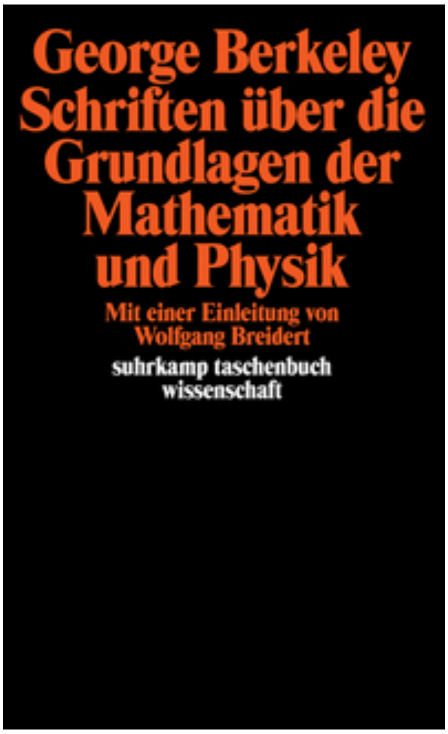
Suhrkamp Verlag

Leseprobe



Berkeley, George
Schriften über die Grundlagen der Mathematik und Physik

Aus dem Englischen und mit einer Übersetzung von Wolfgang Breidert

suhrkamp taschenbuch wissenschaft 496
978-3-518-28096-6

suhrkamp taschenbuch
wissenschaft 496

Dieser von Wolfgang Breidert eingeleitete und übersetzte Band enthält fünf Schriften von George Berkeley (1685–1753).
Die vier ersten stehen im Zusammenhang einer Kontroverse, die Berkeley mit seiner 1734 erschienenen Schrift »The Analyst« eingeleitet hatte: Streitpunkt waren die Grundlagen der am Ende des 17. Jahrhunderts von Leibniz und Newton entwickelten Infinitesimalrechnung. Als Nichtmathematiker kritisiert Berkeley, seit 1734 Bischof in Irland, die Methoden der »Fluxionsrechnung« und des »calculus differentialis« und deckt dabei die logischen und beweistheoretischen Mängel dieser beiden berühmten Kalküle auf, die erst durch die erneute Grundlegung im 19. Jahrhundert beseitigt wurden.
Berkeley zeigt, daß die wissenschaftlichen Grundlagen der Infinitesimalrechnung seinerzeit nicht sicherer waren als die der Theologie. Die Verbindung von christlicher Apologie und mathematischer Grundlagendiskussion bildet den besonderen Reiz der mit scharfem Verstand und ebenso scharfer Sprache verfaßten Texte.
Außerdem enthält der Band den Traktat »De motu« (»Über die Bewegung«) aus dem Jahre 1721, in dem Berkeley die physikalischen Grundbegriffe seiner Zeit untersucht. Auch hier vollzieht sich seine philosophische Kritik an Methoden der Einzelwissenschaft auf einem theologischen Hintergrund.

George Berkeley
Schriften über die Grundlagen der Mathematik und Physik

Eingeleitet und übersetzt
von Wolfgang Breidert

Suhrkamp

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek
Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation
in der Deutschen Nationalbibliografie;
detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über
http://dnb.d-nb.de abrufbar.

2. Auflage 2016

Erste Auflage 1985
suhrkamp taschenbuch wissenschaft 496

Printed in Germany
Umschlag nach Entwürfen von
Willy Fleckhaus und Rolf Staudt
ISBN 978-3-518-28096-6

Inhalt

Einleitung

Während die Medizin und die Psychologie schon lange den großen heuristischen Wert der Pathologie, des Studiums der Anomalien und der Fehlentwicklungen kennen, hat die Geschichtsschreibung der Philosophie und der Wissenschaften die Bedeutung der Rückschritte, Stagnationen und Fehlentwicklungen – oder wie man auch immer die Blockierungen und ungeradlinig voranschreitenden Vorgänge nennen mag – erst relativ spät erkannt. So wenig wie sich die medizinische oder psychologische Forschung mit der reinen Feststellung einer Abnormität begnügen kann, so sollte auch die geistesgeschichtliche Forschung, die sich als nachträgliche Autopsie – oft nur scheintoter – wissenschaftlicher oder anderer geistiger Prozesse versteht, mindestens den Versuch unternehmen, gerade aus dem durch seinen Ausnahmecharakter besonders gut geeigneten Material Erkenntnisse für die Erklärung anderer Phänomene zu gewinnen, denn dort, wo nicht beliebige Experimente möglich sind, können Anomalien manchmal an die Stelle von Versuchsergebnissen treten. In der geistesgeschichtlichen Arbeit stellen Sonderfälle die Aufgabe, sie durch zu suchende Zusatzbedingungen, die eine neue Regelmäßigkeit begründen oder eine alte stürzen, dem Gewöhnlichen oder »Typischen« einzugliedern. Für die Wissenschaftsgeschichte kann die Aufreihung der großen Verdienste eines Forschers immer nur vor- oder beiläufig interessant sein. Oft wird die Beantwortung der Frage, warum diese oder jene Äußerung eines Denkers im Laufe der Geschichte unbeachtet blieb oder nicht so gewürdigt wurde, wie wir es zunächst erwartet hätten, einen größeren Aufschluß über die geschichtlich relevanten Faktoren liefern als der Versuch, die Ausstrahlungskraft einer bestimmten wissenschaftlichen Leistung auf einen möglichst großen Wirkungsbereich nachzuweisen.

