Serge Zacher

# Verbotene Mathematik

**Für Jugendliche unter 18 Jahren nicht geeignet**

ZACHER

# Vorwort des Verlegers

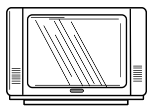
In der Buchserie *Science-non-fiction* sind neue wissenschaftliche Ideen und Konzepte veröffentlicht, die an fantastischen, weit von der Realität entfernten Beispielen behandelt sind. Somit unterscheidet sich diese Buchserie von *Science-fiction*-Romanen, in den die phantastischen technischen Entwicklungen, die gar nicht existieren, an realen Beispielen beschrieben werden.

Also, unsere *Science-non-fiction* heißt: die echte, trockene Wissenschaft, verpackt in eine Hülle von phantastischen, unterhaltsamen Beispielen. Dabei soll man beachten, dass die wissenschaftlichen Ideen und Methoden mathematisch nachweisbar und auch unter realen Bedingungen realisierbar sind.

Nach „Mobile Mathematik“ und „Existentielle Mathematik“ stellen wir nun das dritte Buch der Buchserie *Science-non-fiction* vor.

Im Buch „Mobile Mathematik“ wurde beschrieben, wie ein lineares algebraisches Gleichungssystem nicht gelöst, sondern mit einem anderen Gleichungssystem, dem Mobilgerät, *ferngesteuert* wird, z. B.:

Das Gleichungssystem ist ein *stationäres Gerät*:



$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 28 \\ 4x_1 + 5x_2 = 48 \end{cases}$$

Die *Fernsteuerung* ist auch ein Gleichungssystem:

$$\begin{cases} 2z_1 + 4z_2 = d_1 \\ 3z_1 + 5z_2 = d_2 \end{cases}$$

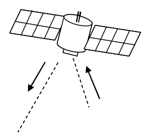
Man druckt die Tasten des *Mobilgerätes* und stellt ein:

$$z_1 = 1 \quad \text{und} \quad d_2 = 0$$

Die Fernsteuerung (das Mobilgerät) sendet ein Signal:

$$3z_1 + 5z_2 = 0 \quad \Longrightarrow \quad z_2 = -0{,}6$$

$$d_1 = 2z_1 + 4z_2 = 2 \cdot 1 + 4 \cdot (-0{,}6) = -0{,}4$$



Es entsteht die Kommunikation bzw. *Intensitätsbilanz*:

$$d_1 x_1 + d_2 x_2 = c_1 z_1 + c_2 z_2$$

Daraus wird die gesuchte Unbekannte $x_1$ bestimmt:


$$(-0{,}4) \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 = 28 \cdot 1 + 48 \cdot (-0{,}6) \quad \text{bzw.} \quad x_1 = 2$$

Im Buch „Existentielle Mathematik“ wird jede Zahl $x_1$ oder $x_2$ mit ihrer Preis $p_1$ und $p_2$ versehen, was zur Bilanz $k$ führt:

$$p_1 x_1 = p_2 x_2 = k \qquad \text{bzw.} \qquad \begin{matrix} x_2 = kx_1 \\ p_1 = kp_2 \end{matrix} \qquad \text{oder} \qquad \begin{matrix} x_2 = kp_1 \\ x_1 = kp_2 \end{matrix}$$

Im vorherigen Beispiel

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 28 \\ 4x_1 + 5x_2 = 48 \end{cases}$$

werden die Unbekannten $x_1$ und $x_2$ durch ihre Preise $p_1$ und $p_2$ ersetzt:

$$\begin{cases} 2kp_2 + 3kp_1 = 28 \\ 4kp_2 + 5kp_1 = 48 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2p_1 + 3kp_1 = 28 \\ 4p_1 + 5kp_1 = 48 \end{cases} \qquad \frac{2+3k}{4+5k} = \frac{28}{48} \qquad k = 4$$

