5. Klasse • Mathematik

DUDEN

WISSEN • ÜBEN • TESTEN

5. Klasse

Mathematik

Dein Weg zu besseren Noten!

LERNTIPP

Matheaufgaben trickreich üben

Bestandsaufnahme

- Was kommt in der Klassenarbeit dran? Welche Aufgaben kannst du? Welche Aufgaben findest du (noch) schwer?

Kläre, welche Aufgabenarten wichtig sind.

Suche leichte und schwere Aufgaben aus allen Themenbereichen heraus.

Einfaches schwerer machen

Manche Aufgaben fallen dir leicht – gib dich nicht damit zufrieden! Du kannst sie zum Üben schwerer machen:

- Wähle Zahlen, mit denen schwieriger zu rechnen ist.
- Erweitere die Aufgabe so, dass du zur Lösung mehrere Zwischenschritte benötigst.
- Überlege dir kompliziertere Fragen, die zum Thema passen.

Fallen dir (Quatsch-)Aufgaben ein, die man genauso rechnet?

Die Klasse 5 a (30 Schüler) fährt auf Klassenfahrt. Jeder Schüler muss 90 € bezahlen. Wie viel kostet die Fahrt?

Die Klasse 5 a (28 Schüler) … Jeder Schüler muss 78 € bezahlen …

Die Klassen 5 a (28 Schüler), 5 b (32 Schüler) und 5 c (29 Schüler) fahren zusammen auf Klassenfahrt …

Der Klassenlehrer hat 2250 € eingesammelt. Wie viele Schüler müssen noch bezahlen?

Auf einer Farm leben 25 Hühner. Jedes legt jeden Tag 4 Eier. Wie viele Eier kann der Farmer jeden Tag essen?

Schweres einfacher machen

Andere Aufgaben glaubst du ohne Hilfe gar nicht lösen zu können. Das ist kein Grund zum Verzweifeln. Vereinfache sie erst einmal:

- Wähle Zahlen, mit denen du leichter rechnen kannst.
- Lass Angaben, die die Aufgabe kompliziert machen, weg.
- Stelle zu der Aufgabe Fragen, die du durch Rechnen beantworten kannst.

Kennst du ähnliche Aufgaben, die du lösen kannst?

Die Wand einer Fabrikhalle (69 m lang, 6 m hoch) soll gestrichen werden. Ein Eimer Farbe reicht für 23 m^2. Wie viele Eimer werden benötigt?

Die Wand einer Fabrikhalle (50 m lang, 5 m hoch) …

Eine Wand (69 m lang, 6 m hoch) soll gestrichen werden …

Welche Fläche hat die Wand? Welche Fläche kann man mit 5 Eimern Farbe streichen?

Ein Rechteck ist 69 m lang und 6 m breit. Wie groß ist die Rechteckfläche?

Lösungsideen sammeln

- Schreibe alle Aufgaben, die du gerechnet hast, auf einen großen Zettel.
- Überlege: Wie hast du die Aufgaben leichter/schwerer gemacht? Wie hast du sie gelöst? Halte einen kurzen Vortrag über deine Lösungsideen.

Merke dir deine Lösungsideen – das hilft dir bei der Klassenarbeit.

Wenn du in der Arbeit eine Aufgabe bekommst, die du nicht lösen kannst, vereinfache sie. Vielleicht klappt es danach mit der schweren Aufgabe?

1 Zahldarstellungen

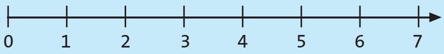
1.1 Natürliche Zahlen auf dem Zahlenstrahl

Wenn man bei 0 beginnt und immer um 1 weiter zählt, erhält man die natürlichen Zahlen 0, 1, 2, 3, …
Man sagt: „Menge ℕ der **natürlichen Zahlen**“ oder kurz „ℕ“.

Mengenschreibweise:
$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \ldots\}$

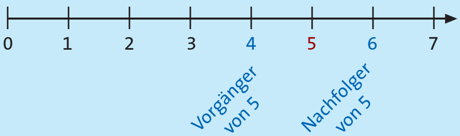
Beachte: Manchmal wird die Zahl 0 nicht zu den natürlichen Zahlen gezählt.

Die natürlichen Zahlen können der Größe nach geordnet werden. Diese **Ordnung** veranschaulicht man mithilfe des Zahlenstrahls.
Der **Zahlenstrahl** beginnt bei 0 und wird durch Markierungen in gleich lange Abstände eingeteilt.



Jede Markierung auf dem Zahlenstrahl stellt eine natürliche Zahl dar.