George Berkeleys Traktate *The Analyst* (1734) und *De Motu*

(1721) müssen wissenschaftsgeschichtlich in zweifacher Hinsicht als pathologisch betrachtet werden: einerseits, weil bei einer ersten Betrachtung die Intention des Autors unverhältnismäßig stark von den geistigen Bewegungen seiner Zeit abzuweichen scheint; andererseits, weil der »rein sachliche Gehalt« dieser Schriften aus der Sicht eines Wissenschaftlers des 20. Jahrhunderts in einem Mißverhältnis zu ihrer Wirkung auf die wissenschaftliche Um- und Nachwelt Berkeleys steht. Diese scheinbaren Anomalien werden noch verstärkt durch die Differenz zwischen der Wirkung des einen Traktats und der des anderen; während *De Motu* im 18. Jahrhundert ohne Echo blieb, rief der *Analyst* eine umfangreiche Diskussion unter den Zeitgenossen hervor. In *De Motu* proklamiert Berkeley eine Revolution großer Teile der damaligen physikalischen Grundlagen; im *Analyst* greift er die hervorragenden mathematischen Errungenschaften des 17. Jahrhunderts an, nämlich die Fluxionslehre Newtons und die Infinitesimalmathematik in der von Leibniz und seinen Anhängern entwickelten Gestalt. Große Partien der Attacken Berkeleys müssen heute als sachlich berechtigt angesehen werden, und doch blieb Berkeley mit seinen revolutionären Bemühungen weitgehend erfolglos. Man kann diesen Mißerfolg nicht ohne weiteres einem zu geringen mathematischen und naturwissenschaftlichen Interesse oder einer mangelnden Akzentuierung auf seiten Berkeleys zuschreiben, denn es handelt sich bei diesen Arbeiten keineswegs nur um gelegentliche Nebenprodukte im Gesamtwerk eines Philosophen und Theologen.[1]

I. Minima der Wahrnehmung und das Unendliche

Berkeley hat die Probleme der Mathematik während seines ganzen Lebens immer wieder aufgegriffen und sie gerade in der

1 Da im 18. Jahrhundert häufig die berufliche Tätigkeit eines Denkers von seiner wissenschaftlichen Arbeit verschieden war, besagt es wenig, daß Berkeley 1724 Dekan von Derry wurde und ab 1734 Bischof von Cloyne war.

Analyst-Kontroverse mit aller Schärfe diskutiert. Seine allererste Veröffentlichung war eine Kollektion kleinerer Arbeiten über verschiedene Themen aus der Mathematik[2], und sowohl in seinem 1707/08 entstandenen wissenschaftlichen Tagebuch (*Philosophical Commentaries*) als auch in seinen Hauptschriften beschäftigt er sich immer wieder mit Grundlagenfragen der Mathematik.

Schon sehr früh, offenbar noch vor Beginn seines wissenschaftlichen Tagebuchs, hatte er eine Vorstellung von »seiner« idealistischen Doktrin. Seine Beschäftigung mit der Mathematik geht von der Frage aus: Wie ist es möglich, diese philosophische Grundlage und die Mathematik miteinander in Einklang zu bringen? Er trifft für dieses Problem die unausgesprochene Vorentscheidung, daß es gilt, eine mit seiner Lehre übereinstimmende Mathematik zu entwickeln oder die Mathematik auf dem Boden der philosophischen Voraussetzung zu modifizieren, und nicht, ein der Mathematik angepaßtes philosophisches System zu errichten. Das erste wichtige Ergebnis dieser Ausrichtung der Mathematik nach der Philosophie ist die Leugnung der unendlichen Teilbarkeit einer Ausdehnung.[3] Das Resultat einer unendlichen Teilung wäre eine nicht wahrnehmbare Länge, also nach Berkeleys Lehre überhaupt nichts.[4] Die Teilung einer endlichen Linie kann nur solange fortgesetzt werden, bis die Teile die Größe von Minima des Sichtbaren (*minima visibilia*) oder »sichtbaren Punkten« erreicht haben. Zeichen für kleinere Teile stehen nicht mehr für Ideen oder Perzeptionen, sind also bedeutungslos. Nun steht Berkeley gerade bei seinen ersten

2 *Arithmetica absque Algebra aut Euclide demonstrata cui accesserunt cogitata nonnulla de radicibus surdis, de aestu aeris, de ludo algebraico, etc.* Autore . . . Art. Bac. Trin. Coll. Dub. Londini 1707. Der zweite Teil dieses Doppelwerkes ist mit dem besonderen Titel *Miscellanea mathematica* versehen.