Die Lösung erfolgt durch Einsatz von $k$ in eine von beiden Gleichungen, z.B. in die erste Gleichung, wie unten:

$$2x_1 + 3x_2 = 28 \qquad 2x_1 + 3kx_1 = 28 \qquad 14x_1 = 28 \qquad x_1 = 2$$

Im vorliegenden Buch wird die Phantasiewelt noch weiter erweitert. Es wird die Mathematik eines anderen Planeten beschrieben, in der:

- man die Brüche und die Gleichungen mit *Klecksen* berechnet und trotzdem die „sauberen“ Ergebnisse erhält.
- jede Zahl einen *Schatten* hat, z.B. die Zahl 4792 hat den Schatten 2974.
- die Gleichungssysteme *Passworte* haben: Ein Gleichungssystem

  $$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = c_1 \\ 4x_1 + 5x_2 = c_2 \end{cases}$$

  wird nicht gelöst, sondern mit dem Passwort $P_1 = -2{,}5$ und $P_2 = 1{,}5$ für beliebige Werte von $c_1$ und $c_2$ „geöffnet“:

  $$x = -2{,}5c_1 + 1{,}5c_2$$

Ist es überhaupt möglich? Am besten lesen Sie das Buch durch und überzeugen Sie sich selbst, dass es hier nur um echte *Science* geht.

*Wiesbaden, im Dezember 2011* *Serge Zacher*

# Einführung: Wir, außerirdische

Sehr geehrte Damen und Herren,

heute beginnen wir das Seminar zum Thema:
„Mathematik auf Planeten:
Gemeinsamkeiten und Unterschiede“.

Aber zuerst möchte ich mich für die Einladung und für die damit verbundene Möglichkeit, Ihr wunderbarer Planet Erde zu besichtigen, herzlich bedanken!

Mein Name ist Gammalf Zett,
ich bin Professor an der Tiefschule in Klecksborn.

Ich möchte gleich die möglichen Missverständnisse ausräumen: eine Tiefschule bei uns entspricht einer Hochschule auf Ihrem Planet, ein Junge auf Ihrem Planet Erde wird bei uns als Greis bezeichnet. Warum? Weil die Zeit auf unserem Planet gegenüber Ihrer Zeit läuft, d.h. von der Zukunft in die Vergangenheit. Das hat Ihr Schriftsteller *Michael Ende* bemerkt: „Du wanderst durch dein Leben zurück, bis du dem großen runden Silbertor kommst, durch das du einst hereinkamst. Dort gehst du wieder hinaus.“ (Zitat, [1]).

In seinem Buch „Momo“ [1] erklärte er: „Die beiden Strömungen halten sich in Gegengewicht. Wenn man die eine aufhebt, verschwindet auch die andere. Dann gäbe es gar keine Zeit mehr“ (Zitat M. Ende, [1]).

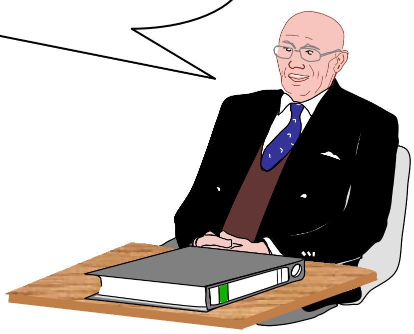
Sein Buch hat damals auf großes Interesse des Publikums auf Ihrem Planet gestoßen. Besonders aufregend waren die dort geschilderten „grauen Herren“, die die Zeit als Ware kauften und verkauften. Sie auf Ihrem Planet dachten damals, es sei eine Fiktion, reine Fantasie. Und so blieb die Zeit als „großes Geheimnis“ jahrzehntelang unerforscht, bis zwischen unseren beiden Planeten die Kommunikation erstellt wurde. Seitdem wissen Sie, dass die Zeit wirklich in zwei Richtungen wie ein Strom fließen kann.

# 1. Seminartag: Rechnen mit Klecksen

## 1.1 „Alles, was zählt“

Sehr geehrte Damen und Herren,

am ersten Tag unseres Seminars werde ich berichten, wie unsere Mathematiker die Zahlen und die Variablen behandeln. Aber zuerst möchte ich ein Zitat aus Ihrer durchaus beliebtesten Web-Lexikon *Wikipedia*, wovon auch der Titel dieses Abschnitts stammt, bringen.



