HANSER

Grundwissen des Ingenieurs

Herausgegeben von Ekbert Hering, Karl-Heinz Modler

ISBN-10: 3-446-22814-4
ISBN-13: 978-3-446-22814-6

Leseprobe

4 Elektrotechnik/ Elektronik

Prof. Dr. rer. nat. Dr. h.c. Rolf Martin
Hochschule Esslingen

Dipl.-Ing.Klaus Bressler
THALES ATM GmbH
Korntal-Münchingen

Tabelle 4.1 Wichtige Formelzeichen der Elektrotechnik

Formelzeichen	SI-Einheit	Bedeutung
B	$T = V \cdot s/m^2$	magnetische Flussdichte oder Induktion
C	$F = A \cdot s/V$	Kapazität
D	$A \cdot s/m^2$	Verschiebungsdichte, elektrische Flussdichte
E	V/m	Elektrische Feldstärke
F	N	Kraft
f	Hz	Frequenz
G	S = A/V	Leitwert
H	A/m	magnetische Feldstärke oder Erregung
I, i	A	elektrischer Strom
j	A/m^2	Stromdichte
L	$H = V \cdot s/A$	Induktivität
P	W	Leistung
Q	$C = A \cdot s$	elektrische Ladung
Q	var = W	Blindleistung
R	Ω = V/A	Widerstand
S	VA = W	Scheinleistung
t	s	Zeit
U, u	V	elektrische Spannung
W	J	Arbeit
X	Ω	Blindwiderstand
Z	Ω	Scheinwiderstand
κ	S/m	Leitfähigkeit, Konduktivität
ρ	$\Omega \cdot m$	Spezifischer Widerstand, Resistivität
Φ	$Wb = V \cdot s$	magnetischer Fluss
φ	V	elektrisches Potenzial
φ	1	Phasenwinkel
ω	s^{-1}	Kreisfrequenz

4.1 Grundgesetze und Definitionen

4.1.1 Ladung und Strom

Elektrische Erscheinungen beruhen auf der Existenz von elektrischen **Ladungen**. Diese sind an materielle Teilchen gebunden und kommen als **positive** (z. B. Protonen) und **negative** (z. B. Elektronen) Ladungen vor. Ladungen üben Kräfte aufeinander aus:

> Ungleichnamige Ladungen ziehen sich an, gleichnamige stoßen sich ab.

Die Ladung ist gequantelt. Ladungen kommen nur in ganzzahligen Vielfachen der **Elementarladung** $e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C vor. Die SI-Einheit der Ladung ist das **Coulomb** oder die Ampere-Sekunde: $[Q] = 1\ C = 1\ A \cdot s$.

4

Ein **elektrischer Strom** liegt vor, wenn Ladungsträger eine gerichtete Bewegung ausführen. Ist Q die Ladung, die beispielsweise in einem Leiter in der Zeit t gleichmäßig an einem bestimmten Ort vorbeiströmt, so fließt ein **Gleichstrom** der Stärke

$$I = \frac{Q}{t}$$

Die SI-Einheit der elektrischen Stromstärke ist das Ampere: $[I] = 1$ A. Sie ist eine der sieben Basiseinheiten im internationalen Einheitensystem.

1 Ampere ist die Stärke eines zeitlich unveränderlichen Stromes, der durch zwei im Vakuum parallel im Abstand von 1 Meter voneinander angeordnete, geradlinige, unendlich lange Leiter von vernachlässigbar kleinem kreisförmigem Querschnitt fließend, zwischen diesen Leitern je 1 Meter Leiterlänge die Kraft $2 \cdot 10^{-7}$ Newton hervorruft.

Fließen die Ladungen zeitlich nicht gleichmäßig, so ist der Augenblickswert der elektrischen Stromstärke

$$i(t) = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t}$$

wenn dQ die in der Zeitspanne dt transportierte Ladung ist.

Bei einem Leiter ist die **Stromdichte** j, d. h. der auf die Leiterfläche A bezogene Strom,

$$j = \frac{I}{A}$$

Die Stromdichte eines Kabels darf einen zulässigen Grenzwert nicht überschreiten. Angaben finden sich in DIN 57100, Teil 430 sowie DIN VDE 0298, Teil 4.

