

Inhalt

1. Durchschnittsrechnung	7
1.1 Einfacher Durchschnitt	7
1.2 Gewogener Durchschnitt	10
2. Verteilungsrechnung	14
3. Währungsrechnung	18
4. Dreisatz	24
4.1 Einfacher Dreisatz mit geradem Verhältnis	24
4.2 Einfacher Dreisatz mit ungeradem Verhältnis	27
4.3 Zusammengesetzter Dreisatz	29
5. Zinsrechnung	32
5.1 einfache Zinsrechnung	32
5.2 Zinseszinsrechnung	35
5.3 Gemischte Verzinsung	38
5.4 Bar- und Kapitalwert	40
6. Prozentrechnung	45
6.1 Einfache Prozentrechnung	47
6.2 Vermehrter Grundwert	48
6.3 Verminderter Grundwert	49
7. Kalkulation im Handel	53
8. Kalkulation in der Fertigung	66
8.1 Divisionskalkulation	67
8.2 Äquivalenzziffernkalkulation	68
8.3 Kalkulation mit Betriebsabrechnungsbogen	71
8.4 Deckungsbeitrag	83
Lösungen	92

5.2 Zinseszinsrechnung

Bei der Zinseszinsrechnung werden die angefallenen Zinsen dem Kapital zugeschlagen und in der nächsten Periode mitverzinst. Das Kapital wächst also exponentiell mit der Laufzeit.

Wie berechnen wir die Zinseszinsen bzw. das neue Kapital?

Betrachten wir zunächst noch einmal die Zinsformel. Wir wissen:

$$Z = K \cdot i$$

oder

$$Z = \frac{K \cdot p}{100}$$

Wollen wir nun das neue Kapital berechnen, sieht die Formel so aus:

$$K_1 = K_0 + K_0 \cdot \frac{p}{100}$$

wobei K_0 das Anfangskapital und K_1 das Kapital nach einem Jahr darstellt. Nun modifizieren wir die Formel, indem wir die Größe K_0 ausklammern.

$$K_1 = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100} \right)$$

$$K_1 = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100} \right)$$

Nun legen wir das Kapital nicht für 1 Jahr, sondern für 2 Jahre an:

$$K_2 = K_1 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)$$

Als nächstes ersetzen wir die Größe K_1 durch die Formel für K_1

$$K_2 = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)$$

oder

$$K_2 = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^2$$

Aus dieser Größe lässt sich nun die allgemeine Zinseszinsformel ableiten:

$$K_n = K_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

Wobei K_n das Kapital nach n Jahren darstellt.

Beispiel zur Berechnung von K_n :

Bei der Geburt ihres Sohnes Tim legen Herr und Frau Meier 1.000,00 € zu 3 % Zinsen p.a. an. Tim soll das Geld zu seinem 18. Lebensjahr erhalten.

$$K_0 = 1.000,00 \text{ €} \quad p = 3 \% \quad n = 18$$

$$K_{18} = 1.000,00 \text{ €} \cdot \left(1 + \frac{3}{100}\right)^{18} = 1.702,43 \text{ €}$$

Beispiel zur Berechnung von K_0 :

Tims Eltern möchten ihm zum 18. Geburtstag den Führerschein finanzieren. Dazu möchten sie einen Betrag zu 4 % Zinsen p.a. anlegen. Welcher Betrag muss angelegt werden, wenn die Eltern die Kosten für den Führerschein in 18 Jahren auf 2.000,00 € schätzen?

$$K_n = 2.000,00 \text{ €}$$

$$p = 4 \text{ %}$$

$$n = 18$$

$$2.000,00 \text{ €} = K_0 \cdot \left(1 + \frac{4}{100}\right)^{18}$$

Umstellen der Formel nach K_0 ergibt:

$$K_0 = \mathbf{987,26 \text{ €}}$$

Analog lassen sich durch Umstellen der Formel jeweils die gesuchten Größen berechnen.

5.3 Gemischte Verzinsung

Von gemischter Verzinsung sprechen wir, wenn ein Betrag nicht über volle Jahre angelegt wird.

Angenommen, wir legen einen Betrag von 1.000,00 € zu 3,5 % Zinsen über 4 Jahre und 3 Monate an.

Es gibt nun 2 Möglichkeiten, das Endkapital zu berechnen:

Möglichkeit 1: Berechnen der neuen Laufzeit n:

$$4+3/12 = 4,25$$

Vorteil: es ändert sich lediglich der Faktor n, nämlich dahingehend, dass wir es hier nun mit Dezimalzahlen zu tun haben.

Nachteil: Je nach Laufzeit ergeben sich hier sehr „krumme“ Werte. Angenommen, die Laufzeit beträgt nicht 4 Jahre und 3 Monate, sondern 4 Jahre und 132 Tage.

Dann berechnet sich n wie folgt:

$$4+132/360 = 4,36667 \text{ Jahre}$$

Das ist wenig praktikabel, da sich bei hohen Beträgen durch Rundungen auf eine oder zwei Nachkommastellen signifikante Differenzbeträge ergeben. Wir wollen aber die exakten Zinsen berechnen.

Möglichkeit 2: Aufspalten der Laufzeit:

Wir wissen, dass wir den Betrag für 4 volle Jahre anlegen. Diese Laufzeit berechnen wir also mit der Zinseszinsformel, die wir bereits kennen.

Zu den 4 Jahren kommen noch 132 Tage. Hier wenden wir die einfache Zinsformel an.