„Mathematik ist Basis aller Naturwissenschaften und fast jeder technischen Entwicklung. Sie spielt eine zentrale Rolle in der Wirtschaft und begleitet uns in Alltag und Beruf. Mit ihren Methoden lassen sich große Teile unserer Lebenswirklichkeit erfassen und beschreiben und viele Phänomene voraussagen. Das Jahr der Mathematik 2008 unter dem Motto „Alles, was zählt“ rückt die zahlreichen Anwendungen und die vielfältigen Möglichkeiten der Mathematik in den Blickpunkt der Öffentlichkeit.“

(Zitat: http://de.wikipedia.org/wiki/Wissenschaftsjahr#Jahr_der_Mathematik_2008)

Im besagten Jahr fanden auf Ihrem Planet mehrere interessante und auch nicht viel interessante Veranstaltungen an verschiedenen Schulen und Universitäten statt. Es wurden mehrere gute und auch nicht besonders gute Artikel über die Mathematik veröffentlicht. Das Publikum war zufrieden, die Autoren und die Redner waren auch zufrieden, aber alles, worüber sie berichteten, war schon längst bekannt, es war nichts Neues dort zu finden.

Erst am Ende des Jahres der Mathematik 2008 sind zwei Bücher mit neuen und ungewöhnlichen Ansätzen erschienen, die für die Öffentlichkeit auf Ihrem Planet unbemerkbar blieben. Wir dagegen studierten diese Bücher sehr aufmerksam. Nun werden Sie heute von uns, Außerirdischen, erfahren, was Ihr irdischer Autor damals, im fernen Jahr 2008, geschrieben hat.

### 1.1.1 Was zählt man auf dem Planet Erde?

Auf Ihrem Planet Erde zählen Sie:

- das Geld auf Ihrem Konto;
- die Gewinne und die Verluste aus Ihren Geschäften;
- die Überstunden, die Sie geleistet haben;
- die Wochen und die Tage bis Urlaub;
- die Jahre, die Ihnen bis Rentenbeginn noch fehlen;
- die Nebenkosten für Ihre Wohnung;
- die gefahrenen Kilometer und die Benzinkosten.

In anderen Worten, Sie zählen alles. Und alles, was zu zählen ist, gehört auf Ihrem Planet zur Mathematik. War das nicht der Motto des Jahres der Mathematik 2008?

Aber zählen Sie auch Ihre Fehler? Ihre falschen Lösungen? Zählen Sie, wie oft Sie gesagt haben: „ Oh, shit!“ oder „O-oh, Mist!“?

Nein, das zählt kein Mensch auf Ihrem Planet. Und hätte man es doch gezählt, gehöre dies zur Mathematik?

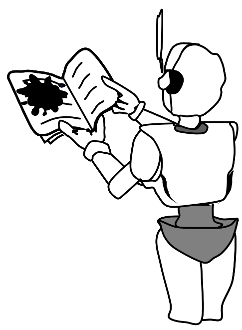
Nein und nein!

Ein Fehler, eine falsche Lösung, einen Verstoß gegen ein für allemal definierten Regeln, – nein, das alles gehört nicht zur irdischen Mathematik!

### 1.1.2 Was zählen wir auf dem Planet FNTS?

Jetzt halten Sie sich bitte in Ihren Sesseln fest:

Wir zählen auch unsere Fehler!



Wir üben auf unserem Planet eine mathematische Operation, die fehlerhaft ist, die gegen mathematischen Kanonen gemacht wird und trotzdem korrekt ist!

Diese Operation heißt *Klecksen*.

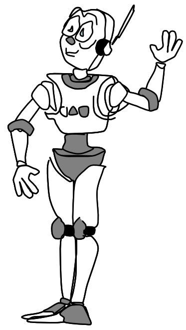
Ja, ja, es geht um die Klecksen, die man ungeschickt auf ein Blatt Papier macht.

## 1.2 Ungewöhnliche Operationen

Grüß Gott! Ich heiße Ka En En.

