

# Inhaltsverzeichnis

<b>Nomenklatur</b>	<b>13</b>
<b>1. Übersicht und Stand der Forschung</b>	<b>15</b>
1.1. Motivation . . . . .	15
1.2. Die Skalierte Rand-Finite-Elemente-Methode (SBFEM) . . . . .	15
1.3. Literaturübersicht . . . . .	17
<b>2. Grundlagen für die SBFEM</b>	<b>21</b>
2.1. Klassische Laminattheorie . . . . .	21
2.1.1. Kinematik . . . . .	21
2.1.2. Schnittkraftgrößen . . . . .	22
2.1.3. Konstitutive Gleichungen . . . . .	22
2.2. Schubdeformationstheorie 1. Ordnung . . . . .	26
2.2.1. Kinematik . . . . .	26
2.2.2. Schnittkraftgrößen . . . . .	27
2.2.3. Konstitutive Gleichungen . . . . .	27
2.3. Schubkorrekturfaktor . . . . .	28
2.3.1. Energie bei der Schubdeformationstheorie 1. Ordnung . . . . .	29
2.3.2. Energie bei der Referenzlösung . . . . .	29
2.3.3. Vergleich mit anderen Arbeiten . . . . .	32
2.4. Finite-Elemente-Methode (FEM) . . . . .	33
2.4.1. Diskretisierung . . . . .	34
2.4.2. Der Ansatz für die FEM . . . . .	35
2.4.3. Das Beispiel des Zugstabes . . . . .	36
2.4.4. Eigenschaften der FEM . . . . .	37
2.4.5. Verbesserung der Lösung . . . . .	38
<b>3. Modellierung von Laminat-Leichtbauträgern mit der SBFEM</b>	<b>41</b>
3.1. Segmentierung und Diskretisierung des Querschnitts . . . . .	41
3.1.1. SBFEM-Ansatz . . . . .	43
3.2. Aufstellen der SBFEM-Gleichung . . . . .	44
3.2.1. Anwendung des Prinzips vom Minimum des Gesamtpotentials . . . . .	44
3.2.2. Assemblierung von mehreren Elementen . . . . .	48
3.3. Weitere Elemente für die SBFEM . . . . .	51
3.3.1. Zylindrisch gekrümmte Elemente . . . . .	51
3.3.2. Gemischt-Hybride Elemente nach Hellinger-Reissner . . . . .	53
3.3.3. Elemente nach der klassischen Laminattheorie . . . . .	57
<b>4. Lösung der SBFEM-Gleichung</b>	<b>59</b>
4.1. Eigenschaften der SBFEM-Gleichung . . . . .	59

4.2.	Lösungsmethoden . . . . .	60
4.3.	Lösung mit Hilfe des (generalisierten) Eigenwertproblems . . . . .	60
4.3.1.	Ansatz für die homogene Lösung . . . . .	60
4.3.2.	Probleme bei der Umsetzung . . . . .	61
4.4.	Lösung mit Hilfe der Matrixexponentialfunktion . . . . .	61
4.4.1.	Ansatz für die homogene Lösung . . . . .	62
4.4.2.	Ansatz für die partikuläre Lösung . . . . .	64
4.5.	Einarbeiten der Randbedingungen . . . . .	69
<b>5.</b>	<b>Beispiele, Analysen und Ergebnisse</b>	<b>71</b>
5.1.	Modelle . . . . .	71
5.2.	Ergebnisse für das homogene Problem . . . . .	73
5.3.	Ergebnisse für das inhomogene Problem . . . . .	76
5.4.	Erforderliche Rechenzeit . . . . .	80
5.4.1.	Dauer der einzelnen Rechenschritte . . . . .	80
5.4.2.	Abhängigkeit der Rechenzeit von den Freiheitsgraden . . . . .	80
5.4.3.	Vergleich von FEM und SBFEM . . . . .	82
<b>6.</b>	<b>Generierung von SBFEM-Superelementen</b>	<b>85</b>
6.1.	Einleitung . . . . .	85
6.2.	Berechnung der Randsteifigkeitsmatrix . . . . .	86
6.3.	Transformation auf globale Koordinaten . . . . .	87
6.4.	Test des Superelements . . . . .	87
<b>7.</b>	<b>Berechnung von Spannungen</b>	<b>91</b>
7.1.	Direkte Rückrechnung auf Schnittgrößen . . . . .	91
7.1.1.	Die Berechnung der Schnittgrößen . . . . .	91
7.1.2.	Probleme bei direkter Rückrechnung . . . . .	91
7.2.	Glättung der Schnittgrößen . . . . .	93
7.2.1.	Lineare Elemente . . . . .	93
7.2.2.	Elemente 5. Ordnung . . . . .	94
7.3.	Probleme bei Eckknoten . . . . .	94
7.4.	Ergebnisse . . . . .	95
7.4.1.	Vergleich mit der FEM . . . . .	96
7.4.2.	Vergleich der verschiedenen SBFEM-Elemente . . . . .	103
7.4.3.	Fazit . . . . .	105
7.5.	Berechnung der Einzelschichtspannungen . . . . .	106
<b>8.</b>	<b>Vergleich mit anderen Methoden</b>	<b>109</b>
8.1.	Vergleich mit der generalisierten Vlasov-Theorie . . . . .	109
8.1.1.	Einleitung . . . . .	109
8.1.2.	Ansatz für die generalisierte Vlasov-Theorie . . . . .	110
8.1.3.	Gleichungen der generalisierten Vlasov-Theorie . . . . .	110
8.1.4.	Lösung der Gleichungen . . . . .	111
8.1.5.	Ergebnisse . . . . .	114
8.2.	Vergleich mit der Verallgemeinerten Technischen Biegetheorie . . . . .	118
8.2.1.	Der Ansatz für die Verallgemeinerte Technische Biegetheorie . . . . .	118

---

8.2.2. Rechenbeispiele . . . . .	120
<b>A. Ansatzfunktionen</b>	<b>127</b>
A.1. Ansatzfunktionen für die ebenen Elemente . . . . .	127
A.2. Die Matrix <b>B</b> . . . . .	129
<b>B. Schubkorrekturfaktor</b>	<b>131</b>
B.1. Ausdrücke für die Spannungen . . . . .	131
B.2. Ausdrücke für die Energie der „exakten“ Lösung . . . . .	131
<b>C. Abaqus User-Defined-Element</b>	<b>133</b>
C.1. Definition des User-Defined-Elements . . . . .	133
C.2. Einbau des Superelements in ein Gesamt-Finite-Elemente-Modell . . . .	134
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>135</b>