

Gymnasium

Besser in

Mathematik

5. Klasse

Mit Lösungsheft

Cornelsen

SCRIPTOR

Fritz Kammermeyer
Roland Zerpies

Besser in

Mathematik

5. Klasse
Gymnasium

Cornelsen

SCRIPTOR

| | |
|---|----|
| Vorwort | 5 |
| 1 Größen und Daten | 6 |
| 1.1 Geld, Masse, Länge und Zeit | 6 |
| 1.2 Schätzen und Runden | 9 |
| 1.3 Maßstab | 11 |
| 1.4 Sammeln und Darstellen von Daten | 13 |
| 1.5 Daten aus Zufallsexperimenten | 15 |
| Test | 17 |
| 2 Natürliche und ganze Zahlen | 19 |
| 2.1 Große Zahlen | 19 |
| 2.2 Vergleichen und Ordnen natürlicher Zahlen | 22 |
| 2.3 Ganze Zahlen | 24 |
| Test | 28 |
| 3 Addition und Subtraktion | 29 |
| 3.1 Addieren natürlicher Zahlen | 29 |
| 3.2 Subtrahieren natürlicher Zahlen | 31 |
| 3.3 Vorteilhaftes Rechnen | 34 |
| 3.4 Rechenausdrücke mit Klammern | 36 |
| 3.5 Rechenaufträge übersetzen | 37 |
| 3.6 Addieren und Subtrahieren ganzer Zahlen | 38 |
| Test | 41 |
| 4 Multiplikation und Division | 42 |
| 4.1 Multiplizieren natürlicher Zahlen | 42 |
| 4.2 Vorteilhaft multiplizieren | 44 |
| 4.3 Potenzen | 47 |
| 4.4 Dividieren natürlicher Zahlen | 49 |
| 4.5 Rechenausdrücke mit Klammern | 52 |
| 4.6 Rechenaufträge übersetzen | 53 |

| | | |
|-------------|--|-----|
| 4.7 | Verbindung der Grundrechenarten | 54 |
| 4.8 | Multiplizieren und Dividieren ganzer Zahlen | 56 |
| Test | | 60 |
| 5 | Geometrische Grundformen | 61 |
| 5.1 | Körper | 61 |
| 5.2 | Flächen | 63 |
| 5.3 | Kanten und Linien, senkrecht und parallel | 66 |
| 5.4 | Arbeiten im Koordinatensystem | 70 |
| 5.5 | Winkel | 72 |
| Test | | 77 |
| 6 | Flächen- und Volumenmessungen | 79 |
| 6.1 | Flächeneinheiten | 79 |
| 6.2 | Flächenberechnungen | 83 |
| 6.3 | Flächeninhalt bei zusammengesetzten Figuren | 87 |
| 6.4 | Die Oberfläche von Quader und Würfel | 89 |
| 6.5 | Volumeneinheiten | 90 |
| 6.6 | Volumenberechnungen | 94 |
| 6.7 | Volumen zusammengesetzter Körper | 96 |
| Test | | 98 |
| 7 | Sachaufgaben | 100 |
| 7.1 | Rechnen mit Größen | 100 |
| 7.2 | Gleichungen | 104 |
| 7.3 | Lösungsstrategien für Sachaufgaben | 106 |
| Test | | 109 |
| | Stichwortverzeichnis | 110 |
| | Verzeichnis der Zeichen und Abkürzungen | 112 |

Liebe Schülerin, lieber Schüler,

dieser Band der Reihe „Besser in Mathematik“ hilft dir, deine Kenntnisse im Fach Mathematik zu verbessern. Du kannst gezielt Stoff nachholen und wiederholen, um sicherer zu werden!

Zu allen Bereichen des Mathematikunterrichts sind kleine Aufgaben angeboten, mit denen du selbstständig arbeiten kannst.

Die Schwerpunkte sind:

- ▷ Definitionen und Regeln kennen und anwenden,
- ▷ Aufgaben strukturieren und strategisch bearbeiten,
- ▷ Diagramme und Formeln erstellen und interpretieren,
- ▷ Zusammenhänge begründen und überprüfen.

Die Texte und die Aufgaben in diesem Buch sind so ausgewählt und zusammengestellt, dass dir die Bearbeitung möglichst leichtfällt.

TIPPS UND INFOS

Zum Arbeiten mit diesem Buch

- ▶ Lege dir ein **eigenes Arbeitsheft** zu, in das du schreibst.
- ▶ Bist du dir beim Lösen der Übungsaufgaben nicht ganz sicher, sieh dir die Beispiele noch einmal genau an.
- ▶ Vergleiche deine Ergebnisse mit denen im Lösungsheft. Überprüfe bei Fehlern immer genau, was du falsch gemacht hast. Verbessere Fehler.
- ▶ Am Ende eines jeden Kapitels kannst du in einem kleinen Test überprüfen, ob du den Stoff nun beherrschst. Wenn nicht, bearbeite die entsprechenden Aufgaben in einigen Tagen noch einmal.

Viel Spaß und Erfolg beim Lernen!

Das musst du am Ende der Klasse 5 können:

- ▷ Größen umwandeln, schätzen und runden
- ▷ Mit maßstäblichen Darstellungen umgehen
- ▷ Umrechnungen zum Maßstab ausführen
- ▷ Daten sammeln und in Tabellen und Diagrammen aufbereiten
- ▷ Informationen aus Diagrammen entnehmen und damit argumentieren

1.1 Geld, Masse, Länge und Zeit**TIPPS UND INFOS****Größe – Maßzahl – Einheit**

Eine **Größe** besteht aus **Maßzahl** und **Einheit**.

Folgende Einheiten kennst du: Euro – Cent, Meter – Zentimeter, Kilogramm – Gramm, Stunde – Minuten.

DAS MUSST DU WISSEN**Umwandeln von Einheiten**

Geld: Die Grundeinheit ist 1 Euro (1 €).

Weitere Einheit: Cent (ct)

1 € = 100 Cent

Länge: Die Grundeinheit ist 1 Meter (1 m).

Weitere Einheiten: Kilometer (km), Dezimeter (dm), Zentimeter (cm), Millimeter (mm).

1 km = 1 000 m = 1 000 000 mm

1 m = 10 dm = 100 cm = 1 000 mm

1 dm = 10 cm = 100 mm

1 cm = 10 mm

Masse: Die Grundeinheit ist 1 Kilogramm (1 kg).

Weitere Einheiten: Tonne (t), Gramm (g), Milligramm (mg)

1 t = 1 000 kg = 1 000 000 g

1 kg = 1 000 g = 1 000 000 mg

1 g = 1 000 mg

Zeit: Die Grundeinheit ist 1 Sekunde (1 s).

Weitere Einheiten: Minute (min), Stunde (h), Tag (d), Jahr (a)

$$1 \text{ a} = 365 \text{ d} = 8\,760 \text{ h} = 525\,600 \text{ min} = 31\,536\,000 \text{ s}$$

$$1 \text{ d} = 24 \text{ h} = 1\,440 \text{ min} = 86\,400 \text{ s}$$

$$1 \text{ h} = 60 \text{ min} = 3\,600 \text{ s}$$

$$1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

Beispiele:

- ▶ $2 \text{ kg } 75 \text{ g} = 2\,000 \text{ g} + 75 \text{ g}$ Wandle die größere Einheit um
 $= 2\,075 \text{ g}$ und addiere.
- ▶ $3\,450 \text{ m} = 3\,000 \text{ m} + 450 \text{ m}$ Spalte Vielfache von $1\,000 \text{ m} = 1 \text{ km}$
ab $3 \text{ km } 450 \text{ m}$ und wandle um.