Ich bin Assistentin für Mathematik an der Tiefschule Klecksborn auf dem Planet FNTS.

Wir leben auf einem ungewöhnlichen Planet und bei uns gibt es viele ungewöhnliche Dinge. Dies spiegelt sich in der Mathematik, so dass wir neben bekannten arithmetischen Operationen, wie Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren, Dividieren, auch ungewöhnliche für Sie Operationen haben, wie *Klecksen* und *Schattieren*.



### 1.2.1 Klecks

Ein Klecks ist in unserer Mathematik, wie auch im normalen Sprachgebrauch, ein Fleck, ein Farb- oder ein Tintenfleck. Das *Klecksen* heißt schlicht und einfach einen fetten *Klecks* in eine Zahl oder eine Gleichung machen. Die „mathematischen“ Kleckse unterliegen keinen arithmetischen Operationen, d. h. man kann sie weder zählen, noch addieren oder subtrahieren.

Macht man einen Klecks in einer Zahl oder in einer Formel, wird der entsprechende Teil der Zahl oder der Formel bedeckt und nicht lesbar. In der Mathematik soll das Klecksen natürlich gezielt erfolgen, wie es unten an Beispielen gezeigt ist: das Kürzen von gegebenen Originalbrüchen und von Brüchen mit Klecksen führt zu gleichen korrekten Antworten.

- **Beispiele**

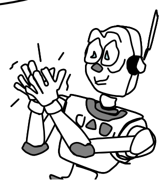
1) $$\frac{41847}{74814}=\frac{41\bullet 47}{74\bullet 14}=\frac{4147}{7414}=0{,}5593471$$

2 ) $$\frac{607717}{717706}=\frac{60\bullet 17}{71\bullet 06}=\frac{6017}{7106}=0{,}8467492$$

3) $$\frac{40+60}{10+15}=\frac{40+\bullet}{10+\bullet}=\frac{40}{10}=4$$

# 2. Seminartag: Gleichungen mit Passworten

Grüß Gott! Heute werden wir wieder die Gleichungen lösen, aber diesmal anders, als gestern. Für diejenigen, die gestern nicht dabei waren, möchte ich mich vorstellen: Ich heiße Ka En En und bin Assistentin für Mathematik bei Professor Zett an der Tiefschule Klecksborn.



Die Gleichungen sind auf unserem Planet FNTS genauso definiert, wie auf Ihrem Planet, nämlich:

„Die Gleichung ist ein mathematischer Ausdruck, in dem Variablen und Konstanten mit einem Gleichheitszeichen verbunden sind.“

Auch bei dem Begriff „Die Lösung einer Gleichung“ sind wir einig:

„Eine Gleichung zu lösen heißt, den Wert der Unbekannten $x$ so zu bestimmen, dass die Gleichung mit diesem Wert erfüllt wird.“

- **Beispiele**

Quadratische Gleichung:

die Unbekannte $x$ steht in der zweiten Potenz.

Lineare Gleichung:

die Unbekannte $x$ ist nur in der ersten Potenz.

| | |
|---|---|
| $2x^2 = 18$ | $2x = 18$ |
| Die quadratische Gleichung | Die lineare Gleichung |
| $2x^2 - 18 = 0$<br>$x^2 - 9 = 0$ | $x = \frac{18}{2}$ |
| wird mit zwei Werten von $x$ erfüllt, | wird mit einem $x$-Wert erfüllt, |
| die man *Wurzeln* nennt: | sie hat nur einen *Wurzel*: |
| $x_{1,2} = \pm\sqrt{9}$ | $x = 9$ |
| $x_1 = 3$ und $x_2 = -3$. | |

Aber darauf endet sich die Einigkeit zwischen unseren beiden Planeten.