3 Geleugnet wird die Möglichkeit der *aktuellen* Teilung *in infinitum.*

4 Berkeley bezeichnet die Mathematiker in seinem Tagebuch deswegen als »Nihilarians«, denen er keine Bewunderung schenkt. Er nimmt sich aber ausdrücklich vor, die Mathematiker in seinen Veröffentlichungen mit Bescheidenheit und höflichem Respekt zu widerlegen, sie nicht »Nihilarians« zu nennen und sich in seiner satirischen Art zu zügeln. Daß ihm das nicht immer gelang, zeigt die Analyst-Kontroverse.

philosophischen Bemühungen unter dem starken Eindruck der Molyneuxschen Problematik über das Verhältnis von Gesichtssinn und Tastsinn und bezieht infolgedessen häufig die Möglichkeiten der Optik in seine Erwägungen ein.[5] Die Möglichkeit der Vergrößerung durch das Mikroskop bildete für einen Leugner der unendlichen Teilbarkeit eine Herausforderung. Berkeley erwidert darauf: »Der sichtbare Punkt dessen, der mikroskopische Augen hat, wird weder größer noch kleiner sein als meiner.«[6] Auch in dem durch ein Mikroskop gelieferten Blickfeld gibt es ein Minimum, das in seiner Ausdehnung nicht kleiner ist als das zum Blickfeld des bloßen Auges gehörende. Nur wenn wir die mit bloßem Auge gesehene Linie a mit dem *minimum visibile* m für ein Zeichen der durch das Mikroskop betrachteten größeren Linie a' mit ihrem nicht minimalen Teil m' auffassen, können wir m als weiter teilbar ansehen, weil m' weiter teilbar ist.[7] In diesem uneigentlichen Sinne ist jede endliche Linie immer wieder teilbar, zu einer Perzeption oder Vorstellung des Unendlichen gelangen wir damit aber nicht; deswegen gehören die unendlich kleinen Teile, die Infinitesimalien, nicht in eine wissenschaftliche Beweisführung. Allerdings sind nach Berkeley auch Zahlen nur Wörter, denen keine Vorstellungen entsprechen, doch sie sind in der Wissenschaft nützlich, während die unendlich kleinen Teile nutzlos sind.[8] Die Wissenschaft kann und muß ohne das Unendliche auskommen.[9]

Es liegt etwas Treffendes darin, im Hinblick auf die Wissenschaft das 17. Jahrhundert als das Jahrhundert des Unendlichen zu bezeichnen. Es ist das Jahrhundert, in dem der endliche aristotelische Kosmos aus dem Bewußtsein der Naturwissenschaftler verschwindet und das unendliche Universum allgemeine Anerkennung gewinnt. Eine entsprechende Positivierung des

5 Der Niederschlag dieser Überlegungen findet sich vor allem in seinem *Essay towards a New Theory of Vision* (1709).
6 *Philos. Comment.* Nr. 116.
7 *Philos. Comment.* Nr. 260, 341–342 a; *Principles of Human Knowledge* § 127; *Analyst* § 50 (18).
8 *Philos. Comment.* Nr. 354, 354 a.
9 *De Motu* § 46.

Unendlichen findet auch in der Mathematik statt; als nur grobes äußerliches Merkmal mag das neu in die Mathematik eingeführte Unendlichkeitszeichen (∞) dienen. Auch frühere Jahrhunderte – vor allem das 14. Jahrhundert – kannten Unendlichkeitsbetrachtungen, nämlich im Zusammenhang mit der Untersuchung und Diskussion von Kontinuumsproblemen, doch eine Operation mit dem Unendlichen in nahezu allen Bereichen der Mathematik zur Erreichung positiver Ergebnisse darf für das 17. Jahrhundert als charakteristisch angesehen werden. In der Geometrie der Kegelschnitte verwendet Girard Desargues unendlich ferne Punkte, womit er nicht nur neue Ergebnisse erzielt, sondern vor allem eine stärkere Kohärenz verschiedener Bereiche der Theorie.[10] Dieser Schritt initiiert die projektive Geometrie. Bonaventura Cavalieri veröffentlichte 1635 seine Methode der Indivisibilien[11], die als »die neue« (oder auch nur wiederentdeckte) Geometrie von den Zeitgenossen mit überschwenglichem Pathos gerühmt wurde. »Sie bildet im mathematischen Dickicht einen wahren Königsweg, den Cavalieri, der Urheber bewundernswerter Lehren, als erster von allen eröffnete und zum allgemeinen Wohl ebnete.«[12] Selbst wenn Leibniz sie nur als die »Kindheit der wiedererwachenden Wissenschaft« bezeichnet[13], drückt er damit noch die Anerkennung einer Zeit aus, die sich ja gerade im Kontrast zu den Alten und den mittelalterlichen Scholastikern als eine neue Zeit mit einer jungen Wissenschaft verstand. Auch Newton schenkt der Indivisibilienmethode in seinen *Principia mathematica* noch deutliche Aufmerksamkeit, wenn er die Kürze der durch diese Methode gewonnenen Beweise lobt und seine Methode der ersten und letzten Verhältnisse als eine (nur) exaktere Methode jener gegenüberstellt, wobei er geflissentlich betont, seine eigene Me-