1 Wandle in die angegebene Einheit um.

- | | | |
|----------------|--------------|----------------|
| a) 12 € [Cent] | b) 2 m [cm] | c) 3 kg [g] |
| d) 25 t [kg] | e) 13 km [m] | f) 170 mm [cm] |

2 Wandle in die kleinste vorkommende Einheit um.

- | | | |
|---------------|---------------|------------------|
| a) 2 € 5 Cent | b) 4 t 350 kg | c) 14 kg 50 g |
| d) 5 km 35 m | e) 12 m 5 cm | f) 4 m 7 cm 3 mm |

3 Wandle in die angegebene Einheit um.

- | | | |
|---------------------|--------------------|------------------------|
| a) 2 h [min] | b) 5 min [s] | c) 5 d [h] |
| d) 4 h 35 min [min] | e) 12 min 36 s [s] | f) 1 h 27 min 52 s [s] |

DAS MUSST DU WISSEN

Kommastreibeise

Größen können auch in Kommastreibeise angegeben werden.
Beim Umwandeln helfen **Einheitentafeln**.

| km | | | m | | | dm | cm | mm | Kommastreibeise |
|----|--|---|---|---|---|----|----|----|----------------------------|
| | | 2 | 8 | 7 | 0 | | | | 2 870 m = 2,87 km |
| | | | | | | 1 | 3 | 7 | 137 mm = 13,7 cm = 1,37 dm |
| | | | | | 0 | 0 | 9 | 5 | 95 mm = 9,5 cm = 0,095 m |

Ggf. müssen Nullen ergänzt werden.

| t | | | kg | | | g | | | mg | | | |
|---|--|---|----|---|---|---|---|---|----|---|---|-----------------|
| | | 2 | 5 | 0 | 0 | | | | | | | 2,5 t = 2500 kg |
| | | | | | 2 | 6 | 7 | 5 | | | | 2,675 kg |
| | | | | | | | 2 | 7 | 8 | 5 | 0 | 27,85 g |

4 Ergänze je zwei mögliche Schreibweisen (mit und ohne Komma).

| km | | | m | | | dm | cm | mm | Lösung |
|----|--|---|---|---|---|----|----|----|--------|
| | | | | 2 | 4 | 5 | | | |
| | | 1 | 7 | 5 | | | | | |
| | | | | | | 1 | 2 | 6 | |
| | | | | 1 | 3 | 8 | | | |
| | | | | | 1 | 0 | 7 | 8 | |

5 Schreibe ohne Komma.

- | | | |
|------------|------------|------------|
| a) 2,05 € | b) 0,07 € | c) 1,05 m |
| d) 3,85 km | e) 2,07 kg | f) 23,5 dm |

6 Wandle in die nächstkleinere Einheit um.

- | | | |
|-------------|-----------|-----------|
| a) 0,057 km | b) 0,22 m | c) 2,5 cm |
| d) 0,5 kg | e) 5,7 g | f) 0,03 t |

7 Wandle in die angegebene Einheit um.

- | | | |
|---------------|-----------------|-------------------|
| a) 235 cm [m] | b) 4 m 5 cm [m] | c) 380 m [km] |
| d) 450 kg [t] | e) 2 350 g [kg] | f) 30 g 50 mg [g] |

8 Wandle in die nächstniedrigere und in die nächsthöhere Einheit um.

- | | | |
|-------------|---------------|-------------|
| a) 356,5 g | b) 1 350,5 kg | c) 23,75 cm |
| d) 17,35 dm | e) 0,25 m | f) 235,75 m |

9 Wandle in die angegebene Einheit um.

Vorsicht: Die Umrechnungszahlen bei Zeiten sind keine Stufenzahlen.

- | | | |
|----------------|---------------|-----------------|
| a) 1,5 h [min] | b) 0,5 d [h] | c) 1,25 min [s] |
| d) 0,5 a [d] | e) 0,25 h [s] | f) 135 min [h] |

1.2 Schätzen und Runden

TIPPS UND INFOS

Im Alltag werden oft gerundete oder geschätzte Größenangaben verwendet, weil exaktere Werte nicht gemessen werden können oder auch unsinnig sind.

Beispiel: Runde die Zahl 1 573 auf Zehner (1 570), auf Hunderter (1 600) und auf Tausender (2 000).

DAS MUSST DU WISSEN

Zahlen runden

Ist die Ziffer nach der Rundungsstelle 0, 1, 2, 3 oder 4, so wird abgerundet; ist die Ziffer nach der Rundungsstelle 5, 6, 7, 8 oder 9, so wird aufgerundet.

Beispiel: $17,65 \text{ m} \approx 18 \text{ m}$. Da nach der Rundungsstelle die Ziffer 6 steht, wird aufgerundet.

1 Runde auf die angegebene Einheit.

- | | | |
|-----------------|-----------------|-------------------|
| a) 13,49 € [€] | b) 254 Cent [€] | c) 3 € 9 Cent [€] |
| d) 1 890 kg [t] | e) 2 380 g [kg] | f) 3 g 80 mg [g] |

2 Runde auf die angegebene Einheit und achte dabei auf das Komma.

- | | | |
|------------------|-----------------|-----------------|
| a) 287,5 cm [m] | b) 2,37 dm [cm] | c) 1 279 m [km] |
| d) 0,0357 kg [g] | e) 874,5 mg [g] | f) 157 min [h] |

3 Schätze.

- a) Wie viele Stunden sitzt du jede Woche vor dem Fernseher?
- b) Wie viele Grundschüler gibt es in Berlin?
- c) Wie viele Schüler deiner Schule haben im Januar Geburtstag?
- d) Wie viele Liter Wasser passen in eine Badewanne?
- e) Wie viele Zimmer hat deine Schule?
- f) Wie viele Meter ist ein Fußballplatz lang und breit?

4 Runde, wo es sinnvoll ist.

- a) Die Stadt Berlin hat 3 459 218 Einwohner.
- b) Der ICE fährt um 15:37 Uhr in Frankfurt ab.
- c) Die Kontonummer lautet 135 647 248.
- d) Zum Bundesligaspiel des FC Bayern werden 56 347 Zuschauer erwartet.
- e) Die Stadt Nürnberg hat 1 582 357 453,57 € Schulden.

1.3 Maßstab

DAS MUSST DU WISSEN

Der **Maßstab** gibt an, wie sehr in einem Plan oder einem Modell die Längen im Vergleich zur Wirklichkeit verändert sind.



Beispiele:

- ▶ Der Maßstab 1 : 20 000 bei einem Stadtplan gibt an, dass in Wirklichkeit jede Strecke 20 000-mal so lang wie im Plan ist.
 - Ist eine Strecke in diesem Plan 3 cm lang, so gilt für die Strecke in Wirklichkeit: $3 \text{ cm} \cdot 20\,000 = 60\,000 \text{ cm} = 600 \text{ m}$.
 - Ist die Strecke in Wirklichkeit 5 km, so gilt für ihre Länge in diesem Stadtplan: $5 \text{ km} : 20\,000 = 500\,000 \text{ cm} : 20\,000 = 25 \text{ cm}$.
- ▶ Ist das Modell eines 4,8 m langen Autos 4 cm lang, dann berechnest du den Maßstab so: $4,8 \text{ m} : 4 \text{ cm} = 480 \text{ cm} : 4 \text{ cm} = 120$.
Der Maßstab ist 1 : 120.

1 Welcher wirklichen Länge entspricht 1 cm auf einem Plan?

- | | |
|----------------------------|--------------------------------|
| a) beim Maßstab 1 : 100 | b) beim Maßstab 1 : 100 000 |
| c) beim Maßstab 1 : 15 000 | d) beim Maßstab 1 : 20 000 000 |

2 Berechne die Länge in Wirklichkeit aus der Länge im Plan.

- | | |
|-------------------------------|----------------------------------|
| a) 5 cm; Maßstab 1 : 20 000 | b) 4 cm; Maßstab 1 : 250 000 |
| c) 3,5 cm; Maßstab 1 : 50 000 | d) 25 mm; Maßstab 1 : 40 000 000 |

3 Berechne die Länge im Plan aus der Länge in Wirklichkeit.

- | | |
|-------------------------------|-------------------------------|
| a) 1 km; Maßstab 1 : 20 000 | b) 45 km; Maßstab 1 : 250 000 |
| c) 3,5 km; Maßstab 1 : 50 000 | d) 1,2 m; Maßstab 1 : 50 |

4 Berechne den Maßstab.

- a) 5 km sind im Plan 5 cm. b) 400 m sind im Plan 8 cm.
c) 3 500 km sind im Plan 7 cm. d) 5,6 m sind im Modell 35 mm.

5 Ordne den Karten den richtigen Maßstab zu.

Autokarte, Europakarte, Stadtplan, Wanderkarte, Weltkarte, Wohnungsplan

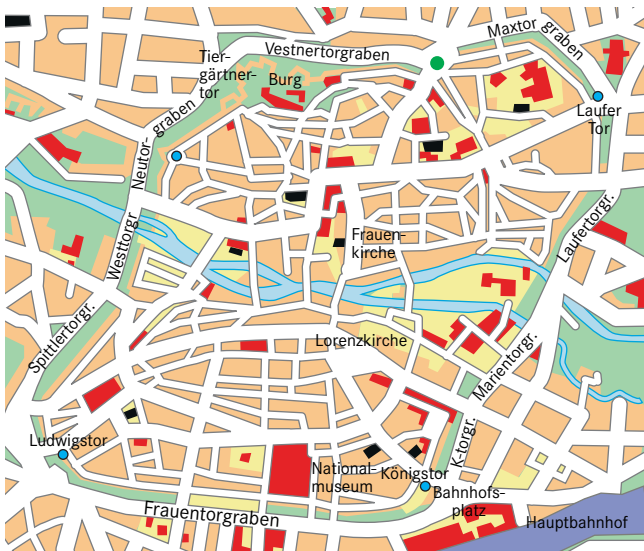
1 : 250 000; 1 : 40 000 000; 1 : 15 000; 1 : 100; 1 : 15 000 000; 1 : 50 000

6 Im „Legoland“ sind berühmte Gebäude im Maßstab 1 : 20 nachgebaut.

- a) Wie hoch ist dort der Eiffelturm?
b) Wie lang wäre dort die Golden Gate Bridge?
c) Wie hoch wäre dort das höchste Hochhaus der Erde?