## 2.1 Wir suchen nach Passworten!

Angenommen, Sie haben ein Giro-Konto bei einer Bank und möchten Online-Banking beginnen. Sie senden eine Mail an die Bank:

> „Geben Sie mir bitte ein Passwort! Vielen Dank im voraus.“

Sie bekommen die Antwort:

> „Ihr User-Name ist XYZ. Ihr Passwort ist 123456.“

Genauso werden Sie auf unserem Planet die Gleichungen lösen.
Angenommen, gegeben ist das Gleichungssystem:

$$\begin{cases} 2x+3y=28 \\ 4x+5y=48 \end{cases}$$

Sie schreiben eine Mail an die FNTS-Schulzentrale:

> „Geben Sie mit bitte das Passwort *P* zum Gleichungssystem:
>
> $$\begin{cases} 2x+3y=c_1 \\ 4x+5y=c_2 \end{cases}$$
>
> Vielen Dank.“

Sofort kommt die Antwort:

> „Ihr Passwort lautet
>
> $P_1=-2{,}5$
>
> $P_2=1{,}5$
>
> Beachten Sie bitte die Formel für die Lösung:
>
> $x=c_1P_1+c_2P_2$
>
> Mit freundlichen Grüßen...“

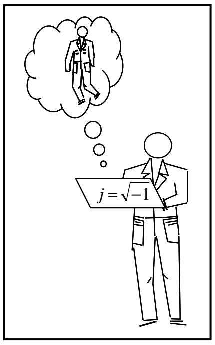
# 3. Seminartag: Der Schatten einer Zahl

## 3.1 Die Zahlen des Universums

### 3.1.1 Irdische Zahlen

Welche Arten von Zahlen gibt es auf Ihrem Planet? Eine Übersicht ist unten gegeben (jeweils ein Beispiel ohne Definition und ohne Erklärung).

| | |
|---|---|
| Primzahlen | 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41,... |
| Mersennesche Primzahlen [8] | 2, 3, 5, 7, 13, 17, 19, 31, 61, 89, 107, 127,... |
| Fermatsche Primzahlen [8] | 3, 5 17, 257, 65537, ... |
| Primzahlzwillinge [8] | (13, 15) (19, 21) (33, 35) (37, 39) ... |
| natürliche Zahlen | 1 2 3 4 5 ... |
| ganze Zahlen | $(-115)$ 0 15 21 |
| gebrochene Zahlen | $-2\frac{3}{5}$ $\frac{3}{11}$ $\frac{1}{8}$ |
| rationale Zahlen | $(-13)$ 1,335 $\frac{3}{4}$ |
| irrationale Zahlen | $(-\sqrt{11})$ $\sqrt{2}$ $\pi$ $\sqrt[3]{15}$ |
| reelle Zahlen | $(-13)$ 0,22 $\sqrt{8}$ |




| | |
|---|---|
| imaginäre Zahlen | $(-5j)$ $\sqrt{-2}$ $3j$ |
| komplexe Zahlen | $-2 \pm 10{,}3j$ $5{,}5 \pm 0{,}7j$ |

Pseudoprimzahlen [8]

Oktaven [8]

Kardinalzahlen [8]

Fibonaccische Zahlen [8]

Nichtarchimedische Zahlen [8]

hyperkomplexe Zahlen [8]

Cliffordsche Zahlen [8]

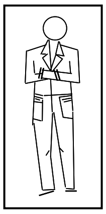
Loschmidtsche Zahl [8]

Ludolfsche Zahl [8]

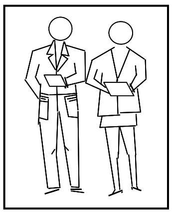
### 3.1.2 Schatten

All diese Zahlen haben wir auch, nur heißen sie bei uns etwas anders. Beispielsweise werden auf dem Planet FNTS die einstelligen positiven natürlichen Zahlen *Singles* genannt. Das sind die folgenden natürlichen Zahlen:

Singles: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ,8 , 9

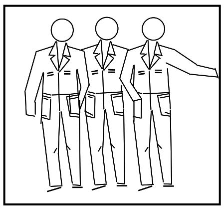


Eine zweistellige natürliche Zahl ist *Duo*, eine dreistellige ist *Trojka* usw.:

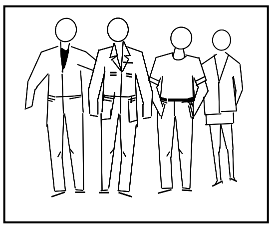


Duo: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ,8 , 9

Trojka: 136, 295 ,802 , 991, ...