10 M. Cantor, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* II, Leipzig 1913, 676.
11 *Geometria indivisibilibus continuorum nova quadam ratione promota*, Bononiae 1635, 2. ed. 1653.
12 E. Torricelli, *Opera geometrica*, Florentiae 1644, De dimensione parabolae, p. 56.
13 *Mathem. Schr.*, ed. Gerhardt, V, 231.

thode leiste dasselbe, wie die so vorteilhafte Indivisibilienmethode.[14] Der Kern der Cavalierischen Methode besteht in einem paarweisen Vergleich endlich großer Strecken oder Flächen, die als Elemente zweier beliebig mächtiger – evtl. auch unendlicher – Mengen angesehen werden. In die Arithmetik führt John Wallis das Unendliche ein, indem er unendliche Reihen betrachtet und dabei auch solche, die vom positiven Zahlenbereich durch das Unendliche in den negativen übergehen.[15] Er rechnet mit dem Unendlichen genauso wie mit anderen Zahlen und bemerkt, daß eine durch Null dividierte Größe das Unendliche ergebe. Leibniz glaubt, dieses mathematische Operieren mit dem Unendlichen dadurch philosophisch fundieren zu können, daß er das Endliche als durch das Unendliche bestimmt denkt.[16] Der kritischen Auseinandersetzung mit jener Art von Unendlichkeitsmathematik gilt eine der frühesten Arbeiten Berkeleys: *Of Infinites.*

II. Unendlichkeit – Unendliches (›Of Infinites‹)

Im Jahre 1700 trat Berkeley als Fünfzehnjähriger in das Trinity College in Dublin ein, wurde 1704 Bachelor of Arts und am 9. Juni 1707 nach der erforderlichen Prüfung Fellow. Unter seinen Aufzeichnungen aus der College-Zeit befinden sich unter dem Datum 10. 1. 1705 (= 21. 1. 1706 unserer Zeitrechnung) die Statuten eines wissenschaftlichen Clubs, der von 8 Personen – wahrscheinlich von Berkeley und seinen Freunden – gegründet wurde, um jeden Freitagnachmittag Themen aus verschiedenen Wissensgebieten zu besprechen.[17] In den Auf-

14 *Opera,* ed. Horsley, II, 39 f.

15 *Arithmetica infinitorum,* Prop. CIV (*Opera mathematica* I, 1699, 409).

16 *Mathem. Schr.,* ed. Gerhardt, VII, 53.

17 *Works,* ed. Fraser 1871, IV, 23; *Works,* ed. Luce and Jessop, IX, 143, 153; B. Erdmann, *Berkeleys Philosophie im Lichte seines wissenschaftlichen Tagebuchs,* Berlin 1919, 24. Unter dem Datum vom 7. 12. 1706 erscheint eine neue Bemerkung über die Annahme gewisser Statuten eines Diskutierclubs. Es ist unklar, ob es sich um eine andere Gründung oder nur um eine Veränderung handelt.

zeichnungen folgen auf diese Statuten Fragestellungen und Gedankensplitter, die sich auf einzelne, nicht immer ausdrücklich angegebene, aber meistens leicht zu identifizierende Stellen des zweiten Buchs von Lockes *Essay Concerning Human Understanding* beziehen.[18] Die Reihenfolge dieser Probleme entspricht bis auf wenige Abweichungen der Ordnung in Lockes Abhandlung. Wir dürfen also vermuten, daß Berkeley diese Themen fortlaufend unmittelbar während der Lektüre notierte. Wir wissen nicht, ob einige oder alle Probleme in dem Diskutierclub behandelt wurden, doch bildet jedenfalls eine dieser Notizen die Keimzelle für Berkeleys Vortrag *Of Infinites*, den er am 19. 11. 1707 der gerade neu gegründeten Dublin Philosophical Society vortrug.[19] Berkeleys Abhandlung schließt sich an die Bemerkung an: »*infinity* and *infinite*«, die sich auf Kapitel 17 § 7 des zweiten Buchs in Lockes *Essay* bezieht.
Nach einem einleitenden Hinweis auf gewisse Mißstände in den Grundlagen der neueren Mathematik, nämlich der Infinitesimal- und Fluxionsrechnung, wird sofort das Rüstzeug zu ihrer Beseitigung bereitgestellt. Berkeleys These besagt, daß die Beachtung jener Stelle aus dem zweiten Buch von Lockes *Essay* zur Ausräumung aller Mißstände führen würde. Im Text, der mit wörtlichen Zitaten reichlich versehen ist, werden außer Locke und Wallis[20], Nieuwentijt[21] und Leibniz,

18 Im einzelnen werden folgende Stellen berührt: VIII 9, VIII 19, IX 9, XI, II 1, II, XI 5 + 7, XI 12, XI 15–17, XIII 26 + XV 2, XV 4, XVI 4, XIII 4, XIII 15, XVI 3, XVI 5, XVII 1, XVII 7, XVII 13 ff., XXI 1, XXI 4(?), XXI 11, XXI 73.

