

Unverkäufliche Leseprobe aus:

Gert Mittring

Von Pi nach Pisa

Mit Zahlen die ganze Welt verstehen –

Neues vom Rechenweltmeister

Alle Rechte vorbehalten. Die Verwendung von Text und Bildern, auch auszugsweise, ist ohne schriftliche Zustimmung des Verlags urheberrechtswidrig und strafbar. Dies gilt insbesondere für die Vervielfältigung, Übersetzung oder die Verwendung in elektronischen Systemen.

© S. Fischer Verlag GmbH, Frankfurt am Main

Inhalt

Wichtige Informationen für Ihre Anreise	11
0° Golf von Guinea, im Atlantik	
Geographische Koordinaten berechnen	19
-71° Lambert-Gletscher, Antarktis	
Seitenlängen berechnen	34
-24° 1770, Queensland, Australien	
Rechnen mit Ortsnamen	51
-13,8° Apia, Westsamoa, Südpazifik	
Warum wir eine Datumsgrenze brauchen	61
-13,5° Sacsayhuaman, Peru	
Mit Knotenschnüren rechnen	69

-0,5° Nauru, Südpazifik	
Body-Mass-Index berechnen	80
-0,1° Ishango, Demokratische Republik Kongo	
Rechnen mit Kerben	96
4° Malé, Malediven	
Mit Kaurischnecken einkaufen	108
14° Copán, Honduras	
Mit dem Mayakalender rechnen	120
31° Alexandria, Ägypten	
Mit dem Längengrad die eigene Position bestimmen	137
32,5° Babylon, Irak	
Warum die Stunde 60 Minuten hat	145
32,7° Hatch, New Mexico, USA	
Schärfegrad mit der Scoville-Skala berechnen	157
34° Luoyang, China	
Erdbeben messen mit Logarithmen	166
38° Avanos, Kappadokien, Türkei	
Knoten zählen	180
40° Newark, New Jersey, USA	
Containerschiffe beladen	192

41° Rom, Italien	
Wie unsere Zeitrechnung in die Welt kam	208
43° Pisa, Italien	
Zahlenfolgen entschlüsseln	216
48° Paris, Frankreich	
Woher kommt der Meter?	224
51° Greenwich, Großbritannien	
Wie spät ist es wirklich?	235
52° Hannover, Deutschland	
Denken wie ein Computer	244
77° Qaanaq, Grönland	
Kreise quadrieren mit Pi	260
90° Nordpol	
Abreisen in Lichtjahren	270
Lösungen	273
Dank	284
Literatur	285



Wichtige Informationen für Ihre Anreise

Schon auf meiner ersten Reise entdeckte ich etwas Faszinierendes. Nicht etwa die Berge in Kärnten, der See oder der im Hotel servierte Kaiserschmarren beeindruckten mich als Sechsjährigen, sondern die andersartigen Portionsgrößen der Chipstüten. Statt der bei uns üblichen 150-Gramm-Packungen gab es dort kleinere 42-Gramm-Tüten. Damit boten sich mir völlig neue Rechenmöglichkeiten. Für ein zahlenbegeistertes Kind ein spannender Einstieg in die große weite Welt des Reisens!

Faszinierendes entdeckte ich auch heute noch auf jeder Tour. Vor Ort stellt sich einiges anders dar als in einem Buch oder einem Fernsehbericht. Oft entwickle ich auf Reisen Ideen, durch die ich auf neue Rechenwege stoße. Auch lernt man auf Reisen Menschen kennen und erfährt viel über sich selbst – entstehen doch immer wieder Situationen, in denen es gilt, die eigenen Grenzen zu überwinden. Häufig merkt man so erst, was alles in einem steckt.

Eines meiner interessantesten Erlebnisse hatte ich als Student in der Schweiz. Nur Spanier waren außer mir in der Jugendherberge im Jura abgestiegen. Keiner sprach auch nur ein Wort Deutsch oder Englisch. Und ich kein Spanisch. Dachte ich zumindest. Doch dann gelang es mir irgendwie, mich in dieser völlig fremden Sprache zu verständigen. Erstaunlich, wie schnell wir doch lernen, wenn es drauf ankommt!