Jede natürliche Zahl besitzt einen **Nachfolger** und jede natürliche Zahl (außer 0) besitzt einen **Vorgänger.** Der Nachfolger ist um 1 größer als die Zahl, der Vorgänger um 1 kleiner.

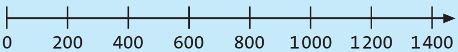


Von zwei Zahlen auf dem Zahlenstrahl ist immer die linke kleiner und die rechte größer.

15 ist **größer als** 12. Man schreibt $15 > 12$.

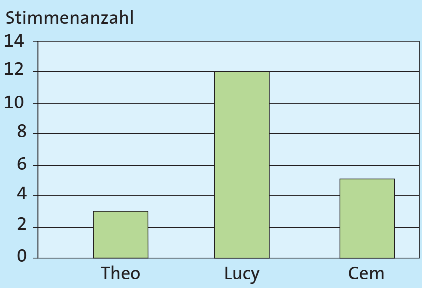
13 ist **kleiner als** 17. Man schreibt $13 < 17$.

Um große Zahlen darzustellen, kann man auch einen Teil des Zahlenstrahls betrachten, der nicht bei 0 beginnt.
Um möglichst viele Zahlen darzustellen, kann man die Abstände kleiner zeichnen und statt für jede Zahl bspw. nur für jede 10. Zahl eine Markierung setzen.



Die Abstände zwischen den Zahlen sind hier kürzer dargestellt (alle 200 Zahlen eine Markierung).

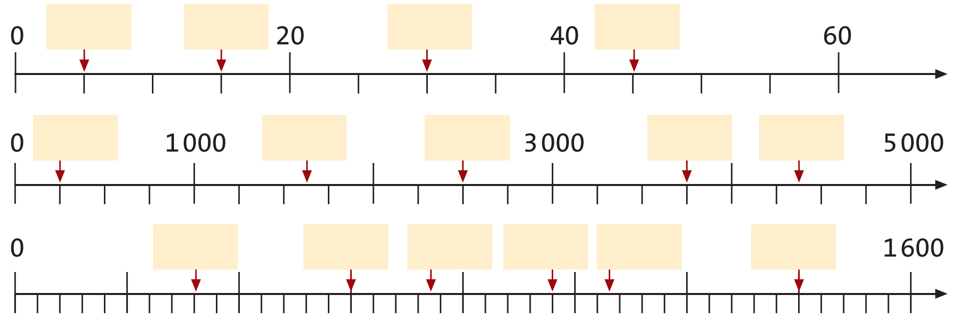
In **Säulendiagrammen** (senkrechte Anordnung) und **Balkendiagrammen** (waagerechte Anordnung) wird der Zahlenstrahl zur Darstellung von Zahlenwerten verwendet.
Die Abbildung rechts zeigt ein Säulendiagramm.



WISSEN

ÜBEN

ÜBUNG 1 **Trage die fehlenden Zahlen ein.**



ÜBUNG 2 **Kleiner, gleich oder größer? Setze <, = oder > ein.**

a) 365 ☐ 356 b) 17 234 ☐ 171 234 c) 8 799 ☐ 8 900

d) 45 : 9 ☐ 23 – 17 e) 21 + 31 ☐ 26 · 2 f) 108 : 4 ☐ 4 · 7

ÜBUNG 3 **Ordne die Zahlen der Größe nach und verwende dazu das Zeichen < („kleiner als").**

a) 4 567; 3 972; 2 301; 2 211; 992; 5 600; 776

b) 288; 822; 828; 888; 228; 882; 282; 2 222

c) 45 101; 5 554; 54 010; 44 505; 55 404; 5 111; 4 545

ÜBUNG 4 **Bestimme Vorgänger und Nachfolger.**

Vorgänger						
Zahl	83	560	999	4 001	12 399	223 341
Nachfolger						

ÜBUNG 5 **Gib jeweils drei mögliche natürliche Zahlen an, die du für x einsetzen kannst. Schreibe in dein Übungsheft. (Tipp: x dient hier als Platzhalter.)**

a) $x > 12$ b) $x < 5$ c) $234 < x < 238$ d) $94 > x > 89$

1.2 Große Zahlen

Wir sind gewohnt, mit dem **Zehnersystem** (↗ Kap. 1.4) zu rechnen. Um auch große Zahlen einfach benennen zu können, werden immer 1 000 niedrigere Einheiten zu einer höheren Einheit mit einem neuen **Zahlwort** zusammengefasst.

