4.1.3 Fehler beim Rechnen mit der Null

7 + 0 = 0 8 – 0 = 0 0 + 3 = 0 0 + 0 = 2

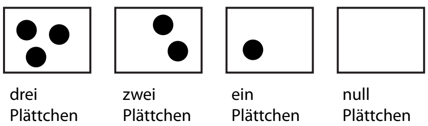
„Wenn ich mit Null rechne, dann ist das nichts." „Wenn da zwei Nullen steh'n, dann sind das eben 2."
Die Schüler haben diffuse oder keine Vorstellungen, die sie mit der Null verbinden.

8 – 8 = 1 80 – 80 = 10

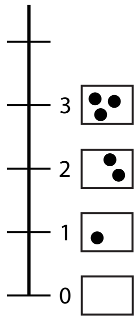
Es könnte ein Zählfehler sein. Im diagnostischen Gespräch hat sich aber gezeigt, dass eine Unsicherheit im Umgang mit der Null vorliegt. Bei der Aufgabe 8 – 8 = 1 sagte der Schüler: *„Da muss ja noch was bleiben."*
Da er 80 – 80 zu der „kleinen Aufgabe" in Beziehung gesetzt hat, erschien entsprechend 10.

Wir müssen versuchen, die Schüler über verschiedene Zugänge im Umgang mit der Null sicherer zu machen.
Null ist die Kardinalzahl der leeren Menge. Wir können mit Papptellern arbeiten, um Mengen deutlich werden zu lassen.

A



B



Die Null ergibt sich auch bei der Zahlzerlegung. Haben wir z. B. 5 Kugeln in der Schüttelbox, können sich diese zu 2 und 3, aber auch zu 0 und 5 auf die beiden Kammern verteilen.
Der kardinale Aspekt lässt sich mit dem ordinalen Zahlaspekt verbinden. Bei der Erarbeitung des Zahlenstrahls haben wir die Null eingetragen. Wir zählen rückwärts und kommen bis zur Null.

4.1.4 Fehler bei der Anwendung des Analogieprinzips

Wenn Schüler das Analogieprinzip nicht ausnutzen, ist es zwar kein Fehler, aber wenn sie stattdessen nur die Zählstrategie verwenden, verfügen sie über keine angemessene Strategie.

Beobachtung:
4 + 3 =
24 + 3 =
64 + 3 =

Der Schüler rechnet 4 + 3 = 7, vielleicht ist diese Aufgabe sogar abrufbar. Aber danach werden alle weiteren Aufgaben zählend gelöst. Der Schüler hat das Analogieprinzip nicht erkannt.

Das **Analogieprinzip** können Schüler selbst herausfinden.
Der Schüler legt die Aufgaben mit dem gebündelten Material.

4 + 3
24 + 3
„Fällt dir etwas auf?"
54 + 3

Was ist gleich geblieben? Was hat sich verändert? Kann dir die „kleine Aufgabe", die du schon kennst, helfen?
Denke dir selbst solche Aufgaben aus. Der Schüler legt passende Aufgaben, nennt die Aufgabe und sagt, was ihm geholfen hat. Dieses Wechselspiel zwischen „kleiner Aufgabe" und dazu passenden „großen

Aufgaben" wird uns einige Zeit begleiten. Das Analogieprinzip lässt sich auch auf die Subtraktion übertragen. Gleichzeitig ergibt sich mit dem Analogieprinzip ein Anreiz, die „kleinen Aufgaben" innerhalb des ersten Zehners abrufbar zu haben. Ausgangspunkt kann die „kleine Aufgabe" sein, ganz wichtig ist aber auch die umgekehrte Reihenfolge: Wir haben die große Aufgabe und suchen, was uns helfen kann.
Das Analogieprinzip lässt sich auf weitere Zehnerpotenzen übertragen. Oftmals erweist sich dieser Zusammenhang als hilfreich, wenn wir fundamentale Defizite bei älteren Schülern aufarbeiten müssen.

5 + 3	50 + 30	500 + 300	65 + 3	350 + 30
8 – 2	80 – 20	800 – 200	68 – 2	480 – 20

Auch ältere Schüler erkennen, dass sie die „kleinen Aufgaben" lernen müssen, weil man durch das dekadische Zahlensystem damit eine ganze Reihe weiterer Aufgaben lösen kann.

80 – 9 = 81

Im diagnostischen Gespräch hat der Schüler das Analogieprinzip angewandt: *„10 minus 9 gleich 1, also 81."* Er hat nicht bedacht, dass er einen Zehner für die „kleine Aufgabe" benutzt hat.

Das gebündelte Material erwies sich als hilfreich. Was tust du? Im Handlungsablauf erkannte der Schüler, dass nur noch 7 Zehner dort liegen, 1 Zehner ist aufgelöst worden, um 9 Stäbchen entfernen zu können. Der Handlungsverlauf musste verinnerlicht werden. Übungsaufgaben zur Festigung schlossen sich an.

4.1.5 Fehler bei Ergänzungsaufgaben

Gesondert von den Platzhalteraufgaben (s. unten) werden hier Ergänzungen zu Vielfachen von Zehnerpotenzen besprochen.

Ergänze!

a. zum Tausender,		b. zum Zehner,	
400 + 600 = 1000	✓ ✓	14 + 6 = 20	✓
700 + 200 = 1000	✓ f	114 + 600 = 120	f
600 + 400 = 1000	✓ ✓	55 + 10 = 60	f
940 + 100 = 1000	✓ f	155 + 100 = 160	f
880 + 200 = 1000	✓ f	186 + 4 = 190	✓

Bei Aufgabe a soll zu 1.000 ergänzt werden. Bei 700 + 200 = 1.000 liegt ein Zählfehler vor. Dann hat sich der Schüler nach dem „Gesetz der Serie" irritieren lassen. Bei 940 ist unter 100 sogar 60 noch erkennbar. Ähnliches ist im nächsten Kasten passiert. In der zweiten Zeile wird 6 geschrieben, dann werden aber zwei Nullen angehängt. 55 + 10 = 60 wird falsch gelöst und unbesehen eine Analogie vermutet.

Analogien können hilfreich sein, aber bei jeder Aufgabe muss zunächst herausgefunden werden, ob und auf welcher Ebene Entsprechungen vorliegen. Welche Aufgaben passen zusammen? Die Antwort musste begründet werden. Verschiedene Übungsaufgaben finden sich auf der Kopiervorlage (KV 11, Seite 120) für den Zahlenraum bis 1.000.

54.000 + 56.000 = 100.000	**510.000 + 590.000 = 1.000.000**
54.200 + 56.800 = 100.000	**835.000 + 275.000 = 1.000.000**

Beim Ergänzen zu 100.000 hat der Schüler nicht berücksichtigt, dass durch das Auffüllen von 4.000 mit 6.000 ein Zehntausender entsteht, sodass nur noch vier Zehnertausender ergänzt werden müssen. Dieser Fehler wiederholt sich in der zweiten Zeile. 200 + $\boxed{800}$ = 1.000, es liegen dann bereits 55.000 vor, zu denen noch 45.000 hinzukommen müssen. Die Fehler wiederholen sich beim Ergänzen zu 1.000.000.