Neues entdecken und Grenzen überwinden, darum soll es auch auf unserer gemeinsamen Reise von Pi nach Pisa gehen. Vielleicht schlummert mehr rechnerisches Talent in Ihnen als bisher vermutet?

Manche mathematischen Kulturdenkmäler bieten sich geradezu an, um dort einmal vorbeizuschauen. Die Kreiszahl Pi oder die Fibonacci-Zahlen sind so etwas wie die Akropolis oder die Mona Lisa einer herkömmlichen Reise. Irgendwann will man sie einfach gesehen haben. Wir wollen aber nicht nur ehrfürchtig staunen, sondern immer selbst rechnerisch Hand anlegen. Ausgetretene Pfade werden wir also schnell hinter uns lassen.

Weil es sich nicht um eine Pauschalreise, sondern um eine Expedition handelt, werden wir uns nicht pro Kapitel nur eine bestimmte Rechenart vornehmen, sondern uns mit allem, was wir zur Verfügung haben, quer durchs Unterholz schlagen. Statt systematisch Methoden abzuhandeln, wünsche ich mir, dass Sie von den antrainierten mechanistischen Rechengängen wegkommen und eigene Lösungsansätze entwickeln. Wir schauen uns an unseren Reisezielen erst mal danach um, was es überhaupt für uns zu rechnen gibt. Nicht selten sind es mehrere Pfade, die wir einschlagen

könnten. Sie sind eingeladen, sich den für Sie attraktivsten auszusuchen. Möglicherweise tut sich vor Ihnen sogar eine Abkürzung auf, die ich ganz übersehen habe?

Die einzelnen Kapitel sind unterschiedlich schwer. Allerdings eignet sich eine Reise nicht dafür, den Schwierigkeitsgrad stetig zu steigern, wie Sie es aus Lehrbüchern kennen. Auf Reisen müssen wir die Herausforderungen nehmen, wie sie kommen. Seien Sie also nicht überrascht, wenn auf ein komplexeres Kapitel auch mal ein einfacheres folgt. Genießen Sie die Pause!

Die Rechenwege habe ich bis auf wenige Ausnahmen so ausgeführt, dass wir sie im Kopf gehen können. Wenn das für Sie manchmal zu ausführlich ist, suchen Sie sich eigene Wege!

Während ich mit der Machete voran ins Rechengestrüpp gehe, sollten Sie immer erst einen Augenblick innehalten und sich die Frage stellen: »Wie würde ich das lösen? Habe ich selbst eine Idee?« Falls Sie nicht immer eigene Ideen im Gepäck haben, liegt das möglicherweise daran, dass Sie einfach aus der Übung sind. Dann schauen Sie am besten erst mal einfach zu.

Manches Reiseziel habe ich gewählt, weil ich mich schon lange gefragt habe: Wo kommt das eigentlich her, was ich da so berechne? Gab es den Äquator schon immer? Und wie sieht es mit dem Nullmeridian aus? Führte er schon immer, so wie heute, durch das englische Greenwich? Warum messen wir in Metern und nicht in Schritten? Woher wissen wir, dass wir uns im Jahr 2015 oder 2016 befinden? Wer hat unsere Zeitrechnung und Jahreszählung festgelegt? Was ist daran von der Natur vorgegeben, und was haben

Menschen erfunden? Und warum hat eine Stunde 60 Minuten und nicht 100? Die Antworten spüren wir quer über alle Kontinente auf. Und dabei wird immer heftig addiert, subtrahiert, multipliziert und dividiert.

Ausschnitt aus Kapitel 2

Was sind eigentlich Koordinaten?

Ich habe die ungefähren Koordinaten eines Ortes immer im Kopf. Dabei denke ich nicht bewusst darüber nach, es ist eher so, als würde automatisch ein kleines Programm in meinem Hinterkopf aktiviert, wenn ich mich von einem Ort zum anderen bewege. Wenn ich von meiner Heimatstadt Bonn an den Äquator reise, bedeutet das für mich auch, dass ich auf dem imaginären Gitternetz, das unsere Erde in Längen- und Breitengrade unterteilt, von 51 Grad

Nord und 7 Grad Ost zur Position null unterwegs bin. Jeder Ort auf der Erde ist nämlich durch zwei Größen definiert.