19 *Works*, ed. Luce and Jessop, IX, 158. Über die Beziehung der Dublin Philosophical Society zu dem erwähnten Diskutierverein, zu dem es vielleicht noch einen zweiten als Fortsetzung gab, herrscht Unklarheit.

20 John Wallis (1616–1703) war seit 1649 Professor für Geometrie an der Universität Oxford. Er war Mitbegründer der Royal Society und veröffentlichte viele Arbeiten in den *Philos. Transactions.* Seine zahlreichen mathematischen Schriften wurden als *Opera mathematica* Oxford 1699 (3 vols.) gesammelt herausgegeben.

21 Bernhard Nieuwentijt (1654–1718), holländischer Arzt und Mathematiker, griff in seinen beiden Schriften *Considerationes circa analyseos ad quantitates infinite parvas applicatae principia* (1694) und *Analysis infinitorum* (1965) die Grundlagen der Infinitesimalrechnung, wie sie von Leibniz, den Brüdern Bernoulli und dem Marquis de l'Hospital gelehrt wurde, an. Leib-

Cheyne[22], Newton und Raphson[23] herangezogen. Der Vortrag zeigt, daß Berkeley mit den Problemen, die später in der Analyst-Kontroverse behandelt werden, schon während seines College-Aufenthalts vertraut war, und daß er die im ausgehenden 17. Jahrhundert auf dem Kontinent geführte Diskussion über die Grundlagen des Differentialkalküls – wenn auch offenbar nur aus einem einzigen Artikel von Leibniz – kannte. Im Hinblick auf den *Analyst* und die sich an ihn schließende Diskussion ist die Bemerkung von hervorragender Bedeutung, daß Berkeley schon in seinem Vortrag *Of Infinites* die Behauptungen von Leibniz und Newton erwähnt, wonach der Differentialkalkül bzw. die Fluxionsmethode auch ohne Verwendung unendlich kleiner Größen begründet werden könnte. Wenn diese Möglichkeit besteht, läßt sich die geforderte strenge Beweisführung, die von den antiken Mathematikern mit großer Akkuratesse beherrscht wurde und als *mos geometricus* das Methodenvorbild der neuzeitlichen Wissenschaften bildete, auch in der neueren Mathematik verwirklichen. Berkeley faßt diese Äußerungen als Stützen für seine Überzeugung auf, die notwendige Grundlagenreform der Mathematik müsse zu einer Indivisibilienlehre führen, allerdings zu »einer vielleicht einfacheren und

niz entgegnete ihm in den *Acta Eruditorum* 1695 (= *Mathem. Schr.*, ed. Gerhardt, V, 320–328). Daraufhin veröffentlichte Nieuwentijt 1696 die *Considerationes secundae circa calculi differentialis principia et Responsio ad virum nobiliss. G. G. Leibnitium.* Jakob Hermann (1678–1733), ein Schüler Jakob Bernoullis und späterer Günstling Leibniz', antwortete darauf mit der *Responsio ad cl. Nieuwentijt considerationes secundas circa calculi differentialis principia* (1700). Berkeley kannte Nieuwentijt wohl zunächst nur durch die Erwiderung von Leibniz.

22 George Cheyne (1671–1743) war Arzt in London und Bath, Mitglied des College of Physicians in Edinburgh und der Royal Society. Seine Abhandlung *Fluxionum methodus inversa* (1703) wird in einem Brief von Leibniz lobend erwähnt. 1705 erschien der erste und 1715 der zweite Band seiner *Philosophical Principles of Natural Religion*, in denen im Kampf gegen den Atheismus Theologie, Naturwissenschaft und Mathematik verquickt werden. Berkeley erwähnt Cheyne in den Tagebucheintragungen Nr. 367, 387, 459.