Die **technische Stromrichtung** stimmt nach DIN 5489 mit der Bewegungsrichtung positiver Ladungsträger überein. Die Stromrichtung wird in Schaltplänen durch einen Bezugspfeil angegeben (Bild 4.1).

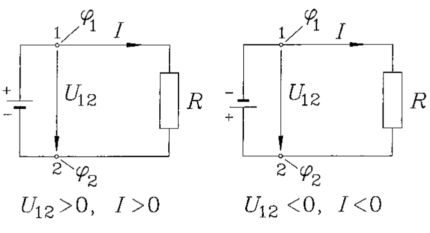


Bild 4.1 Bezugspfeile für Strom und Spannung in einer Schaltung

4.1.2 Spannung und Potenzial

Wird ein Ladungsträger mit der Ladung Q in einem elektrischen Feld von einem Ort 1 auf einem beliebigen Weg d$\boldsymbol{s}$ zu einem Ort 2 verschoben, so verrichten die Feldkräfte $\boldsymbol{F}$ am Ladungsträger die Arbeit W_{12}:

$$W_{12} = \int_1^2 \boldsymbol{F}\, \mathrm{d}\boldsymbol{s}$$

Ist diese Arbeit positiv, dann liegt der Ort 1 auf höherer potenzieller Energie als der Ort 2: $W_{12} = E_{\text{pot},1} - E_{\text{pot},2}$. Diese Größen sind proportional zur verschobenen Ladung Q. Der Quotient W_{12}/Q hängt dagegen nur noch von der Feldverteilung ab und wird als **elektrische Spannung** U_{12} bezeichnet:

$$U_{12} = \frac{W_{12}}{Q} = \frac{E_{\text{pot},1}}{Q} - \frac{E_{\text{pot},2}}{Q} = \varphi_1 - \varphi_2$$

φ_1 und φ_2 bezeichnen die **Potenziale** in den Punkten 1 und 2. Deren Absolutwert kann willkürlich festgelegt werden. In der Regel wird ein Punkt einer Schaltung geerdet (Massepunkt) und diesem Punkt das Potenzial $\varphi = 0$ zugeordnet. Die Maßeinheit für Spannung und Potenzial ist das Volt: $[U] = 1$ V.

Die Spannung zwischen zwei Punkten einer Schaltung wird durch einen Bezugspfeil (Bild 4.1) dargestellt. Dabei bewegen sich positive Ladungsträger vom Ort des höheren Potenzials zum Ort des tieferen Potenzials.

4.1.3 Ohm’sches Gesetz und Widerstand

G. S. Ohm fand experimentell, dass in metallischen Leitern der Strom I proportional zur anliegenden Spannung U ist:

$$I = GU = \frac{U}{R}$$

Dieser Zusammenhang wird als **Ohm’sches Gesetz** bezeichnet. Die Proportionalitätskonstante ist der **Leitwert** G. Dessen Kehrwert wird als **Widerstand** R bezeichnet. Die SI-Einheit des Widerstandes ist das Ohm: $[R] = 1\ \Omega = 1$ V/A, die des Leitwerts das **Siemens**: $[G] = 1\ \text{S} = 1\ \Omega^{-1} = 1$ A/V. In Schaltplänen ist das Widerstandssymbol ein offenes Rechteck (Bild 4.1).

Der Widerstand eines Leiters mit konstanter Fläche A und Länge l beträgt

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

Die Materialkonstante ρ wird als **spezifischer elektrischer Widerstand** oder **Resistivität** bezeichnet (Tabelle 4.2). Ebenso gilt mit der **elektrischen Leitfähigkeit** $\kappa = 1/\rho$ für den Leitwert

$$G = \kappa \frac{A}{l}$$

Tabelle 4.2 Spezifischer elektrischer Widerstand ρ, Leitfähigkeit κ sowie Temperaturkoeffizient α bei $\vartheta_0 = 20$ °C

Werkstoff	ρ **in** $\Omega \cdot$ **mm²/m**	κ **in S** $\cdot$ **m/mm²**	α **in** 10^{-3} K^{-1}
Aluminium	0,0255	39,2	4,67
Blei	0,209	4,78	4,22
Gold	0,0220	45,4	3,98
Graphit	8,0	0,13	–0,2
Heizleiterleg. CrAl205	1,37	0,7	0,05
Konstantan	≈ 0,5	≈ 2	0,003
Kupfer	0,0168	59,5	4,33
Manganin	0,43	2,3	0,01
Platin	0,10	10	3,92
Silber	0,0162	61,7	4,10
Zinn	0,110	9,07	4,63