7 Die Nürnberger Altstadt im Maßstab 1 : 20 000

- a) Wie weit ist das Laufer Tor vom Ludwigstor entfernt?
b) Wie weit ist es vom Laufer Tor über den Bahnhofsplatz zum Ludwigstor?
c) Wie lang braucht man für einen Spaziergang um die Nürnberger Altstadt, wenn man in der Minute 100 m zurücklegt?
d) Wie schnell läuft ein Fußgänger, wenn er die Altstadt entlang dem Fluss Pegnitz in 20 Minuten durchquert?



1.4 Sammeln und Darstellen von Daten

DAS MUSST DU WISSEN

Strichlisten, Tabellen, Diagramme

Gesammelte Daten können durch **Strichlisten**, **Tabellen** und verschiedene **Diagramme** dargestellt werden.

Beispiel: Von den Schülerinnen und Schülern der Klasse 5b kommen vier zu Fuß, sieben fahren mit dem Rad, vier nehmen den Bus, neun werden mit dem Auto gebracht und zwei fahren mit der Straßenbahn.

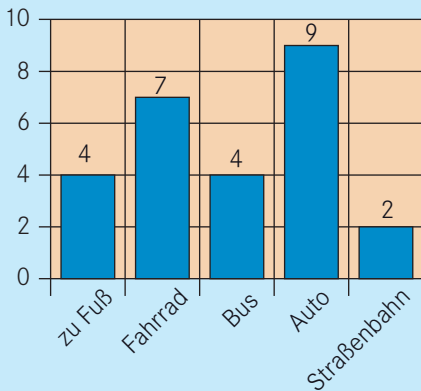
Verkehrsmittel Strichliste

| | |
|-------------|--|
| zu Fuß | |
| Fahrrad | |
| Bus | |
| Auto | |
| Straßenbahn | |

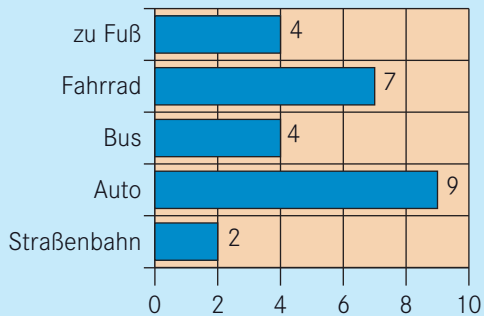
Figurendiagramm (Piktogramm)

| | |
|-------------|---------------------|
| zu Fuß | 👤 👤 👤 👤 |
| Fahrrad | 👤 👤 👤 👤 👤 👤 👤 👤 |
| Bus | 👤 👤 👤 👤 |
| Auto | 👤 👤 👤 👤 👤 👤 👤 👤 👤 👤 |
| Straßenbahn | 👤 👤 |

Säulendiagramm



Balkendiagramm

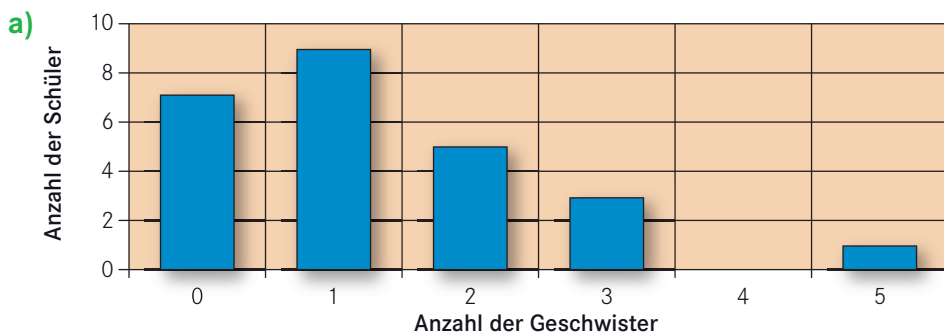


Ersetzt man die Rechtecke durch Striche, erhält man ein **Strichdiagramm**.

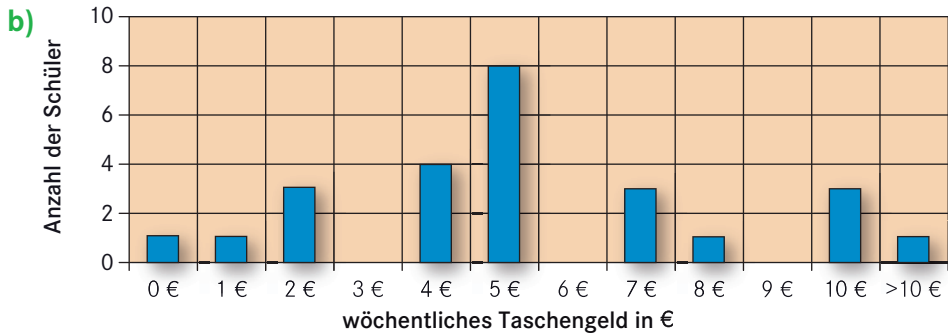
1 Größen und Daten

- 1 **Sammle die Daten in einer Tabelle und erstelle ein Diagramm deiner Wahl.**
 - a) Die Farbe von 50 Autos auf der Straße.
 - b) Die Seitenzahl deiner Schulbücher.
 - c) Die Zahl der Tore bei den nächsten Spielen in der Fußball-Bundesliga.
- 2 **Welche Vor- und Nachteile haben die verschiedenen Diagrammarten?**
- 3 **Erstelle eine Tabelle und ein Balkendiagramm.**
 - a) In der Klasse 5a sind drei Schüler 9 Jahre, 12 Schüler 10 Jahre, 8 Schüler 11 Jahre und zwei Schüler 12 Jahre alt.
 - b) In der Klasse 5c haben 7 Schüler ein Meerschweinchen, 5 einen Hund, vier eine Katze und drei einen Vogel als Haustier.
 - c) In der Klasse 5d spielen 24 Schülerinnen und Schüler Fußball, 8 Tennis, 7 Tischtennis, 5 Handball und vier sind im Schwimmverein.
Hat die 5d wirklich 48 Schüler?
- 4 **Suche die Daten und stelle sie in Tabellen und Diagrammen dar.**
 - a) Einwohnerzahlen der fünf Kontinente
 - b) Flächengröße der fünf Kontinente

Welche Probleme treten bei der Darstellung in diesen Diagrammen auf?
- 5 **Erstelle zu dem Diagramm eine Tabelle und mache Aussagen dazu.**



1.5 Daten aus Zufallsexperimenten



1.5 Daten aus Zufallsexperimenten

DAS MUSST DU WISSEN

Das Zufallsexperiment

Ein Würfel wird 30-mal geworfen und die Augenzahl wird jeweils notiert.

| Augenzahl | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|-----------|---|---|---|---|---|---|
| Anzahl | 3 | 6 | 7 | 4 | 5 | 5 |

Da die Ergebnisse hier vom Zufall abhängen, spricht man von einem **Zufallsexperiment**.

1 Münze und Reißnagel

- Wirf eine Münze 50-mal und gib die Ergebnisse an.
- Wirf einen Reißnagel 50-mal und gib die Ergebnisse an.
(Kopf unten = K; Spitze unten = S)
- Vergleiche die Ergebnisse und gib Erklärungen.



1 Größen und Daten

2 Verschiedene „Würfel“

- a) Beschreibe die Spielwürfel.
- b) Welche Ergebnisse treten bei den abgebildeten Spielwürfeln auf?
- c) Jeder „Würfel“ wird 120-mal geworfen. Erstelle eine Tabelle mit möglichen Ergebnissen. Erkläre, wie du vorgehst.



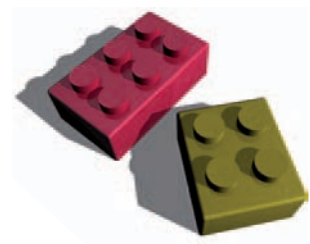
3 Merkwürdige Ergebnisse

| Augenzahl | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|-----------|----|----|----|----|----|----|
| Würfel 1 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 | 10 |
| Würfel 2 | 0 | 4 | 5 | 6 | 5 | 40 |
| Würfel 3 | 21 | 17 | 22 | 0 | 0 | 0 |

- a) Wie oft wurde jeweils gewürfelt?
- b) Stelle die Ergebnisse in Diagrammen dar.
- c) Finde Erklärungen für diese Ergebnisse.