23 Joseph Raphson (auch Ralphson) (gest. vor 1715) war ein Newton verehrender Mathematiker und Mitglied der Royal Society. Sein Traktat *De spatio reali seu ente infinito* erschien 1697, seine zweite Auflage als Appendix zur zweiten Auflage der *Analysis aequationum universalis* (1690) London 1717.

richtigeren als die von Cavalieri«[24], denn aus Berkeleys Indivisibilienlehre soll ja das Unendliche verbannt bleiben, die Minima der sinnlichen Wahrnehmung sollen die Indivisibilien sein. Wie er im letzten Abschnitt seines *Essay towards a New Theory of Vision* andeutete, glaubte er, die Zeit sei noch nicht reif, seine Gedanken über eine nur auf sinnlich wahrnehmbare Ausdehnung beschränkte Geometrie zu veröffentlichen, weil die »abstruse und spitzfindige Geometrie« der Infinitesimal- und Fluxionsmathematiker durch ihre Erfolge zur Zeit noch zu mächtig sei; diese werde aber eines Tages ihren Ruhm verlieren, weil sich die endliche, auf Erfahrung gestützte Mathematik bewähren werde.[25] In der Ausgabe von 1732 des *Essay* fehlt dieser Abschnitt; möglicherweise hatte Berkeley schon damals den Plan zum *Analyst* und sah diesen als die Ausführung seiner Andeutungen an, so daß diese sich erübrigten. In seinem Vortrag von 1707 beschränkt sich Berkeley darauf, einige Beispiele von Irrtümern in der Unendlichkeitsmathematik mit knappen, prägnanten Worten vorzuführen und zu kommentieren, um mit einem erneuten Hinweis auf Lockes hilfreiche Ausführungen und einer auch für den *Analyst* programmatischen Bemerkung zu schließen: Die Mathematiker können sich nicht selbst aus ihrem Fehlerwust herausführen, alle vollkommene Klärung ist von der Metaphysik zu erwarten![26]

Dieser Schluß läßt sich durchaus noch so auffassen, als ob Berkeley nur an die rationale Klärung der Grundlagen der Mathematik denkt. Seine eigentliche Absicht tritt erst in seinem *Treatise Concerning the Principles of Human Knowledge* (1710) bei der Bekämpfung bestimmter mathematischer Grundvorstellungen deutlicher hervor. Dort versucht Berkeley nach seiner Widerlegung des Materialismus, die Lehre von abstrakten Ideen an Hand des physikalischen und mathematischen Be-

24 *Philos. Comment.* Nr. 346.

25 Berkeleys Prophezeihung stützt sich nicht auf die Vorstellung von einem ständigen Systemwechsel wie der Kassandraruf Swifts über Newtons Gravitationslehre (*Gulliver's Travels* III, 8), sondern auf die Überzeugung von der Wahrheit *und* Nützlichkeit seiner Lehre.

26 Vgl. *Analyst* § 50 (51).

griffsapparates zu widerlegen und die Irrtümer, zu denen diese Lehre führt, in jenen beiden großen Gebieten der Wissenschaft aufzudecken. Der Kampf gegen die *absolute* Existenz körperlicher Objekte und abstrakter Ideen soll zur Bereinigung der Philosophie beitragen und als Stütze der Religion dienen, indem den »Skeptikern« und »Atheisten« der Boden ihrer Argumentation entzogen wird. Berkeleys erklärte Hauptabsicht ist es, die »Falschheit oder Leerheit jener unfruchtbaren Spekulationen, welche die Hauptbeschäftigung der Gelehrten ausmachen«, aufzuzeigen, um die Leser dadurch eher für die »Aufnahme der heilsamen Wahrheiten des Evangeliums« zu gewinnen (§ 156).

III. Die theologisch-mathematische Streitschrift ›The Analyst‹

Nachdem Berkeley von einem gescheiterten Missionsunternehmen in Amerika zurück nach London gekommen war, veröffentlichte er 1732 mit seinem *Alciphron* eine erneute »Apologie der christlichen Religion gegen die sogenannten Freidenker«. Die gleiche Absicht liegt auch seiner Streitschrift *The Analyst* aus dem Jahre 1734 zugrunde.[27] Bereits der vollständige Titel dieser Abhandlung zeigt, daß es sich um einen Vergeltungsschlag handeln soll. Das als Motto vorangestellte Bibelwort vom Balken im eigenen Auge wird ebenso wie das in § 34 verwendete Wort von den Mückenseihern geradezu pervertiert, indem es dem Gegner die Demutsforderung zurückwirft. Berkeley wendet sich in diesem Traktat ausdrücklich gegen den geistigen Hegemonieanspruch, den gewisse Mathematiker aufgrund des angeblich so hohen Evidenzgrades ihrer wissen-

27 Veröffentlicht im März oder Anfang April 1734 (s. J. Jurin, *The Minute Mathematician*, London 1735, 6 u. 98). In einem Brief an Thomas Prior vom 7. 1. 1734 schrieb Berkeley, er verbringe seine Morgenstunden mit Gedanken über gewisse mathematische Dinge, aus denen vielleicht etwas hervorgehen könnte. Der *Analyst* wurde am 4. 6. 1734 im *Dublin Journal* als »just published« angezeigt.

schaftlichen Erkenntnisse auch in bezug auf andere Gebiete erheben. Indem Berkeley innerhalb der Mathematik Ungereimtheiten nachweist, wird einerseits die Rechtmäßigkeit dieser Führungsrolle eingeschränkt, andererseits geht Berkeley hier wie in vielen seiner Schriften zum Gegenangriff über, indem er zeigt, daß die Mathematik in ihrer rationalen Hilflosigkeit auf die Führung der Philosophie angewiesen ist. Gleichzeitig werden dadurch die hervorragenden mathematischen Autoritäten, besonders Newton und der Marquis de l'Hospital, dekuvriert, und die somit gleichsam mit freien Valenzen ins Leere zielende Autoritätsgläubigkeit der übrigen Mathematiker wird auf die religiösen Autoritäten zurückverwiesen.