Die 360 Längengrade gehen vom Nullmeridian aus in beide Richtungen, bis sie beim 180. Längengrad wieder zusammenstoßen. Sie laufen jeweils vom Nordpol zum Südpol, sind also längs, wie ihr Name schon sagt. Die Breitengrade laufen rundherum um die Erde und werden vom Äquator aus in beide Richtungen bis neunzig gezählt.

Der Äquator ist 40075 Kilometer lang, die Route vom Nordpol zum Südpol nur etwa 20000 Kilometer. Dafür gibt es sie zweimal. Während die Breitengrade also rund um die Erde laufen, erhalten die Längengrade auf der anderen Seite der Pole eine neue Nummer. Spazieren wir über den Nordpol oder den Südpol, wird der Nullmeridian zum 180. Längengrad und zur Datumsgrenze, wo sich Ost und West wiedertreffen. Teilt der Äquator die Welt in Nord und Süd ein, diktiert der Nullmeridian, ob wir im Osten oder im Westen leben.

An der breitesten Stelle am Äquator beträgt der Abstand zwischen zwei Längengraden 111,32 Kilometer. Je weiter es in Richtung der Pole geht, desto geringer der Abstand. Am Nordpol und am Südpol laufen dann alle Längengrade in einem Punkt zusammen.

Längengrad und Breitengrad tragen heute offiziell die sperrigen Namen »geographische Länge« und »geographische Breite«. Da die Erde rund ist, teilen wir sie wie einen Kreis in 360 Grad ein. Die Koordinaten sind Winkelangaben auf der Erdoberfläche, gemessen vom Erdmittelpunkt aus. Gemessen wird in Bogengrad, Bogenminuten und Bogensekunden. Ein Grad hat 60 Minuten, genau wie unsere Stunde. Die Bogenminute hat 60 Bogensekunden. Der kleine Kreis, °,

steht für Grad, der Apostroph, ' , für Minuten und die Anführungszeichen oben, “ , für Sekunden.

Ausgehend vom Äquator wird immer zuerst die Nord-Süd-Richtung genannt, dann folgt die Angabe, wie weit östlich oder westlich wir uns befinden. N steht für Nord oder North, S für Süd oder South, W für West und O oder E für Ost oder East. Manchmal werden Süden und Westen auch mit negativen Vorzeichen gekennzeichnet. Die Richtungsangaben stehen mal vor den Zahlen, mal dahinter.

Mit diesen unterschiedlichen Schreibweisen sind wir auch schon mittendrin in der Erkundung anderer Zahlensysteme. Die klassische Schreibweise mit Grad, Minuten und Sekunden beruht wie die Minuten und Sekunden unserer Stunde auf dem Sexagesimalsystem. Doch es gibt auch eine dezimale Schreibweise.

Umrechnen ins dezimale System mit dem Minutenansatz

Werfen wir einmal einen Blick auf die Koordinaten von Bonn, von wo ich gerade angereist bin:

$50^{\circ} 44' 15''$ N, $7^{\circ} 5' 54''$ O

Vorne stehen die Angaben zum Breitengrad. Bonn befindet sich am 50. Breitengrad. Allerdings nicht ganz genau auf dem 50. Breitengrad, sonst ständen hinter der 50 nur noch Nullen. Sie sehen aber, dass nur 15 Minuten und 45 Sekunden bis zum 51. Breitengrad fehlen. An dem N für Norden erkennen Sie, dass Bonn sich auf der Nordhalb-

kugel befindet. Wenn wir dort ein S hätten, befänden wir uns irgendwo auf der Höhe von Patagonien. Jetzt kommt ein Komma, nach dem die Angaben für die Ost-West-Richtung folgen. Bonn liegt also etwas östlich des 7. Längengrades.

Zeit für ein paar Berechnungen. Jetzt können Sie spielerisch entdecken, wie ein Grad oder eine Stunde unterteilt wird. Vielleicht kennen Sie dezimale Stunden aus Ihrer Arbeitswelt? Viele Navigationssysteme arbeiten mit dezimalen Grad-Unterteilungen. Mir scheint es nützlich zu sein, die Werte in beiden Varianten ausdrücken zu können, um den Zusammenhang zu verstehen.