1 Tausend = 1 000
1 Million = 1 000 000
1 Milliarde = 1 000 000 000
1 Billion = 1 000 000 000 000
1 Billiarde = 1 000 000 000 000 000

Stellenwertsystem für große Zahlen

Große Zahlen lassen sich übersichtlich in einem **Stellenwertsystem** (↗ Kap. 1.4) erfassen.

Billionen			Milliarden			Millionen			Tausend					
H	**Z**	**E**	**H**	**Z**	**E**	**H**	**Z**	**E**	**H**	**Z**	**E**	**H**	**Z**	**E**
		5	9	8	0	0	0	2	1	0	6	4	4	3

Dabei steht **E** für die Einer, **Z** für die Zehner und **H** für die Hunderter des jeweiligen Zahlwortes.

Nicht benötigte Stellen werden mit Nullen aufgefüllt.

Die hier dargestellte Zahl heißt: fünf Billionen neunhundertachtzig Milliarden zwei Millionen einhundertsechstausendvierhundertdreiundvierzig.

Große Zahlen kann man durch Zwischenräume in „Dreierpäckchen" gliedern. Jeweils die Einer, Zehner und Hunderter eines Zahlwortes ergeben ein „Päckchen". Dabei ist es wichtig, immer bei der letzten Ziffer (also ganz rechts) mit dem Abzählen zu beginnen.

970 344
8 365 700
23 456 789 098 765
9 876 543 210 012

Manchmal werden auch Punkte als Trennungszeichen verwendet.

9.876.543.210.012

Zehnerpotenzen

Zur einfacheren Lesbarkeit werden sehr große Zahlen auch oft als **Zehnerpotenzen** geschrieben. Dabei zählt man einfach die Anzahl der Nullen und schreibt sie als **Hochzahl** hinter die Zehn. (Lies „zehn hoch drei, zehn hoch sechs" usw.)

1 Tausend = 1 000 = $\mathbf{10^3}$
1 Million = 1 000 000 = $\mathbf{10^6}$
1 Milliarde = 1 000 000 000 = $\mathbf{10^9}$
1 Billion = 1 000 000 000 000 = $\mathbf{10^{12}}$
1 Billiarde = 1 000 000 000 000 000 = $\mathbf{10^{15}}$
5 Millionen = 5 · 1 000 000 = 5 · $\mathbf{10^6}$

ÜBUNG 9 **Lies die folgenden Zahlen und schreibe ihre Zahlwörter in dein Übungsheft.**

a) 1 302 405 116 b) 99 762 000 225 c) 770 001 234 955
d) 52 546 987 e) 5 001 000 336 000 f) 60 000 000 020 022

ÜBUNG 10 **Übertrage die Zahlen in das unten stehende Stellenwertsystem.**

a) achthundertsechsunddreißig Milliarden neunhundertvierundachtzig Millionen fünftausendzweiundvierzig
b) zwölf Billionen zweihundertdreiundfünfzig Millionen hundertsechstausend-siebzehn
c) fünfzehn Milliarden neunhundertsechsundsechzigtausendelf
d) vierhundertzweiundsiebzig Billionen eintausendzwölf
e) neunhundertsechzehn Millionen vierhundertsiebzigtausenddreihundertvier

	Billionen			Millarden			Millionen			Tausend					
	H	Z	E	H	Z	E	H	Z	E	H	Z	E	H	Z	E
a)															
b)															
c)															
d)															
e)															

ÜBUNG 11 **Schreibe die Zahlen als Zehnerpotenz.**

a) 100 b) 1 000 000 c) 10 000 000 000
d) 100 000 000 000 e) 100 000 000 000 000 f) 10 000 000 000 000 000

ÜBUNG 12 **Legt man die Zahlenkarten in beliebiger Reihenfolge aneinander, so entsteht eine zehnstellige Zahl.**

35 68 47 05 11

a) Schreibe fünf verschiedene von diesen Zahlen auf und sortiere sie der Größe nach.
b) Wie heißt die größte und wie die kleinste Zahl, die du legen kannst?