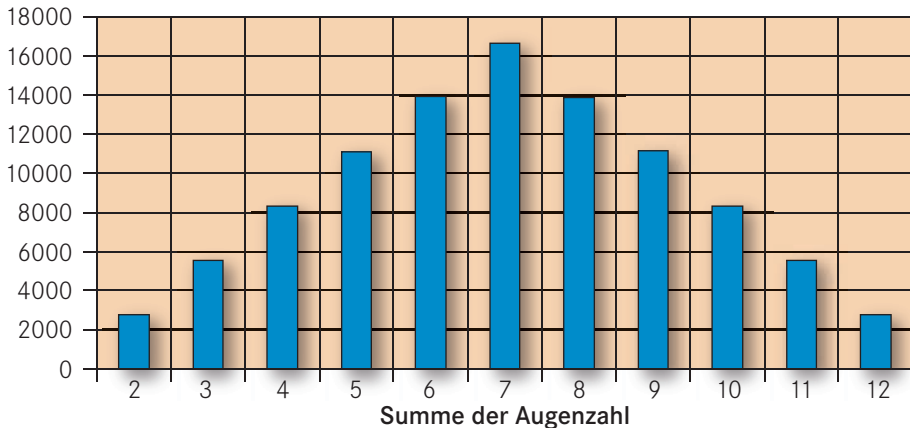
4 Bausteine

- a) Welche Ergebnisse können beim Werfen eines Bausteins mit 4 Noppen bzw. 6 Noppen auftreten?
- b) Wirf einen Baustein mit 4 Noppen 30-mal. Notiere die Ergebnisse in einer Tabelle. Zeichne ein Diagramm dazu.
- c) Wirf einen Baustein mit 6 Noppen 30-mal. Notiere die Ergebnisse in einer Tabelle und zeichne ein Diagramm dazu.



5 Augensummen

- a) Zwei Würfel wurden 100 000-mal gemeinsam geworfen. Die Summe der Augenzahlen wurde notiert und in dem Diagramm dargestellt. Erstelle hierzu eine Tabelle. Worauf musst du dabei achten?
- b) Finde eine Erklärung für diese Ergebnisse.



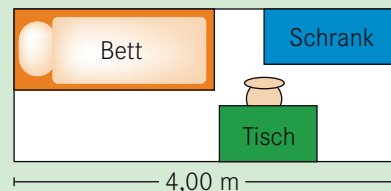
Test

1 Größen umwandeln, schätzen und runden

- a) Wandle 1 t 57 kg in Tonnen um und runde sinnvoll. | 2 |
- b) Schätze, wie viele von 6 000 Kindern im April Geburtstag haben. Erkläre, wie du vorgehst. | 3 |

2 Mit maßstäblichen Darstellungen umgehen

- a) Welchen Maßstab hat der Plan? | 2 |
- b) Wie groß müsste eine 80 cm breite Tür eingezeichnet werden? | 1 |



1 TEST Größen und Daten

3 Umrechnungen zum Maßstab ausführen

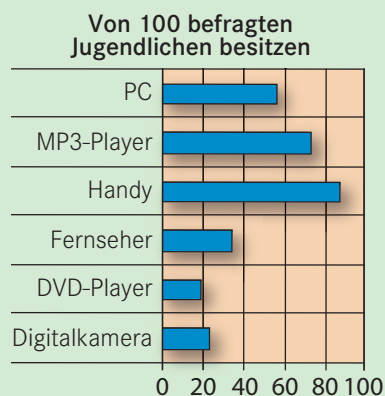
- a) Wie groß ist ein Modell im Maßstab 1 : 16 eines 4,56 m langen Autos? | 2 |
- b) Eine Wanderstrecke von 13,5 km ist in einer Wanderkarte 27 cm lang. Welchen Maßstab hat die Karte? | 3 |

4 Daten sammeln und in Tabellen und Diagrammen aufbereiten

- a) Miss die Länge deiner Stifte, trage sie in eine Tabelle ein und erstelle ein Diagramm. | 6 |
- b) Begründe deine Wahl für die Art des Diagramms. | 2 |

5 Informationen aus Diagrammen entnehmen und damit argumentieren

- a) Wie viele der befragten Jugendlichen besitzen einen Fernseher bzw. einen DVD-Player? | 2 |
- b) Welche Auswirkungen auf die Befragung hat die Tatsache, dass in vielen Handys auch ein MP3-Player integriert ist? | 2 |
- c) Begründe unter Verwendung des Diagramms, warum die Zahl der DVD-Player nicht wesentlich größer ist. | 4 |



| 29 |

Wie viele Punkte hast du? Erreichst du mehr als 23 Punkte, beherrschst du den Inhalt des Kapitels wirklich gut. Erreichst du weniger als 13 Punkte, dann solltest du dieses Kapitel wiederholen.

5 Geometrische Grundformen

Das musst du am Ende der Klasse 5 können:

- ▷ Körper, Flächen und Linien benennen und beschreiben
- ▷ Geometrische Grundbegriffe und Schreibweisen anwenden
- ▷ Mit dem Geodreieck Parallele, Senkrechte und Winkel zeichnen
- ▷ Im Koordinatensystem Zeichnungen erstellen und Werte entnehmen
- ▷ Winkel benennen, unterscheiden und messen

5.1 Körper

DAS MUSST DU WISSEN

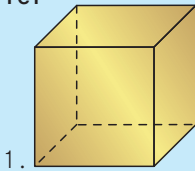
Geometrische Körper

Regelmäßig geformte Gegenstände nennt man in der Mathematik **geometrische Körper**. Die wichtigsten Körper nennen wir **Grundkörper**.

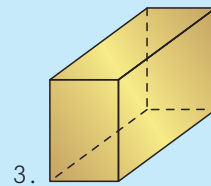
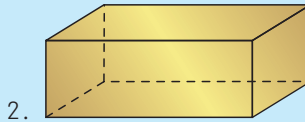
DAS MUSST DU WISSEN

Grundkörper

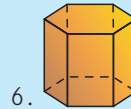
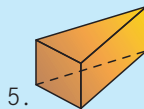
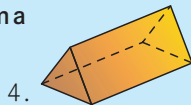
Würfel



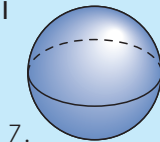
Quader



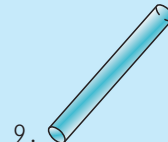
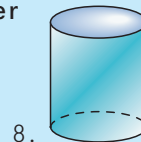
Prisma



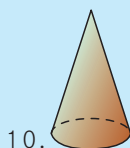
Kugel



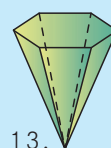
Zylinder



Kegel



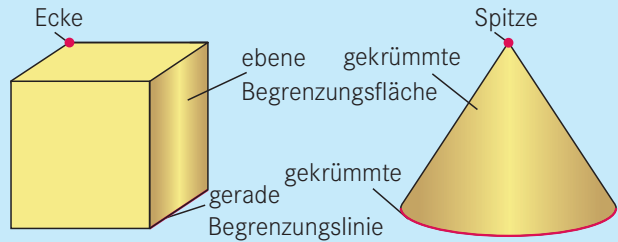
Pyramide



Körper werden von **Flächen** begrenzt. Es gibt **ebene** und **gekrümmte Begrenzungsflächen**. Wo zwei Flächen zusammen-

treffen, entsteht eine **Begrenzungslinie (Kante)**. Es gibt **gerade** und **gekrümmte Begrenzungslinien**.

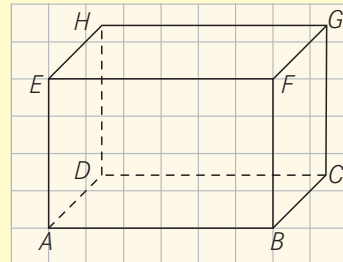
Treffen sich zwei Kanten, entsteht eine **Ecke**. Bei gekrümmten Begrenzungsflächen kann eine **Spitze** entstehen (z. B. beim Kegel).



TIPPS UND INFOS

So zeichnest du ein Schrägbild

Bei einem **Schrägbild** werden die waagerechten und senkrechten Kanten des Körpers in richtiger Größe gezeichnet, die senkrecht nach hinten verlaufenden Kanten meist längs Kästchendiagonalen und so verkürzt, dass 1 cm im Schrägbild die Länge einer Kästchendiagonalen hat.



1 Die Grundkörper

Gib in einer Tabelle für die Grundkörper aus der Abbildung auf Seite 61 jeweils die Anzahl der Ecken, Flächen und Kanten sowie die Art der Flächen und Kanten an. (Spitzen werden als Ecken gezählt)

2 Schrägbilder

- Zeichne ein Schrägbild eines Würfels der Kantenlänge 4 cm.
- Zeichne ein Schrägbild eines Quaders, der 5 cm lang, 3 cm breit und 4 cm hoch ist.

