

$$eq(a+b) = eq\ a \ eq\ b + \sqrt{(eq^2 a - 1)(eq^2 b - 1)}$$

$$circ\ R = \frac{M}{2} \left(e^{\frac{2\pi R}{M}} - e^{-\frac{2\pi R}{M}} \right)$$

$$eq\ R = \frac{1}{2} \left(e^{\frac{2\pi R}{M}} + e^{-\frac{2\pi R}{M}} \right)$$

$$ds^2 = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2} e^{\frac{2x}{k}}$$
$$ds^2 = R^2 \frac{(a^2 - v^2)du^2 + 2uvdudv + (a^2 - u^2)dv^2}{(a^2 - u^2 - v^2)^2}$$



Jean-Daniel Voelke

Peter Lang

Table des matières

INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1: RAPPELS SUR LA QUESTION DES PARALLÈLES ET LA GÉOMÉTRIE NON EUCLIDIENNE	13
§ 1 Origine du problème; quelques tentatives de démonstration du postulatum	13
§ 2 Lobatchevski et Bolyai	18
§ 3 Les principaux concepts et résultats non euclidiens	19
§ 4 Les définitions de la droite et du plan de W. Bolyai	25
CHAPITRE 2: INTRODUCTION ÉPISTÉMOLOGIQUE	27
§ 1 Les principales positions épistémologiques	27
§ 2 L'origine des idées empiristes	33
2.1 La preuve astronomique de Lobatchevski	33
2.2 Le point de vue de Gauss	40
2.3 Le point de vue de Riemann	44
PREMIÈRE PARTIE	
LES DÉBUTS DE LA RENAISSANCE DE LA GÉOMÉTRIE NON EUCLIDIENNE	
CHAPITRE 3: LES ORIGINES DE LA RENAISSANCE; LE RÔLE DE GAUSS ET DES PREMIERS TRADUCTEURS	49
CHAPITRE 4: HOUËL	59
§ 1 Le traducteur	60
§ 2 L'axiomaticien et l'épistémologue	62
CHAPITRE 5: BATTAGLINI	73
§ 1 Le traducteur et le diffuseur	73
§ 2 Fondements de la trigonométrie non euclidienne selon Battaglini	74

DEUXIÈME PARTIE
DEUX DÉCOUVREURS TARDIFS DE LA GÉOMÉTRIE
NON EUCLIDIENNE

INTRODUCTION	85
CHAPITRE 6: ETUDES DE MÉCANIQUE ABSTRAITE DE DE TILLY	87
§ 1 Historique de l'ouvrage	87
§ 2 Analyse de la partie mathématique	91
2.1 Le point de vue cinématique	92
2.2 Equidistante et circonférence	96
2.3 «Propriétés cinématiques des triangles rectangles»	99
2.4 Génération de la circonférence par rotation et glissement	99
2.5 Trigonométrie non euclidienne	101
2.6 Trigonométrie sphérique	103
2.7 Angle de parallélisme	103
§ 3 Analyse de la partie mécanique	104
3.1 Composition des translations	104
3.2 Composition des forces	106
§ 4 Analyse de la conclusion	107
§ 5 Les réactions	109
CHAPITRE 7: ETUDES ANALYTIQUES SUR LA THÉORIE DES PARALLÈLES DE FLYE SAINTE-MARIE	111
Introduction	111
§ 1 De quelques propriétés des figures infinitésimales	115
§ 2 Géométrie plane	119
§ 3 Géométrie de l'espace; trigonométrie	124
§ 4 Indémontrabilité du postulatum	126