Wir steigen direkt mit einer mittelschwierigen Aufgabe ein. Falls Sie nicht gleich mitkommen, lassen Sie sich bitte nicht abschrecken. Es wird gleich danach wieder leichter.

Wenn wir ins dezimale System umrechnen, heißt die erste Regel, dass die Grad-Zahl so bleibt, wie sie ist. Der 50. Breitengrad bleibt der 50. Breitengrad. Die 50 können wir also schon mal übernehmen. Umgerechnet werden nur die Minuten und Sekunden. Sie werden gleich hinter einem Komma stehen, wenn wir sie von einem auf 60 basierenden System in ein Dezimalsystem umrechnen. Um unsere erste Nachkommastelle zu berechnen, verteilen wir also unsere 60 Einheiten auf nur noch 10 Einheiten.

Überlegen Sie bitte einfach einmal, wie Sie vorgehen würden, um die Aufgabe zu lösen! Nehmen Sie auch ruhig einen Zettel und einen Stift und tüfteln etwas herum.

Mit dem Minutenansatz wollen wir es uns leichtmachen und erst mal nur die Minuten umrechnen. Wir beginnen mit dem Breitengrad.

Wir gehen davon aus, dass 60 Minuten einem Grad entsprechen. Das führt zu der Überlegung, dass 0,1 Grad 6 Minuten entsprechen.

$$60' = 1^\circ$$

$$6' = 0,1^\circ$$

Jetzt fragen wir uns, wie viele 6-Minuten-Einheiten in 44 Minuten sind.

$$44 : 6 = 7 \text{ Rest } 2$$

Damit haben wir 0,7 Grad ausgerechnet. Es bleiben zwei Minuten übrig. Diese zwei Minuten entsprechen einer Drittel-6-Minuten-Einheit oder einem Drittel von 0,1 Grad. Das entspricht 0,0333 Grad.

Wir könnten hier auch eine Null hervorkramen und rechnen:

$$20 : 6 = 3 \text{ Rest } 2$$

Sie sehen dann, dass immer wieder ein Rest von 2 bleibt, wir also eine Periode erhalten.

Bonn hat also die Koordinate 50,7333 Periode oder $50,7\overline{3}$. Das ist nicht ganz genau gerechnet, denn die Sekunden haben wir bei dieser Vorgehensweise übergangen.

Weil die Koordinate im Norden liegt, ist sie eine positive Zahl. Jedoch wird das + vor den positiven Zahlen meist weggelassen und nur vor die negativen Werte ein Minus gesetzt.

Genauso verfahren wir jetzt mit den Angaben für die Ost-West-Richtung. Hier hatten wir: $7^\circ 5' 54''$.

Die 7 Grad tasten wir nicht an. Stattdessen rechnen wir aus, wie viel 5 Bogenminuten in einem Dezimalsystem sind.

Wie viele 6-Minuten-Einheiten, die jeweils 0,1 Grad ergeben, sind in der 5 drin?

Das ist leicht zu beantworten, dafür müssen wir nicht mal rechnen. Es ist keine. Die erste Nachkommastelle ist damit eine 0.

Um uns die Division bei unserer zweiten Nachkommastelle zu erleichtern, hängen wir eine 0 an die 5. Wie oft geht die 6 in die 50? Oder:

$$50 : 6 = 8 \text{ Rest } 2$$

Die 6 geht 8-mal in die 50. Es bleibt ein Rest von 2.

Jetzt fragen wir wieder: Wie oft geht die 6 in die 20?

$$20 : 6 = 3$$

Es bleibt ein Rest von 2, der bei jedem weiteren Rechengang hier auch wieder auftaucht. Wir haben deshalb hier $\overline{3}$.

Wir erhalten als Ergebnis $0,08\overline{3}$ und hängen diese Zahlen einfach an die Grad-Zahl an. $7,08\overline{3}$ lautet also das Ergebnis, wenn wir die Sekunden wieder vernachlässigen.