Der spezifische elektrische Widerstand ρ und damit auch der Widerstand R eines Leiters ist näherungsweise linear von der Temperatur abhängig. Ist R_0 der Widerstand bei der Temperatur ϑ_0, dann ist der Widerstand R_1 bei einer Temperatur ϑ_1

$$R_1 = R_0 \left[1 + \alpha\left(\vartheta_1 - \vartheta_0\right)\right]$$

α ist der **Temperaturkoeffizient** des Widerstandes (Tabelle 4.2) und beschreibt die relative Widerstandsänderung pro 1 K Temperaturänderung:

$$\alpha = \frac{1}{R_0}\frac{\Delta R}{\Delta T}$$

4.1.4 Arbeit und Leistung

Die Arbeit W zum Verschieben einer Ladung Q ist verknüpft mit der Spannung U:

$W = UQ = U \int i(t)\,\mathrm{d}t$.

Bei Gleichstrom ergibt sich $W = UIt$, mit der Einheit Joule: $[W] = 1\ \mathrm{J} = 1\ \mathrm{V} \cdot \mathrm{A} \cdot \mathrm{s}$.
Die verrichtete Leistung ist mit $P = \mathrm{d}W/\mathrm{d}t$.

$$P = UI = I^2 R = \frac{U^2}{R}$$

4.1.5 Kirchhoff'sche Gesetze

Die Kirchhoff'schen Gesetze dienen zur Berechnung von Spannungen und Strömen in Netzwerken (Bild 4.2).

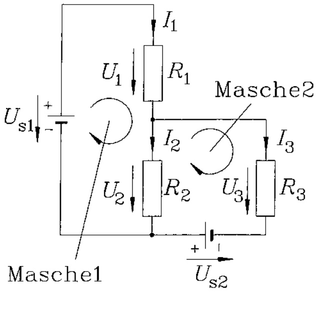


Bild 4.2 Knoten und Maschen eines Netzwerkes

Knotenregel
An einem Knoten ist die Summe aller Ströme null: $\sum_k I_k = 0$.

Die Ströme müssen vorzeichenrichtig eingesetzt werden. Beispielsweise werden die **zufließenden** Ströme **positiv**, die abfließenden negativ gezählt.

Für die Knoten in Bild 4.2 folgt damit: $I_1 - I_2 - I_3 = 0$ oder $I_1 = I_2 + I_3$.

Maschenregel
Die Summe aller vorzeichenbehafteten Spannungen in einer Masche ist null: $\sum_k U_k = 0$.

Zur Anwendung der Maschenregel wird ein beliebiger Drehsinn in der Masche als positiv definiert (z. B. im Uhrzeigersinn). Spannungspfeile, die **in Zählrichtung** weisen, werden **positiv**, die entgegengesetzten negativ genommen.

Für die Masche 1 in Bild 4.2 ergibt sich damit $U_1 + U_2 - U_{s1} = 0$ oder $I_1R_1 + I_2R_2 = U_{s1}$.
Für die Masche 2 gilt $-U_2 + U_3 - U_{s2} = 0$ oder $I_3R_3 - I_2R_2 = U_{s2}$.

Damit stehen drei Gleichungen für die Berechnung der drei Ströme I_1, I_2 und I_3 zur Verfügung.

4.2 Gleichstromkreise

4.2.1 Spannungs- und Stromquellen

Eine **ideale Spannungsquelle** hält unabhängig von der Belastung eine konstante (eingeprägte) Spannung U_s. Ebenso liefert eine **ideale Stromquelle** einen eingeprägten Strom I_s. Bild 4.3 zeigt die Schaltzeichen nach DIN 5489.