5.2 Flächen

DAS MUSST DU WISSEN

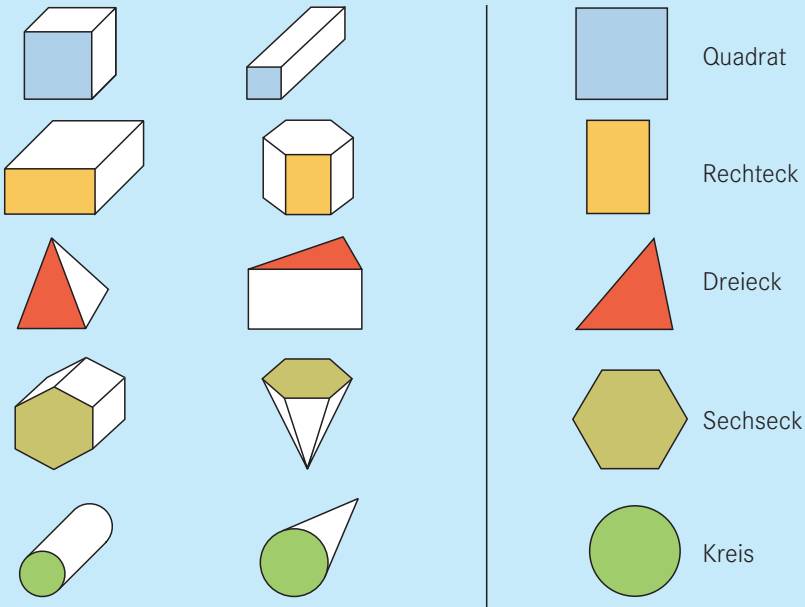
Begrenzungsflächen der Körper

Als Begrenzungsflächen der Körper treten **ebene Flächen** und **gekrümmte Flächen** auf.

DAS MUSST DU WISSEN

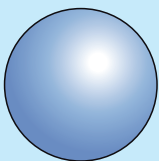
Flächen unterscheiden

Ebene Begrenzungsflächen:

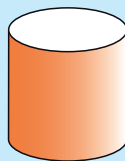


Diese **gekrümmten Begrenzungsflächen** treten bei Grundkörpern auf:

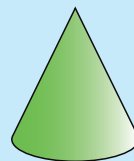
Die Kugeloberfläche:



Die Mantelfläche
des Zylinders:



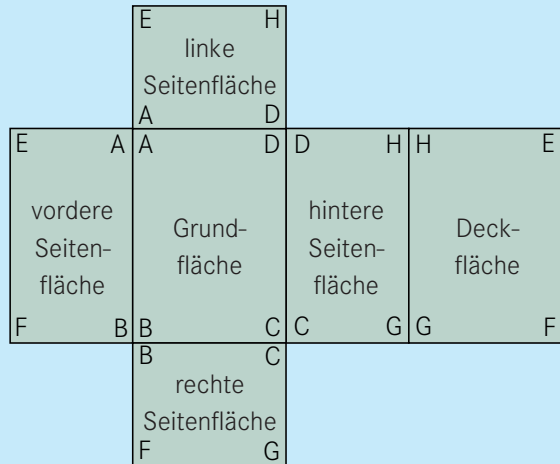
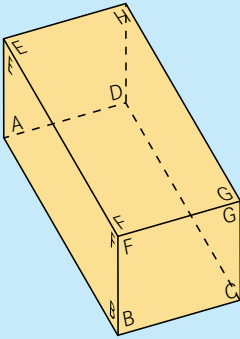
Die Mantelfläche
des Kegels:



DAS MUSST DU WISSEN

Das Netz eines Quaders

Das **Netz** eines Körpers erhält man, wenn man seine Begrenzungsflächen in eine Ebene umklappt.



Das **Netz eines Quaders** besteht aus sechs Rechtecken, von denen je zwei gleich sind. Netze des gleichen Körpers können verschieden aussehen.

1 Wie heißen die Begrenzungsflächen der Grundkörper?

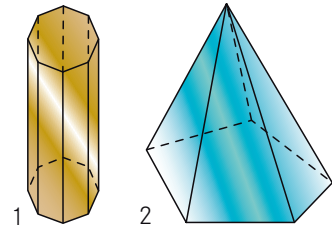
Gib in einer Tabelle für die Grundkörper aus der Abbildung auf Seite 61 jeweils an, welche Begrenzungsflächen sie besitzen.

2 Fragen zu den Grundkörpern und ihren Begrenzungsflächen

- Welcher Grundkörper hat nur Quadrate als Begrenzungsflächen?
- Welche Grundkörper haben Kreise als Begrenzungsflächen?
- Welche Grundkörper haben Dreiecke als Begrenzungsflächen?
- Welche Grundkörper haben gekrümmte Begrenzungsflächen?
- Welche Grundkörper haben fünf Begrenzungsflächen?
- Welche Grundkörper haben nur ebene Begrenzungsflächen?

3 Zwei ausgewählte Grundkörper

- Wie heißen diese Körper?
- Wie viele Ecken, Kanten und Begrenzungsflächen hat jeder Körper?
- Wie heißen die Begrenzungsflächen?

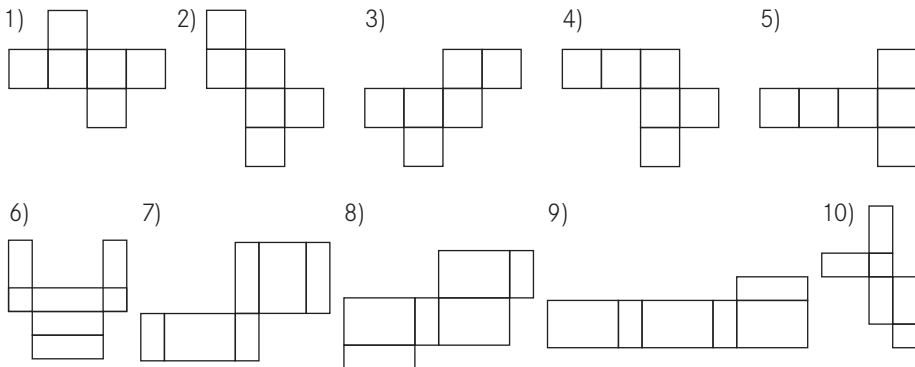


4 Richtig oder falsch?

- Jedes Rechteck ist ein Quadrat.
- Bei einem Prisma sind zwei Flächen gleiche n -Ecke.
- Eine Pyramide hat vier Dreiecke als Begrenzungsflächen.
- Die gekrümmte Fläche eines Zylinders lässt sich in ein Rechteck abwickeln.
- Ein Körper, der nur Dreiecke als Begrenzungsflächen hat, ist eine Pyramide.

5 Netze von Würfel und Quader

- Welche Abbildung ist kein Würfelnetz bzw. Quadernetz?



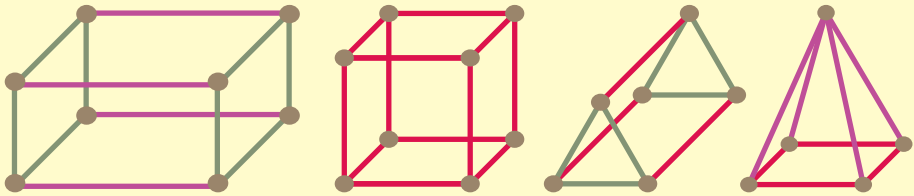
- Zeichne zwei verschiedene Netze eines Würfels der Kantenlänge 3 cm.
- Zeichne zwei verschiedene Netze eines Quaders, der 4 cm lang, 3 cm breit und 2 cm hoch ist.

5.3 Kanten und Linien, senkrecht und parallel

TIPPS UND INFOS

Kantenmodelle

Bei Körpern mit geraden Begrenzungslinien verwendet man oft Kantenmodelle:



Bei den Grundkörpern treten als Begrenzungslinien außer **Kanten** auch **Kreislinien** auf. Bei den Grundformen der ebenen Flächen treten ferner **Dreiecks-**, **Vierecks-** und **Vieleckslinien** als Begrenzungslinien auf.

DAS MUSST DU WISSEN

Senkrecht und parallel bei Körpern

Bei Körpern mit ebenen Begrenzungsflächen und geraden Begrenzungslinien treten Flächen und Linien auf, die **zueinander senkrecht** (\perp) bzw. **zueinander parallel** (\parallel) sind.

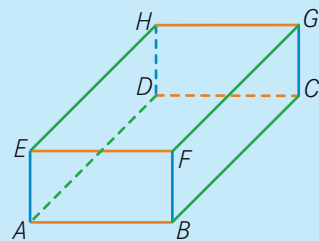
Beispiel:

An der Ecke A sind zueinander senkrecht:

- die Flächen $ABCD$, $ABFE$ und $AEHD$
- die Kanten \overline{AB} , \overline{AD} und \overline{AE} ¹

Zueinander parallel sind:

- die Flächen $ABCD$ und $EFGH$ bzw. die Flächen $ABFE$ und $DCGH$
- die Kanten \overline{AB} , \overline{DC} , \overline{HG} und \overline{EF} bzw. \overline{AE} , \overline{BF} , \overline{CG} und \overline{DH} bzw. \overline{AD} , \overline{BC} , \overline{FG} und \overline{EH}



¹ In manchen Büchern findet man andere Schreibweisen (s. S. 112).