Quadro: 4823, 5218, 9074, ...



### 3.3.4 Kopierer-Zahlen

In diesem Abschnitt wird an einem Beispiel gezeigt, wie man die neuen Eigenschaften von Zahlen mit Hilfe von Schatten entdecken kann. Es geht um die Kopierer-Zahlen.

Das Kopieren von Zahlen wurde zum ersten Mal auf Ihrem Planet unter Bezeichnung „Repeater“ im Buch „Existentielle Mathematik“ [3] veröffentlicht. Wir haben diese Idee auf unserem Planet weiter entwickelt und dafür die Anwendungen gefunden.

Eine Kopierer-Zahl ist eine ganze Dezimalzahl, deren Produkt mit einer beliebigen Zahl, die nachfolgend Originalzahl genannt wird, eine vielfache Kopie der Originalzahl ausgibt. Wenn man also eine beliebige Originalzahl mit der Kopierer-Zahl multipliziert, wird die Originalzahl „kopiert“ und mehrfach nacheinander ausgegeben.

Merken Sie bitte, dass wir unter dem Begriff „Kopie einer Zahl“ nicht den Wert der Zahl verstehen, sondern die Reihenfolge von Ziffern. Wird beispielsweise die Originalzahl 62 mit einer Kopierer-Zahl multipliziert, wird als Ergebnis die Zahl 6262 ausgegeben, d. h. die zweifache Kopie der Zahl 62. Bei der Multiplikation mit einer anderen Zahl kann die dreifache Kopie der Zahl 62 ausgegeben werden, d.h. die Zahl 626262.


Wie findet man die Kopierer-Zahlen?

Die Zahl Eins ist, beispielsweise, keine Kopierer-Zahl, weil die Originalzahl nach der Multiplikation mit der Kopierer-Zahl die gleiche Zahl nur einmal ausgeben wird: $62 \cdot 1 = 62$.

## 3.4 Diskussion

Ich finde Ihre Darstellung der FNTS-Mathematik fragmentarisch und unsystematisch. Es sind z.B. nur einige arithmetische Operationen erläutert.

Außerdem ist nicht begründet, warum eine einfache Subtraktion so kompliziert gemacht werden soll: erst Schatten abziehen, dann korrigieren. Und wie soll ich eine solche komplizierte Operation bei meinen Projekten oder Unterricht praktisch anwenden?

*Antwort:*

Ja, es wurden nur einige Operationen dargestellt, aber die systematische Darstellung unserer FNTS-Mathematik war auch kein Ziel des Seminars. Es sollte nur einen kurzen Überblick gemacht werden, und dieses Ziel haben wir in drei Seminartagen hoffentlich erreicht.

Was praktische Anwendungen betreffen, so möchte ich nochmals daran erinnern, dass die Einsätze auf Ihrem Planet nicht empfohlen sind und sogar streng verboten sind.

# 4. Seminartag: Besichtigung des Raumschiffes

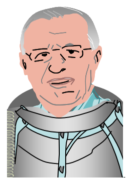
## 4.1 Im Cockpit

Willkommen am Bord!

Mein Name ist Hadamar Radolf Drusus, ich bin Chef-Pilot dieses Raumschiffes.

Zu den besonderen Highlights unseres Seminars zählt sicherlich der Rundflug ins All. In wenigen Minuten werden wir einen kurzen Flug starten, aber vorher möchte ich die technische Ausstattung unseres Raumschiffes zeigen. Ich nehme an, Sie haben ein Raum voller Geräte, mit einem riesigen Monitor an der Wand, mit mehreren Tasten, Knöpfe, wie bei einem Linienjet, erwartet.

Und was sehen Sie hier, in diesem kugelförmigen Raum? Nichts, nur die leeren Wände! Wie wird doch unser Raumschiff ohne Geräte gesteuert?