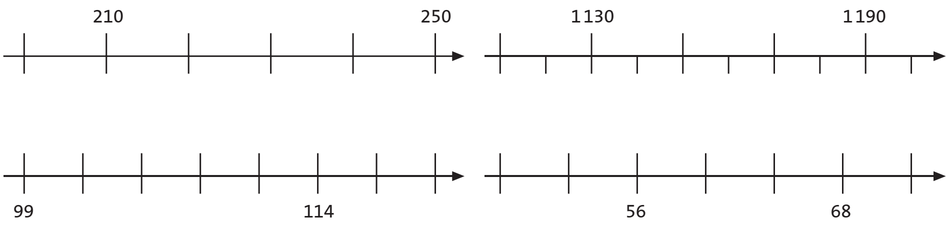
ÜBUNG 13 **Vergleiche und setze <, = oder > ein.**

a) 123 478 999 □ 123 487 991 b) 100 390 226 294 □ 100 390 216 976
c) 10^{12} □ 12 000 000 000 000 d) 10 000 000 □ 10^{7}
e) 99 560 432 □ 10^{8} f) $3 \cdot 10^{5}$ □ 300 017

⏱ 45 Minuten

KLASSENARBEIT 1

AUFGABE 1 **Ergänze die fehlenden Zahlenwerte an den vier Ausschnitten des Zahlenstrahls.**



AUFGABE 2 **Vervollständige die Tabelle durch Umrechnung der Zahlen.**

Zehnersystem	698				1 347	
Zweiersystem		$(110011)_2$		$(111010)_2$		
Römische Zahlzeichen			DXIV			CDXLVII

AUFGABE 3 **Löse die folgende Aufgabe in mehreren Schritten.**

a) Schreibe die im Text vorkommenden Zahlwörter in Ziffern.
b) Überschlage die Umsatzsteigerung durch Runden auf Milliarden.
c) Schreibe den Text so um, wie er wirklich in der Zeitung stehen könnte, also mit sinnvoll gerundeten Zahlen.

Eine Zeitung meldet: „… So konnte der Autokonzern in diesem Jahr dreiundvierzig Millionen einhundertfünfundsechszigtausenddreiundsiebzig Fahrzeuge verkaufen. Von diesen gingen einunddreißig Millionen siebenhundertdreitausend in den Export. Damit stieg der Umsatz von zweiundsiebzig Milliarden vierhundertfünf Millionen Euro im letzten Jahr auf jetzt achtundneunzig Milliarden neunhundertdreißig Millionen Euro. Dies ergibt einen Gewinn von fünfhundertdreiundzwanzig Millionen fünfzigtausend Euro.“

AUFGABE 4 **Auf welche Stelle wurde gerundet? Wo gibt es mehrere Antworten? Welche Zahlen wurden falsch gerundet? Korrigiere die aufgetretenen Fehler!**

a) 497 344 ≈ 497 000
b) 130 267 543 ≈ 130 000 000
c) 59 853 ≈ 59 800
d) 648 200 534 ≈ 648 000 000
e) 756 484 ≈ 756 490
f) 229 995 ≈ 230 000

TESTEN

Rechenregeln und Rechengesetze

Vorfahrtsregeln

	$(2+4)\cdot 6-3^2:9+[27\cdot(3+7)]$
(1) Klammer berechnen	$=(2+4)\cdot 6-3^2:9+[27\cdot(3+7)]$
(2) bei mehreren Klammern von innen nach außen rechnen	$=6\cdot 6-3^2:9+[27\cdot 10]$ $=6\cdot 6-3^2:9+270$
(3) Potenz- vor Punkt- und Strichrechnung berechnen	$=6\cdot 6-3^2:9+270$ $=6\cdot 6-9:9+270$
(4) Punkt- vor Strichrechnung berechnen	$=6\cdot 6-9:9+270$ $=36-1+270$
(5) ohne Klammern von links nach rechts rechnen	$=36-1+270$ $=35+270$ $=305$

Vorzeichenregeln

■ Gleiche Vorzeichen → +	
$+\cdot+=+$	$3\cdot 12=+36$
$-\cdot-=+$	$(-4)\cdot(-21)=+84$
■ Unterschiedliche Vorzeichen → −	
$+\cdot-=-$	$5\cdot(-11)=-55$
$-\cdot+=-$	$(-13)\cdot 2=-26$

Rechengesetze

■ Kommutativgesetze	
$a+b=b+a$	$38+7=7+38=45$
$a\cdot b=b\cdot a$	$13\cdot 2=2\cdot 13=26$
■ Assoziativgesetze	
$(a+b)+c=a+(b+c)$	$(14+13)+17=14+(13+17)=44$
$(a\cdot b)\cdot c=a\cdot(b\cdot c)$	$(13\cdot 2)\cdot 5=13\cdot(2\cdot 5)=130$
■ Distributivgesetze	
$a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c$ $a\cdot(b-c)=a\cdot b-a\cdot c$	$4\cdot(100-1)$ $=4\cdot 100-4\cdot 1$ $=400-4=396$
$(b+c):a=b:a+c:a$ $(b-c):a=b:a-c:a$	$(100+20+8):4$ $=100:4+20:4+8:4$ $=25+5+2=32$