TROISIÈME PARTIE
LES PREMIÈRES INTERPRÉTATIONS

CHAPITRE 8: BELTRAMI	133
§ 1 Origine de l'interprétation; l'influence de Gauss; la notion de variété chez Riemann	134
§ 2 Analyse du <i>Saggio</i>	144
2.1 Généralités	144
2.2 La surface pseudosphérique	146
2.3 Les trois espèces de cercles; les réalisations locales	152
§ 3 L'interprétation des espaces non euclidiens à n dimensions; l'influence de Riemann	162
§ 4 Le problème de la réalité d'une interprétation	167
CHAPITRE 9: LES PREMIÈRES PREUVES DE NON-CONTRADICTION	171
§ 1 La preuve de Houël	171
§ 2 Une preuve de De Tilly	178
§ 3 Les critiques de Genocchi et de Bellavitis; controverses au sujet de la pseudosphère	180
§ 4 Une nouvelle interprétation de De Tilly	187
CHAPITRE 10: CAYLEY ET KLEIN	195
§ 1 Les métriques projectives de Cayley	195
§ 2 L'interprétation de Klein	207
§ 3 Remarques sur l'histoire de la géométrie elliptique	215

QUATRIÈME PARTIE
LA DIFFUSION DES NOUVELLES IDÉES ENTRE 1870 ET 1900

INTRODUCTION	221
CHAPITRE 11: HELMHOLTZ	223
§ 1 Les faits qui sont à la base de la géométrie	223
§ 2 Les écrits épistémologiques sur la géométrie	227

§ 3 Les réactions	239
3.1 Krause, Lotze, Dupuis	240
3.2 Jevons, Cayley, Land, Günther, Schmitz-Dumont	243
3.3 Conclusion	249
 CHAPITRE 12: FRISCHAUF	251
§ 1 Les travaux de Frischauf	251
§ 2 Polémiques autour du second livre de Frischauf	253
2.1 Les critiques de Killing	253
2.2 Critique de Pietzker et réponses de Killing et Frischauf	255
§ 3 Autres écrits de Pietzker; le point de vue de Frege	257
 CHAPITRE 13: LES ANNÉES D'INCERTITUDE EN ALLEMAGNE	263
§ 1 Deux manuels en Allemagne vers 1870	263
§ 2 Günther	264
2.1 Un essai de démonstration du postulatum	265
2.2 Le traité sur les fonctions hyperboliques	267
§ 3 Schmitz	268
§ 4 Les <i>Vorlesungen</i> de Klein	273
 CHAPITRE 14: LES ANNÉES D'INCERTITUDE EN FRANCE ET EN BELGIQUE	277
§ 1 Renouvier et Liard	279
§ 2 Carbonnelle	283
§ 3 Tannery	288
§ 4 Milhaud	296
§ 5 Calinon	301
§ 6 Lechalas	307
6.1 La conception de la géométrie de Lechalas	307
6.2 Les réponses de Renouvier et de l'abbé de Broglie	314
6.3 La composante religieuse et morale du débat	317
 CHAPITRE 15: POINCARÉ	321
§ 1 Les interprétations ou modèles de Poincaré	321
1.1 Les suppléments à un mémoire de 1880	321
1.2 L'interprétation du demi-plan	331

§ 2 Les écrits épistémologiques	332
2.1 <i>Sur les hypothèses fondamentales de la Géométrie (1887)</i>	333
2.2 <i>Les géométries non euclidiennes (1891)</i>	340
§ 3 La controverse entre Russell et Poincaré sur l'empirisme en géométrie	347
3.1 La position de Russell	347
3.2 Le compte rendu de Couturat et la réponse de Russell ..	352
3.3 Le compte rendu de Poincaré	356
3.4 Suite de la discussion	359
CHAPITRE 16: MANSION ET LA REVUE <i>MATHESIS</i>	367
§ 1 Mansion	367
§ 2 Une controverse avec Dauge	371
CHAPITRE 17: HALSTED	377
CHAPITRE 18: LES DERNIÈRES ÉTAPES DU PROCESSUS DE DIFFUSION ..	383
ANNEXES	
I. Les appellations de la géométrie non euclidienne	387
II. Notices biographiques	391
III. Textes originaux	397
BIBLIOGRAPHIE	431
INDEX DES NOTIONS ET RÉSULTATS MATHÉMATIQUES	453
INDEX DES NOMS	455