Mit viel Ironie und rhetorischem Geschick nimmt sich Berkeley dieselbe Freiheit gegenüber der Mathematik heraus, mit der die Mathematiker der Religion begegnen.[28] Er weist nach, daß die Mathematik der Fluxions- und Infinitesimalmathematiker seiner Zeit mindestens ebenso viele Ungereimtheiten enthält wie die christliche Offenbarungsreligion.[29] Berkeley scheint dabei kaum den Einwand zu befürchten, daß die Diskreditierung der Mathematik – genauer gesagt: eines Teils derselben – noch keine Empfehlung des Glaubens liefern kann. Dieser Einwand ist ihm aber in den Erwiderungen mit Recht gemacht worden.[30]

Hier erhebt sich die Frage, ob Berkeley seine Angriffe gegen die Fluxionslehre ernst meinte oder damit nur die Epigonen Newtons in Verlegenheit bringen wollte. De Morgan, der in einer Arbeit von 1852 die Ansicht vertrat, der *Analyst* habe nur von einem Autor geschrieben werden können, der ihn auch beantworten konnte, behauptete, Berkeley sei nur ein unechter Fluxionsgegner gewesen, so wie der Dubliner Erzbischof Richard Whateley in einer didaktischen Schrift die Existenz Napoleons bezweifelte, um damit die Fragwürdigkeit der Zweifel

28 *Analyst* § 2, *Defence of Free-Thinking in Mathematics* (Untertitel).

29 G. A. Johnston, *The Development of Berkeley's Philosophy*, London 1923, 264.

30 J. Jurin, *Geometry no Friend to Infidelity*, p. 7 f. Th. Bayes, *An Introduction to the Doctrine of Fluxion*, p. V.

an christlichen Lehren zu demonstrieren.[31] Ebenso ist G. A. Johnston der Meinung, Berkeley habe keine Einwände gegen den Kalkül der neuen Mathematik, sondern nur gegen seine Begründung mit Hilfe der Fluxionen machen wollen.[32] Die Beantwortung dieser Frage kann aber nur im Zusammenhang mit dem gesamten Verlauf der Analyst-Kontroverse erfolgen.

Berkeley beginnt seinen *Analyst* mit der Darlegung seines Zieles: Er will den Gegenstand der mathematischen Analysis, ihre Prinzipien und Beweismethoden prüfen (§ 2). Die Wahrheit der mit diesen Mitteln gewonnenen Resultate bleibt ausdrücklich außerhalb der Debatte (§ 20). Die Diskussion der Gegenstände (§§ 3, 8) – für Newton die Fluxionen und Momente, für die Ausländer oder Leibnizianer die (unendlich kleinen) »Differenzen« – endet mit dem Ergebnis, daß diese wie jene unbegreiflich seien. Unter den Prinzipien versteht Berkeley grundlegende Sätze, die jedoch nicht von axiomatischem Charakter sind, sondern bewiesen werden müssen. Als Prinzipien der Fluxionstheorie betrachtet er zwei Sätze: 1. Die Fluxion eines Rechtecks (Produkts) AB ist $aB+Ab$, wenn a und b die Inkremente (Ableitungen) von A bzw. B sind (§ 9). 2. Die Fluxion von x verhält sich zu der von x^n wie 1 zu nx^{n-1} (§ 12). Die Prinzipien- und Methodenprüfung geht darauf aus, in der Herleitung dieser Sätze Fehler aufzuzeigen (§§ 13–16).

In den Abschnitten 17 und 18 stellt Berkeley die Verbindung zwischen der englischen Analysis und der kontinentalen her und vergleicht beide miteinander. Er stellt die grundsätzliche Äquivalenz zwischen dem Differentialkalkül und der von Newton in der *Quadratur der Kurven* verwendeten Methode fest. Der mit dem Ende von § 18 erreichte Übergang zur detaillierten Betrachtung des Differentialkalküls wird durch einen Einschub allgemeinerer Betrachtungen (§§ 19, 20) verschleiert,

31 A. De Morgan, *On the Early History of Infinitesimals in England*, The London, Edinburgh and Dublin Philos. Magazine and Journal of Science 4, 1852, 329 n. R. Whateley, *Historic Doubts Relative to Napoleon Buonaparte*, 1. Aufl. (anonym) 1819.

32 G. A. Johnston, *Berkeley's Logic of Mathematics*, The Monist 28, 1928, 33 ff.

so daß im folgenden nicht mehr deutlich erkennbar ist, daß Berkeley stets das Lehrbuch des Marquis de l'Hospital vor Augen hat.