### 4.1.1 Ein Sessel im Brennpunkt einer Parabel

Der Eindruck, es gebe im Cockpit keine Geräte, ist falsch. Haben Sie bemerkt, dass unser Cockpit die Form einer Parabel hat und der Sessel des Chef-Pilot genau im Brennpunkt dieser Parabel steht?

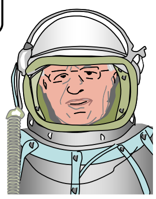
Das bedeutet, dass sich alle Lichtstrahlen, die aus diesen kleinen Löchern in den Wänden ausgehen, im Brennpunkt fokussieren werden. Merken Sie die Löcher? Hinter jedem Loch befindet sich ein Gerät, das seine Anzeige, z. B. Höhe, Geschwindigkeit, Beschleunigung, Winkel, Luftdruck usw. mit einer bestimmten Lichtfrequenz sendet.

Sehen Sie diese Brille? Sieht wie eine „Ray Ban“-Sonnenbrille aus. Die Fassung ist aber viel breiter und dicker. In dieser Fassung sind mehrere Kabeln und Chips montiert. Setzten Sie bitte die Brille an. Was sehen Sie? Nichts? So soll es auch sein, weil sich die Brille zuerst an Sie adaptiert werden soll.

### 4.3.3 Ende des Rundflugs

Nun schnallen Sie sich bitte an: unser Raumschiff bereitet sich für die Landung ins Meer...

Achtung! Zum Zeitpunkt $t$ = 0 hat unser Raumschiff die Meeresoberfläche erreicht!



Unser Raumschiff hat das parabelförmige Profil

$$y(x) = x^2 - 10x + 25$$

Beim Tauchen ändert sich diese Gleichung zu jedem Zeitpunkt $t$ (Bild 4.19):

$$y(x,t) = x^2 - 10x + 25 - 4t$$

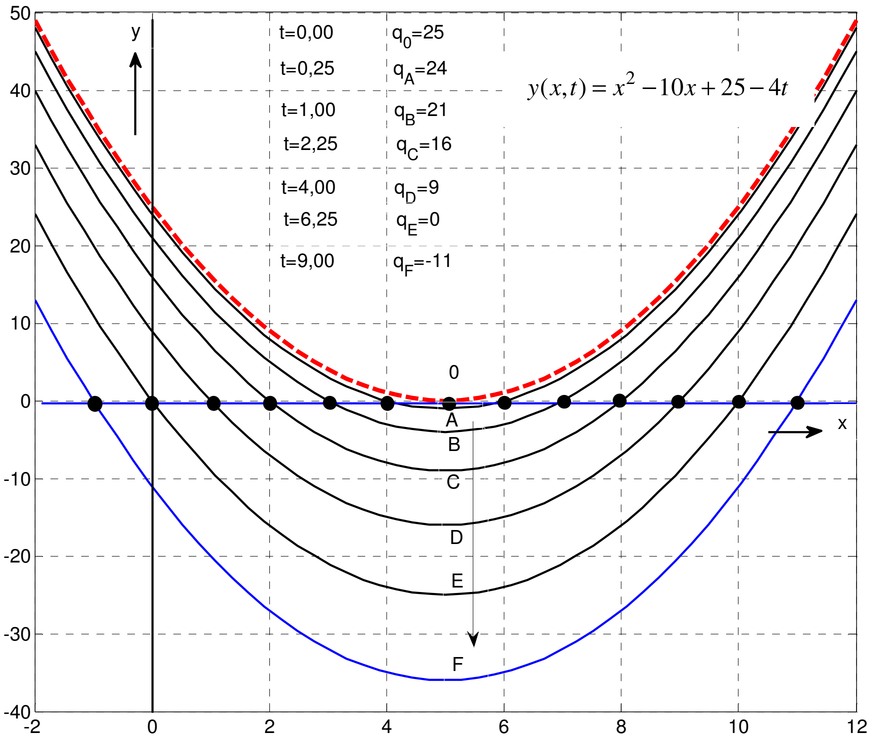



**Bild 4.19 Parabelschar und die Nullstellen zu verschieden Zeitpunkten**