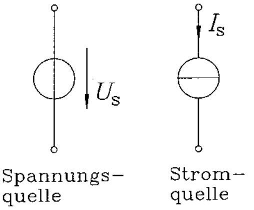


Bild 4.3 Schaltzeichen idealer Zweipolquellen

Reale Spannungsquellen haben einen Innenwiderstand und deshalb nimmt bei Belastung die Klemmenspannung ab (Bild 4.4). Die reale Spannungsquelle verhält sich annähernd ideal, wenn der Innenwiderstand R_i klein ist. In gleicher Weise ist der Ausgangsstrom **realer Stromquellen** nicht konstant (Bild 4.4). Die reale Stromquelle kommt der idealen umso näher, je kleiner der Parallel-Leitwert G_i ist.

Die Leistung, die einer Spannungsquelle entnommen wird, wenn im Außenkreis der Lastwiderstand R_L liegt, beträgt

$$P = UI = U_s^2 \frac{R_L}{(R_i + R_L)^2}$$

Die abgegebene Leistung wird maximal, wenn der Lastwiderstand gleich dem Innenwiderstand gewählt wird: $R_L = R_i$.

Man spricht in diesem Fall von **Leistungsanpassung**. Die maximale Leistung P_{max} ist

$$\boxed{P_{max} = \frac{1}{4}\frac{U_s^2}{R_i} = \frac{1}{4}\frac{U_L^2}{R_i}}$$

Ebenso liegt bei einer Stromquelle Leistungsanpassung vor, wenn gilt: $R_L = \dfrac{1}{G_i} = R_i$.

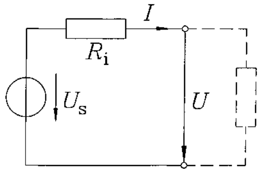
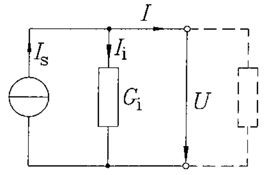
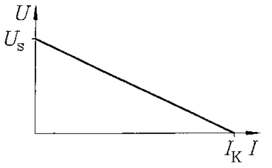
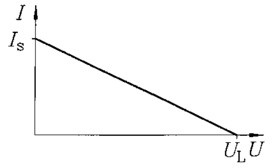
Spannungsquelle	Stromquelle
Ersatzschaltbild	
	
Belastungskennlinie	
	
Zweipolgleichung	
$U = U_s - I\,R_i$	$I = I_s - U\,G_i$
Kurzschlussstrom	
$I_K = U_s/R_i$	$I_K = I_s$
Leerlaufspannung	
$U_L = U_s$	$U_L = I_s/G_i$

Bild 4.4 Eigenschaften realer Quellen

4.2.2 Schaltungen von Widerständen

Bei einer **Reihen**- oder **Serienschaltung** werden mehrere Widerstände vom selben Strom durchflossen. Bei einer **Parallelschaltung** liegen mehrere Widerstände an derselben Spannung. Die **Gesamt**- oder **Ersatzwiderstände** sind in Bild 4.5 dargestellt.

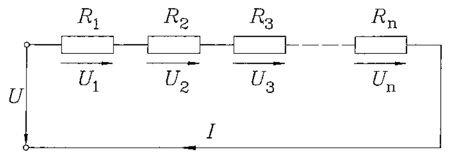
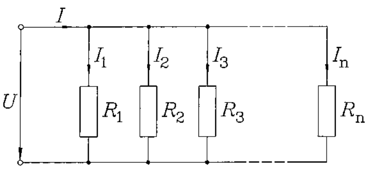
Reihenschaltung	Parallelschaltung
	
Ersatzwiderstand	
$R_{ges} = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots + R_n$	$\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots + \frac{1}{R_n}$

Bild 4.5 Reihen- und Parallelschaltung

Stern-Dreieck-Transformation

Eine **Sternschaltung** von Widerständen lässt sich in eine äquivalente **Dreieckschaltung** umwandeln und umgekehrt. Die Transformationsgleichungen sind in Bild 4.6 zusammengestellt.