Berkeley kannte die »neue Mathematik« zu gut, um leugnen zu können, daß die Wissenschaftler seiner Zeit schon jahrzehntelang mit Hilfe jener Prinzipien und Methoden nützliche Betrachtungen durchgeführt hatten. Berkeley mußte also eine Erklärung für den Irrtum geben und gleichzeitig dafür, daß dieser sich in der Wissenschaft so lange behaupten konnte. Theoretische Inkonsistenzen verursachen entweder offensichtliche Störungen im Gang einer Wissenschaft und können dann nicht lange verborgen bleiben, oder die von ihnen hervorgerufenen Unstimmigkeiten werden fälschlicherweise anderen Ursachen zugeschrieben, oder die aufgrund widersprüchlicher Fundamente entstehenden Konklusionen enthalten überhaupt keine feststellbaren Fehler, so daß die Inkonsistenz der Prämissen nur mühsam erkannt werden kann. Berkeley glaubt, daß die Widersprüche in den Grundlagen der Mathematik seiner Zeit von der letzten Art sind. Nicht, daß er nur behauptet, die Fehler seien unmerklich klein, nein, er gibt ausdrücklich die völlige Wahrheit der Konklusionen zu; es fehle der Analysis nicht an Wahrheit (*truth*) in ihren Ergebnissen, aber an Wissenschaftlichkeit (*science*) in der gesamten Lehre, d. h. in ihren Prinzipien und ihren Methoden. Damit gibt Berkeley eine Erklärung für die lange Lebensdauer des von ihm als unhaltbar dargestellten Systems, denn die Stabilität einer später als hinfällig erwiesenen Lehre ist ein Faktor, der in der Auseinandersetzung mit ihren Anhängern ebenso wie in der geistesgeschichtlichen Betrachtung einer Erklärung bedarf. Bezüglich der zeitgenössischen Mathematik glaubt Berkeley einen Grund ihrer Stabilität darin sehen zu müssen, daß sich auch aus falschen Prämissen wahre und für die Anwendung nützliche Aussagen ergeben können, nämlich dann, wenn sich jeweils zwei entsprechende Fehler gegenseitig aufheben. Doch der bloße Verdacht, eine als wahr zugestandene Konklusion sei aus falschen Prämissen abgeleitet, muß zunächst wie eine Flucht nach vorne erscheinen,

wie sie z. B. Jakob Bernoulli in dem berühmten Streit mit seinem Bruder Johann antrat, indem er in die Diskussion die Vermutung einschob, Johann sei bei der Behandlung der isoperimetrischen Aufgabe zwar zu einem teilweise richtigen Ergebnis gelangt, habe dabei aber wahrscheinlich zwei sich kompensierende Fehler begangen nach Art des Schlusses: »Jeder Mensch ist von Stein, jeder Kiesel ist ein Mensch, also ist jeder Kiesel ein Stein.«[33] Es ist wegen der Möglichkeit solcher Fehlschlüsse zwar nicht mehr zulässig, eine mathematische Theorie allein durch ihre Erfolge wissenschaftlich zu rechtfertigen, doch der Verdacht der Fehlerkompensation allein genügt noch nicht, sie als widerspruchshaltig zu erweisen, die beiden Fehler müssen vielmehr in dem zur Diskussion stehenden Beweis selbst nachgewiesen werden. Solche Nachweise versucht Berkeley im einzelnen zu erbringen. Er führt einige Beweise der Infinitesimalmathematiker Schritt für Schritt vor und zeigt diejenigen Stellen auf, an denen die beiden »Fehler« liegen (§§ 21–25).
Wenn man die Fehlerkompensation einmal konzediert, ergibt sich aus Berkeleys Auffassung, die Ergebnisse seien trotz der fehlerhaften Beweise wahr, die Frage: Wie kann die Wahrheit und damit die Brauchbarkeit eines mathematischen Ergebnisses anders erkannt werden als durch dessen Rückführung auf die zugrundegelegten Prinzipien und Fundamentalbegriffe? Berkeley versucht zu zeigen, daß dieselben Resultate auch ohne die Grundlage der Fluxionslehre oder des Differentialkalküls, allein unter Verwendung *endlicher* Größen, erzielt werden können (§§ 23, 26–30). Er will damit beweisen, daß die moderne Analysis nicht nur in ihren Grundlagen falsch, sondern darüber hinaus als Ganzes überflüssig ist. Gleichzeitig kommt er damit einem Argument zuvor, das ihm später tatsächlich entgegengehalten wurde und das für die Fluxionen zu sprechen schien. Selbst wenn Berkeley wirklich bewiesen hätte, daß es keine Fluxionen gibt, ist es dann nicht wenigstens möglich, die Fluxionen als für die Konsistenz der mathematischen Theorien

33 M. Cantor, *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik* III, 2. Aufl., Leipzig 1901, 240.