1 Zueinander senkrecht, zueinander parallel.

- a) Welche Kanten sind zur Kante \overline{DH} senkrecht?
- b) Welche Flächen sind zu $CGHD$ senkrecht?
- c) Welche Kanten sind zur Kante \overline{HG} parallel?
- d) Welche Flächen sind zu $CGHD$ parallel?

DAS MUSST DU WISSEN

Linien in der Ebene

- Die gerade Verbindungslinie zweier Punkte heißt **Strecke**.

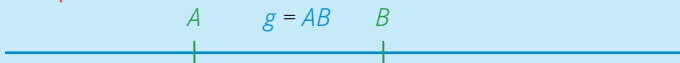
Beispiel: $A \quad a = \overline{AB} \quad B$



Für die Streckenlänge schreibt man: $\overline{AB} = 4 \text{ cm}$.

- Eine unendlich lange gerade Linie ohne Anfangs- und Endpunkt heißt **Gerade**.

Beispiel:

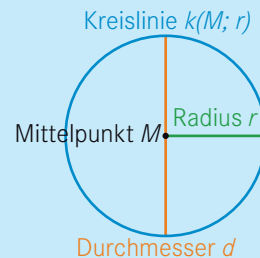


- Eine unendlich lange gerade Linie mit einem Anfangspunkt und ohne Endpunkt heißt **Halbgerade**.

Beispiel:



- Alle Punkte der Zeichenebene, die von einem Punkt M dieselbe Entfernung r haben, bilden die **Kreislinie** k um den **Mittelpunkt** M mit dem **Radius** r .

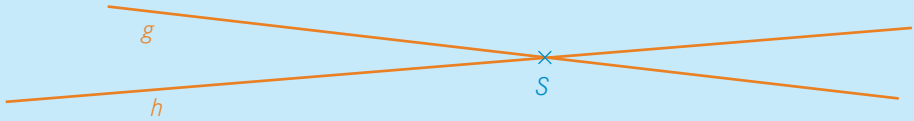


- Die Kennzeichnung, ob ein Punkt auf einer Linie liegt, erfolgt mit den Zeichen \in oder \notin .

Beispiel: $B \in AB$; $M \notin k(M; r)$

- Überkreuzen sich zwei Linien, so haben sie einen gemeinsamen Punkt, den man **Schnittpunkt** nennt.

Beispiel: $g \cap h = \{S\}$

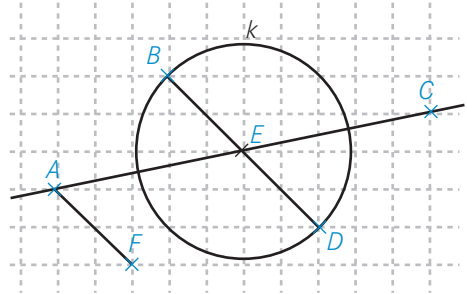


- 2 Übertrage in dein Heft und setze das richtige Zeichen (\in , \notin) ein.

- a) E AC b) E k
 c) C \overline{AE} d) B k

- 3 Übertrage in dein Heft und ergänze.

- a) $AC \cap \overline{BD} =$
 b) $k \cap$ $= \{B; D\}$
 c) $\overline{AF} \cap EC =$
 d) $\overline{ED} \cap \overline{AE} =$

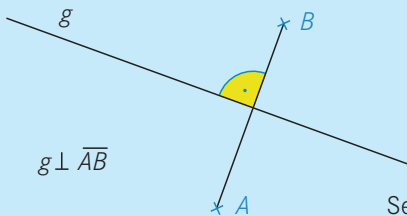


DAS MUSST DU WISSEN

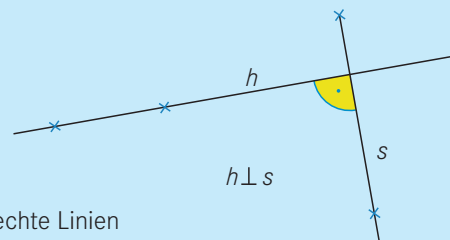
Senkrecht und parallel bei Linien

Strecken, Geraden und Halbgeraden können auch zueinander senkrecht (\perp) oder parallel (\parallel) sein.

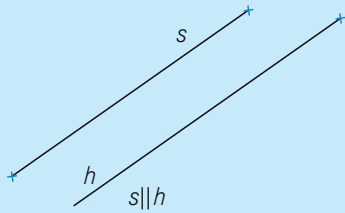
Beispiele:



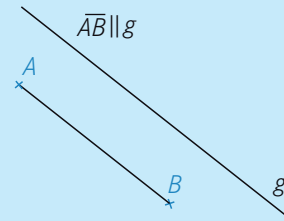
Senkrechte Linien



5.3 Kanten und Linien, senkrecht und parallel



Parallele Linien

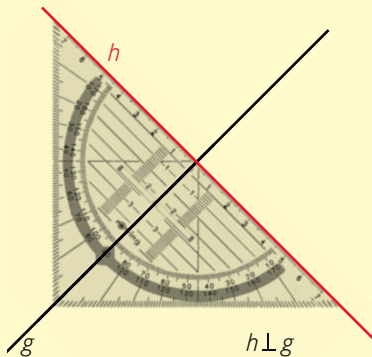


Eine Gerade, die zu einer anderen geraden Linie senkrecht ist, nennt man **Lotgerade** oder kurz **Lot** bzw. **Senkrechte**. Ist eine Gerade zu einer anderen geraden Linie parallel, nennt man sie **Parallele**.

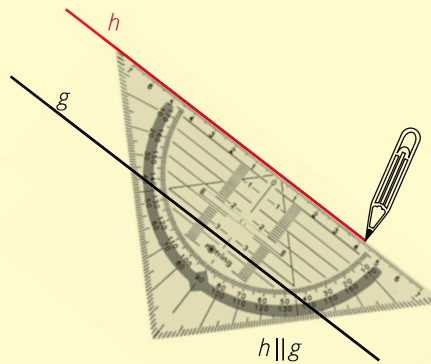
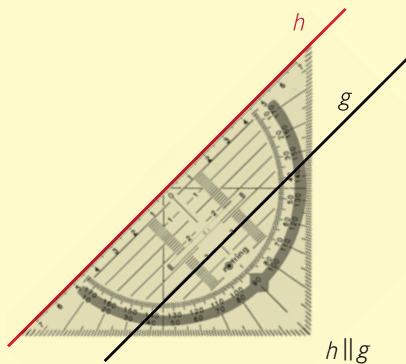
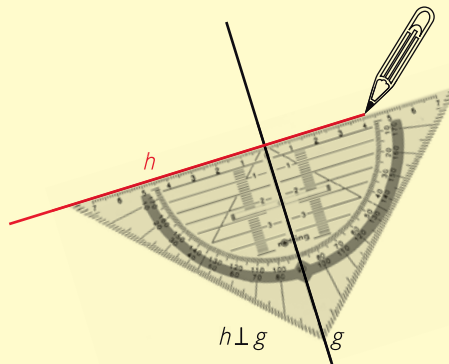
TIPPS UND INFOS

Geodreieck richtig nutzen

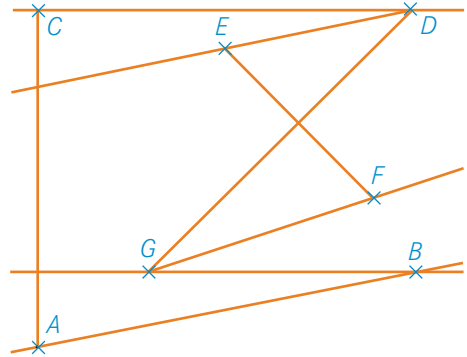
Beim Überprüfen:



Beim Zeichnen:



- 4 Überprüfe, welche Linien zueinander senkrecht bzw. parallel sind.



- 5 Zeichne in dein Heft.

- a) Zwei zueinander senkrechte Strecken.
- b) Zwei zueinander senkrechte Geraden.
- c) Zwei zueinander parallele Strecken.
- d) Zwei zueinander parallele Geraden.