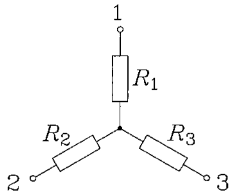
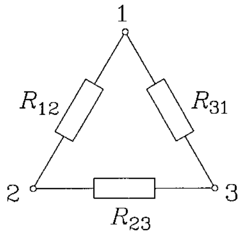
 Sternschaltung	 Dreieckschaltung
Umwandlung von Stern in Dreieck $R_{12} = R_1 + R_2 + \dfrac{R_1 R_2}{R_3}$ $R_{23} = R_2 + R_3 + \dfrac{R_2 R_3}{R_1}$ $R_{31} = R_3 + R_1 + \dfrac{R_3 R_1}{R_2}$	Umwandlung von Dreieck in Stern $R_1 = \dfrac{R_{12} R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$ $R_2 = \dfrac{R_{23} R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$ $R_3 = \dfrac{R_{31} R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$

Bild 4.6 Stern-Dreieck-Umwandlung

4.3 Elektrisches Feld

4.3.1 Feldbegriff

Ladungen, die im Raum verteilt sind, spannen ein elektrisches Feld auf. Das bedeutet, dass auf eine **Probeladung** Q_0, die in dieses Gebiet gebracht wird, eine Kraft ausgeübt wird. Diese Kraft kann entweder experimentell bestimmt oder berechnet werden. Insbesondere ist die Kraft zwischen einer Ladung Q_1 und der Probeladung Q_0 im Vakuum gegeben durch das **Coulomb'sche Gesetz**

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q_1 Q_0}{r^2}$$

wobei r der Abstand der beiden Ladungen ist und $\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12}$ A · s/V · m die **elektrische Feldkonstante.**

Die **elektrische Feldstärke** $\boldsymbol{E}$ ist die Kraft $\boldsymbol{F}$ auf eine positive Probeladung, bezogen auf die Ladung Q_0: $\boldsymbol{E} = \boldsymbol{F}/Q_0$.

Die Feldverteilung kann sichtbar gemacht werden durch **Feldlinien**, welche die Kraftrichtung auf eine positive Probeladung wiedergeben (Bild 4.7). Die Spannung zwischen zwei Punkten wird durch die Feldstärke $\boldsymbol{E}$ beschrieben:

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \boldsymbol{E}\, \mathrm{d}\boldsymbol{s}$$

4

Flächen konstanten Potenzials, die **Äquipotenzialflächen**, stehen senkrecht auf den Feldlinien (Bild 4.7).

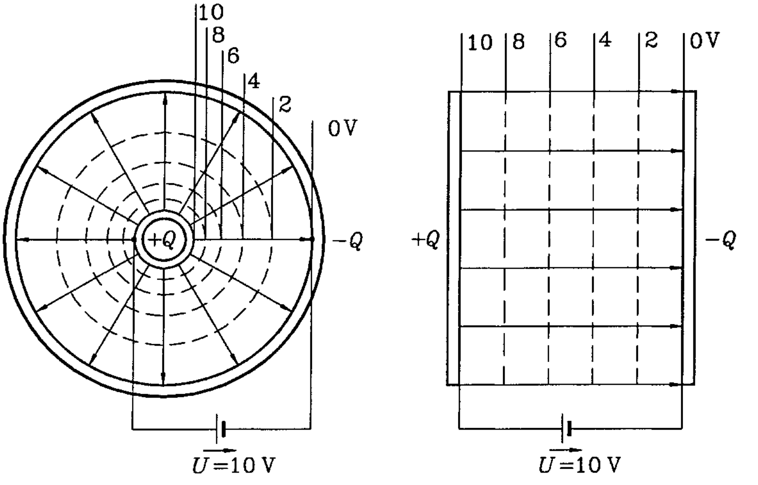


Bild 4.7 Feldlinien und Äquipotenzialflächen in einem Zylinderkondensator (inhomogenes Feld) und einem Plattenkondensator (homogenes Feld)

4.3.2 Kapazität

Eine beliebige Anordnung zweier Leiter, zwischen denen durch eine Spannungsquelle Ladungen verschoben werden können, wird als **Kondensator** bezeichnet (Bild 4.7). Die Ladungsmenge Q, die von einer Elektrode auf die andere verschoben wird, ist proportional zur angelegten Spannung: $Q = CU$.

C ist die **Kapazität** des Kondensators. Sie hat die Einheit Farad: $[C] = 1\text{ F} = 1\text{ A} \cdot \text{s/V}$.

