick</b>	<b>155</b>
<b>Nomenklatur</b>		<b>159</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>		<b>165</b>