5.4 Arbeiten im Koordinatensystem

DAS MUSST DU WISSEN

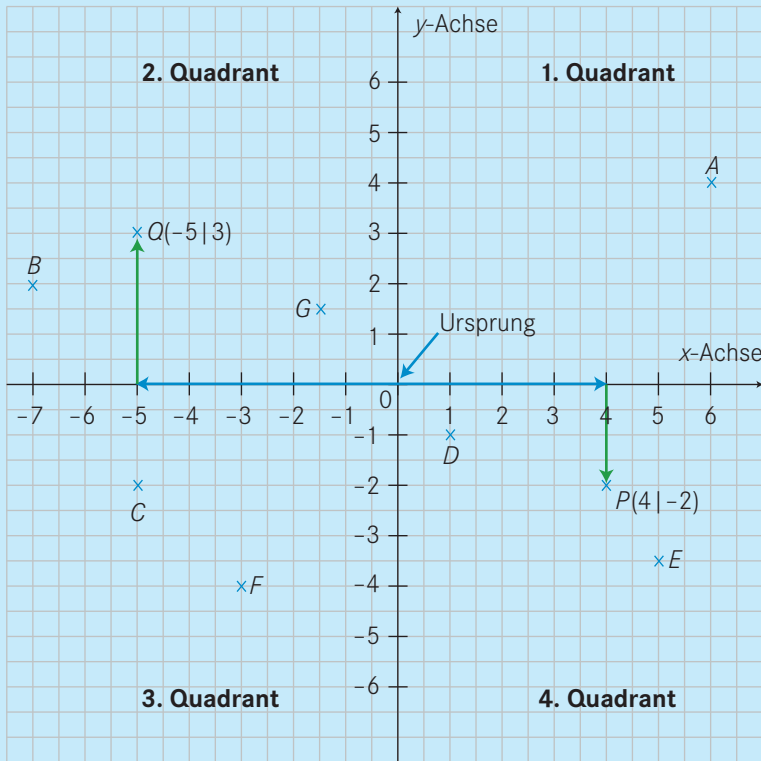
Arbeiten mit Koordinaten

Zwei zueinander senkrechte Zahlengeraden, die sich an ihren Nullpunkten schneiden, bilden ein **Koordinatensystem**. Ihr Schnittpunkt O heißt **Ursprung**. Die waagerechte Zahlengerade heißt **x-Achse**, die vertikale Zahlengerade heißt **y-Achse**. Die Achsen unterteilen die Zeichenebene in vier **Quadranten**, die entgegen dem Uhrzeigersinn gezählt werden.

Jeder Punkt kann eindeutig mit seinen **Koordinaten** angegeben werden, wobei zuerst die **x-Koordinate** und dann die **y-Koordinate** notiert wird.

Beispiel: $P(4 \mid -2)$, $Q(-5 \mid 3)$

5.4 Arbeiten im Koordinatensystem



- 1 Gib die Koordinaten der anderen Punkte A bis G an.
- 2 Zeichne ein Koordinatensystem, bei dem eine Längeneinheit 1 cm entspricht und die beiden Achsen jeweils 10 LE lang sind.
Trage folgende Punkte ein: $A(2|1)$; $B(8|1)$; $C(2|3)$; $D(7|4)$; $E(0|5)$; $F(3|5)$; $G(6|7)$; $H(8|8)$; $I(4|9)$; $K(8|9)$.
 - a) Welche Punkte sind Eckpunkte des Quadrats? Welche Punkte sind Eckpunkte eines Rechtecks? Zeichne dann das Rechteck und das Quadrat ein.
 - b) Verbinde die drei restlichen Punkte geradlinig miteinander.
 - c) Bestimme die Umfänge von Quadrat, Rechteck und Dreieck.

- 3** Zeichne folgende Punkte in ein Koordinatensystem ein, wobei eine Längeneinheit 1 cm entspricht.

$P(16 | 8)$; $Q(13 | 11)$; $R(9 | 12)$; $S(1 | 8)$; $T(1 | 5)$; $U(4 | 2)$; $V(7 | 2)$; $W(16 | 5)$.

- a) Zeichne die Strecke $s = \overline{SV}$, die Gerade $h = UP$, die Gerade $g = WR$ und die Strecke $a = \overline{TQ}$.
- b) Es entstehen die folgenden Schnittpunkte: $s \cap h = \{A\}$, $g \cap h = \{B\}$, $g \cap a = \{C\}$ und $s \cap a = \{D\}$. Gib die Koordinaten der Punkte A , B , C und D an.
- c) Bestimme den Umfang des Vierecks $ABCD$.
- d) Gib an, welche Linien zueinander parallel sind.
- e) Zeichne die Lotgerade zu \overline{SV} durch R und die Lotgerade zu RW durch U .
- f) Gib an, welche Linien zu RD senkrecht sind und welche Linien zu UQ senkrecht sind.

- 4** Zeichne ein Koordinatensystem wie auf Seite 71 und trage dann die folgenden Punkte ein.

$A(-5 | -5)$; $B(1 | -2)$; $C(4 | 1)$; $E(4 | 4)$; $G(-8 | 1)$; $H(-2 | -5)$

- a) Zeichne AB , \overline{GH} , die Parallele p zu AB durch E und die Parallele q zu \overline{GH} durch C . Gib die Koordinaten der vier Schnittpunkte an.
- b) Gib die Koordinaten des Schnittpunkts D der y -Achse mit q an.
- c) Zeichne das Lot l von G auf die x -Achse und gib die Koordinaten des Schnittpunkts F von l mit p an.

5.5 Winkel

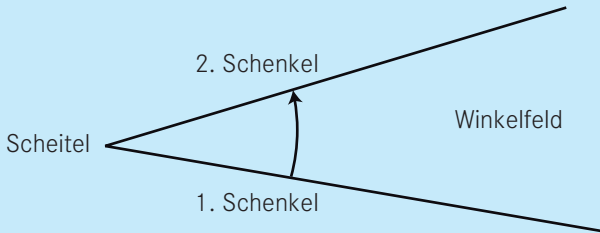
DAS MUSST DU WISSEN

Schenkel, Scheitel, Winkelfeld

Zwei Halbgeraden mit gemeinsamem Anfangspunkt bilden einen **Winkel**. Die Halbgeraden heißen **1. Schenkel** und **2. Schenkel**, der gemeinsame Anfangspunkt heißt **Scheitel**. Den Bereich zwischen den Schenkeln nennt man **Winkelfeld**.

DAS MUSST DU WISSEN

Aufbau eines Winkels

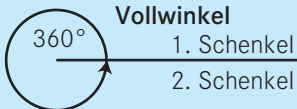


Winkel werden mit kleinen griechischen Buchstaben bezeichnet:
 α Alpha β Beta γ Gamma δ Delta ε Epsilon φ Phi ω Omega
 In der Mathematik werden Winkel (sofern nicht anders angegeben) gegen den Uhrzeigersinn gezeichnet und gemessen.

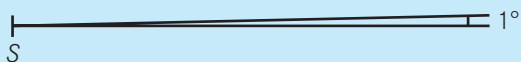
DAS MUSST DU WISSEN

Winkelmessung

Die Einheit der Winkel ist **Grad**. 1 Grad (1°) ist der 360. Teil des Vollwinkels, bei dem der 2. Schenkel auf dem ersten Schenkel zu liegen kommt.

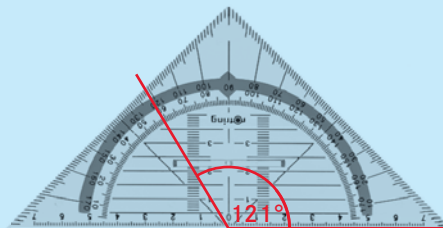
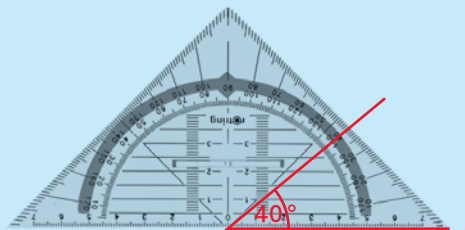


Einheitswinkel



Zur Winkelmessung verwenden wir den Winkelmesser des Geodreiecks.

Das Geodreieck wird so angelegt, dass die Linealkante längs des 1. Schenkels verläuft und die Null auf dem Scheitel des Winkels liegt. Auf der äußeren Skala wird dann gemessen.

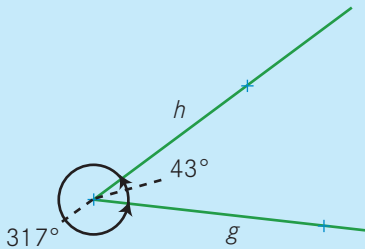


DAS MUSST DU WISSEN

Bezeichnungen für Winkel

Man kann Winkel statt mit griechischen Buchstaben auch auf folgende Arten bezeichnen:

- durch zwei Halbgeraden, die Schenkel.