Die Kapazität hängt von der Geometrie der Elektroden ab sowie vom Material im Zwischenraum. Für das Beispiel des Plattenkondensators gilt:

$$C = \varepsilon \frac{A}{d}$$

A ist die Plattenfläche, d der Plattenabstand und $\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0$ die **Permittivität** des Materials. Hierbei ist ε_r die **Permittivitätszahl** (relative Permittivität) und ε_0 die **elektrische Feldkonstante**.

Ein wichtiger elektrischer Feldvektor ist die **elektrische Flussdichte** $\boldsymbol{D} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \boldsymbol{E}$. Sie entspricht der Flächenladungsdichte $|\boldsymbol{D}| = Q/A$ der auf den Kondensatorplatten verschobenen Ladung Q.

Energieinhalt des elektrischen Feldes

Die zum Aufbau eines elektrischen Feldes erforderliche Arbeit ist als elektrische Feldenergie W_{el} gespeichert und beträgt

$$W_{el} = \frac{1}{2} C U^2$$

Die **Energiedichte**, also die Energie pro Volumenelement, beträgt für beliebige elektrische Felder

$$w_{el} = \frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}V} = \frac{1}{2} \varepsilon_r \varepsilon_0 \boldsymbol{E}^2 = \frac{1}{2} \boldsymbol{E}\boldsymbol{D}$$

Schaltung von Kondensatoren

Wie bei den Widerständen kann man auch Kondensatoren in Reihe oder parallel schalten. Bild 4.8 zeigt die Schaltungen mit den Schaltzeichen nach DIN 40900 und die resultierenden Gesamtkapazitäten.

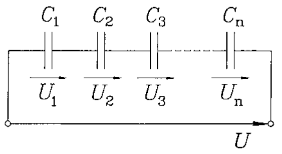
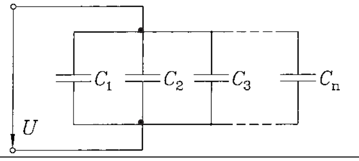
Reihenschaltung	Parallelschaltung
	
$\frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots + \frac{1}{C_n}$	$C_{ges} = C_1 + C_2 + C_3 + \cdots + C_n$

Bild 4.8: Ersatzkapazität von Kondensatorschaltungen

4.3.3 Laden und Entladen von Kondensatoren

Während des Ladens oder Entladens eines Kondensators fließt ein zeitabhängiger Strom $i(t)$, der mit der Änderung der Kondensatorspannung verknüpft ist:

$$i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du_C}{dt}$$

Bild 4.9 zeigt den Zeitverlauf der Kondensatorspannung sowie der Spannung am Widerstand $u_R(t) = i(t)\,R$. $u_R(t)$ spiegelt damit den Verlauf des Stromes wieder. Die charakteristische Größe $\tau = RC$ ist die **Zeitkonstante** des Umladevorganges.

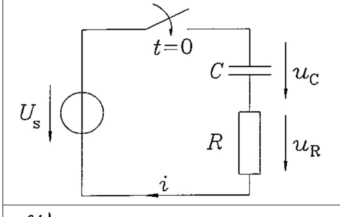
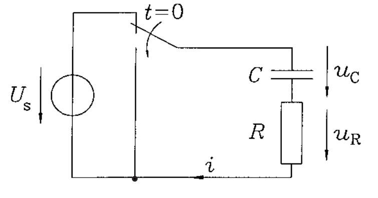
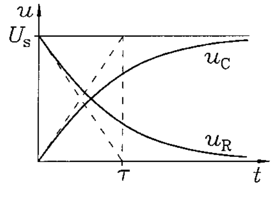
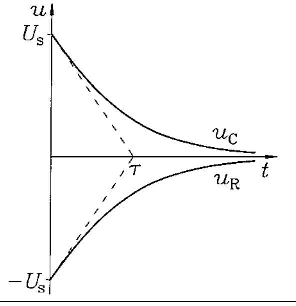
Aufladen	Entladen
	
	
$u_C(t) = U_s\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ $i(t) = \frac{u_R(t)}{R} = \frac{U_s}{R}\,e^{-t/\tau}$	$u_C(t) = U_s\,e^{-t/\tau}$ $i(t) = \frac{u_R}{R} = \frac{-u_C}{R} = \frac{-U_s}{R}\,e^{-t/\tau}$

Bild 4.9 Zeitverhalten beim Umladen eines Kondensators