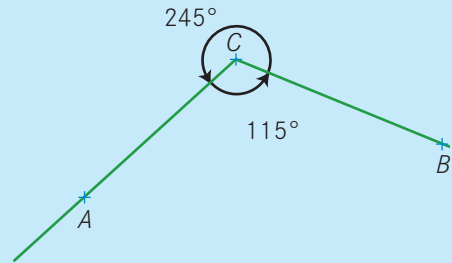


$$\sphericalangle(g, h) = 43^\circ, \sphericalangle(h, g) = 317^\circ$$

Beachte die Reihenfolge:

- 1. Schenkel, 2. Schenkel

- durch drei Punkte.



$$\sphericalangle ACB = 115^\circ, \sphericalangle BCA = 245^\circ$$

Beachte die Reihenfolge:

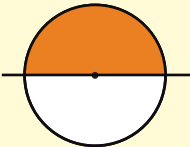
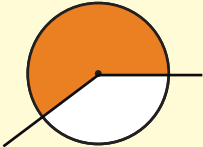
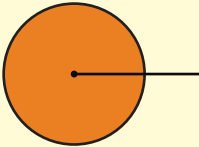
- Punkt auf dem 1. Schenkel, Scheitel, Punkt auf dem 2. Schenkel

DAS MUSST DU WISSEN

Winkelarten

Man unterscheidet Winkel nach ihren Größen:

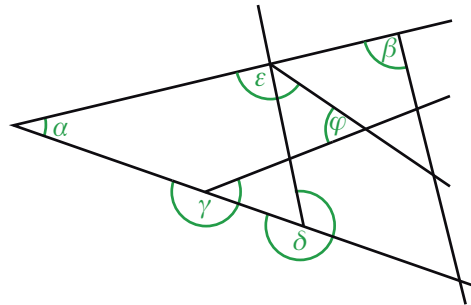
| Nullwinkel $\alpha = 0^\circ$ | Spitzer Winkel $0^\circ < \beta < 90^\circ$ | Rechter Winkel $\gamma = 90^\circ$ | Stumpfer Winkel $90^\circ < \delta < 180^\circ$ |
|----------------------------------|--|---------------------------------------|--|
| | | | |

| Gestreckter Winkel | Überstumpfer Winkel | Vollwinkel |
|---|---|--|
| $\varepsilon = 180^\circ$ | $180^\circ < \varphi < 360^\circ$ | $\omega = 360^\circ$ |
|  |  |  |

1 Schätze die Winkel in der Zeichnung zuerst, gib dann die Winkelart an und miss die Winkel.

2 Zeichne den Winkel und gib die Winkelart an.

- a) 60° b) 135°
- c) 20° d) 99°
- e) 275° f) 210°



3 Winkel im Dreieck und Viereck

- a) Zeichne ein Dreieck ABC und miss die Winkel $\sphericalangle BAC$, $\sphericalangle CBA$ und $\sphericalangle ACB$.
- b) Zeichne ein Viereck $ABCD$ und miss die Winkel $\sphericalangle BAD$, $\sphericalangle CBA$, $\sphericalangle DCB$ und $\sphericalangle ADC$.

4 Geradenkreuzung

- a) Zeichne zwei sich schneidende Geraden und miss die Winkel.
- b) Was fällt dir auf?
- c) Überprüfe dies an zwei anderen sich schneidenden Geraden.

- 5** Bestimme die Größe des Winkels, den der große Uhrzeiger als 1. Schenkel mit dem kleinen Uhrzeiger als 2. Schenkel einschließt.

a) um 10 Uhr

b) um 8 Uhr

c) um 5 Uhr

d) um 2 Uhr

e) um 3:30 Uhr

f) um 8:30 Uhr

6 Gestreckter Winkel

Die drei Winkel α , β und γ ergeben zusammen einen gestreckten Winkel. Ergänze die Tabelle.

| | α | β | γ |
|----|------------------|------------------|------------|
| a) | 27° | | 71° |
| b) | | 90° | 35° |
| c) | 100° | $\beta = \gamma$ | |
| d) | $\alpha = \beta$ | $\beta = \gamma$ | |

7 Vollwinkel

Die drei Winkel α , β und γ ergeben zusammen einen Vollwinkel. Ergänze die Tabelle.

| | α | β | γ |
|----|------------------|------------------|-------------|
| a) | 137° | 97° | |
| b) | 180° | | 37° |
| c) | $\alpha = \beta$ | | 210° |
| d) | $\alpha = \beta$ | $\beta = \gamma$ | |

Test

1 Körper, Flächen und Linien

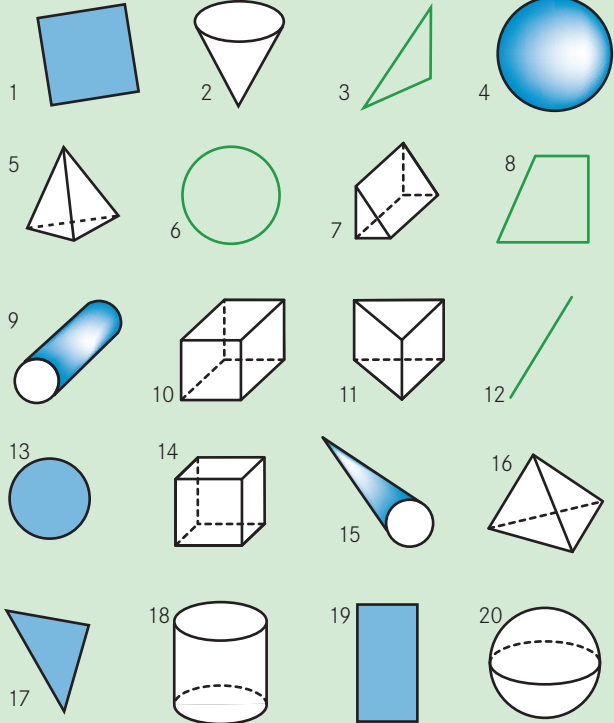
- a) Wie heißen die Körper (Schrägbild), Flächen (blau) und Linien (grün)? | 5 |

- b) Welche Körper haben zueinander parallele bzw. zueinander senkrechte Flächen? | 5 |

- c) Welche Körper haben zueinander parallele bzw. zueinander senkrechte Kanten? | 5 |

- d) Welche Flächen sind nicht eben? | 3 |

- e) Welche Körper haben ein Netz aus vier (fünf) Flächen? | 2 |



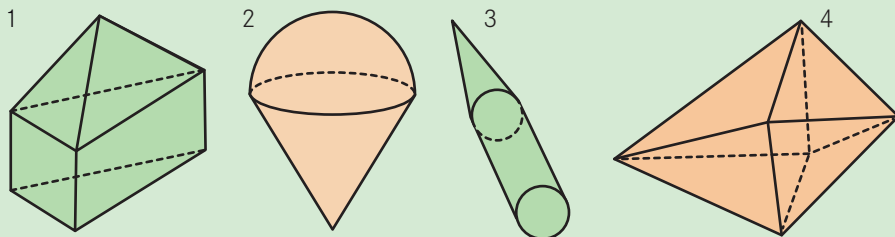
2 Netz und Schrägbild

- a) Zeichne ein Netz eines Quaders, der 3 cm lang, 2 cm breit und 4 cm hoch ist. | 5 |

- b) Zeichne ein Schrägbild eines Quaders, der 3,5 cm lang, 2 cm breit und 2,5 cm hoch ist. | 5 |

3 Zusammengesetzte Körper

- a) Gib jeweils an, aus welchen Grundkörpern sie zusammengesetzt sind. | 4 |
- b) Wie viele Ecken hat jeder Körper? | 4 |
- c) Wie viele Begrenzungslinien hat jeder Körper? | 4 |
- d) Wie viele Begrenzungsflächen hat jeder Körper und wie heißen die Begrenzungsflächen? | 4 |



4 Arbeiten im Koordinatensystem

- a) Zeichne folgende Punkte in ein Koordinatensystem ein:
 $A(5|5)$, $B(-3|5)$, $C(-3|1)$, $D(5|1)$, $Z(1|-3)$. | 3 |
- b) Zeichne AC und BD ein und gib die Koordinaten ihres Schnittpunktes S an. | 2 |
- c) Zeichne die Lotgerade g auf AC durch Z und die Lotgerade h auf BD durch Z . | 2 |
- d) Zeichne die Parallele p zu AC durch D und die Parallele q zu BD durch C . | 2 |
- e) Trage die Winkel $\sphericalangle CAZ = \alpha$, $\sphericalangle ASB = \beta$, $\sphericalangle BZA = \gamma$ und $\sphericalangle CBA = \delta$ ein und miss sie. | 4 |
- f) Was kann über das Viereck $ABCD$ ausgesagt werden? | 2 |
- g) Zeichne die Kreislinie um $M(1|0)$ mit Radius $r = 3$ cm. | 2 |
- h) Welche Punkte liegen auf $k(M; r)$? | 3 |

||66||

Wie viele Punkte hast du? Erreichst du mehr als 50 Punkte, beherrschst du den Inhalt des Kapitels wirklich gut. Erreichst du weniger als 32 Punkte, dann solltest du dieses Kapitel wiederholen.